

# AUTOREFERAT

Dr. Ana Belén Sainz

12 lutego 2021

## Spis treści

<b>1</b>	<b>IMIE I NAZWISKO</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>DYPLOMY, STOPNIE NAUKOWE</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>INFORMACJE O DOTYCHCZASOWYM ZATRUDNIENIU W JEDNOSTKACH NAUKOWYCH</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>OMÓWIENIE OSIĄGNIĘĆ, O KTÓRYCH MOWA W ART. 219 UST. 1 PKT. 2 USTAWY</b>	<b>4</b>
4.1	Tytuł osiągnięcia . . . . .	4
4.2	Lista publikacji stanowiących osiągnięcie . . . . .	4
<b>5</b>	<b>INFORMACJA O WYKAZYWANIU SIĘ ISTOTNĄ AKTYWNOŚCIĄ NAUKOWĄ</b>	<b>5</b>
5.1	Wstęp . . . . .	5
5.2	Motywacja i cele naukowe . . . . .	6
5.3	Podsumowanie . . . . .	8
5.4	Sterowanie Einsteina-Podolskiego-Rosena w teorii kwantowej . . . . .	10
5.4.1	Koszt komunikacji sterowania kwantowego . . . . .	11
5.4.2	Certyfikacja sterowalności w układach eksperymentalnych: metody analityczne . . . . .	13
5.5	Sterowanie Einsteina-Podolskiego-Rosena: poza teorią kwantową . . . . .	15
5.5.1	Scenariusze sterowania wielostronnego . . . . .	16
5.5.2	Matematyczny model sterowania wielostronnego: operatory hermitowskie . . . . .	17
5.5.3	Matematyczny model sterowania wielostronnego: ‘przyczynowe’ kanały kwantowe . . . . .	19
5.5.4	Uogólnione dwustronne scenariusze sterowania . . . . .	21
5.5.5	Sterowanie postkwantowe: prawdziwie nowe zjawisko . . . . .	24
5.6	Kwantowe kontra „prawie kwantowe” korelacje w scenariuszach Bellowskich i kontekstualnych . . . . .	26
5.6.1	Makroskopowa niekontekstualność: zasada charakteryzująca korelacje . . . . .	26
5.6.2	Prawie kwantowe korelacje w scenariuszach wielostronnych . . . . .	28
5.6.3	Prawie kwantowe korelacje naruszają hipotezę braku ograniczeń . . . . .	29
5.6.4	Prawie kwantowe korelacje naruszają zasadę Speckera . . . . .	30
5.7	Uogólnione struktury przyczynowe: korelacje i zasoby postkwantowe . . . . .	31
5.7.1	Nieklasyczne i postkwantowe korelacje w scenariuszu instrumentalnym . . . . .	32
5.7.2	Teoria zasobów nieklasyczności pudel o wspólnej przyczynie . . . . .	34

<b>6</b>	<b>PREZENTACJA OSIĄGNIĘĆ DYDAKTYCZNYCH, ORGANIZACYJNYCH ORAZ POPULARYZUJĄCYCH NAUKĘ</b>	<b>36</b>
6.1	Osiągnięcia dydaktyczne . . . . .	36
6.2	Osiągnięcia organizacyjne . . . . .	37
6.3	Osiągnięcia w popularyzowaniu nauki . . . . .	38
<b>7</b>	<b>INNE OSIĄGNIĘCIA NAUKOWE</b>	<b>39</b>
7.1	Dane bibliometryczne . . . . .	39
7.2	Nagrody . . . . .	39
7.3	Osiągnięcia naukowe przed doktoratem . . . . .	39
7.4	Dodatkowy dorobek po doktoracie . . . . .	41

## 1 IMIĘ I NAZWISKO

Ana Belén Sainz.

## 2 DYPLOMY, STOPNIE NAUKOWE

- **Doktorat z Fizyki** – Luty, 2014.  
Rozprawa doktorska: “Characterizing and witnessing multipartite correlations: from non-locality to contextuality”.  
Promotor: Prof. Antonio Acín  
Nagroda: pierwsza nagroda: Cum Laude  
grupa Kwantowej Teorii Informacji  
ICFO–Institut de Ciències Fotòniques, Castelldefels (Barcelona), Hiszpania.
- **Magister z Fotoniki** – Lipiec, 2010.  
Praca magisterska: “Entanglement and non-locality of pure quantum states”.  
Promotor: Prof. Antonio Acín  
grupa Kwantowej Teorii Informacji  
UPC, UB, UAB oraz ICFO, Barcelona, Hiszpania.
- **Licencjat z Fizyki** – Marzec, 2009.  
Praca licencjacka: “Study of quasi-equilibrium states and spin quantum dynamics, in liquid crystals, by NMR”.  
Promotor: Prof. Ricardo Zamar.  
Wysoka Średnia: 9.85 (na 10)  
Facultad de Matemática, Astronomía y Física - Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentyna.

## 3 INFORMACJE O DOTYCHCZASOWYM ZATRUDNIENIU W JEDNOSTKACH NAUKOWYCH

- **Kierownik grupy, Adiunkt** – Czerwiec, 2019 - do teraz.  
grupa Fundamentalne Podstawy Technologii Kwantowych  
Międzynarodowe Centrum Teorii Technologii Kwantowych, Uniwersytet Gdański, Polska.
- **Adiunkt naukowy – Gość w niepełnym wymiarze godzin**  
– Czerwiec, 2019 - Sierpień, 2019.  
Fundamenty Teorii Kwantowej  
Perimeter Institute for Theoretical Physics, Waterloo, Ontario, Kanada.
- **Adiunkt naukowy** – Wrzesień, 2016 - Maj, 2019.  
Fundamenty Teorii Kwantowej  
Perimeter Institute for Theoretical Physics, Waterloo, Ontario, Kanada.
- **Asystent Naukowy** – Lipiec, 2014 - Sierpień, 2016.  
grupa Kwantowej Teorii Informacji  
Kierownik grupy: Prof. Sandu Popescu  
HH Wills Physics Laboratory, Tyndall Avenue, University Of Bristol, Bristol, Anglia.

- **Adiunkt naukowy** – Marzec, 2014 - Czerwiec, 2014.  
grupa Kwantowej Teorii Informacji  
Kierownik grupy: Dr. Antonio Acín  
ICFO–Institut de Ciències Fotòniques, Castelldefels (Barcelona), Hiszpania.

## 4 OMÓWIENIE OSIĄGNIĘĆ, O KTÓRYCH MOWA W ART. 219 UST. 1 PKT. 2 USTAWY

### 4.1 Tytuł osiągnięcia

Cykl powiązanych tematycznie artykułów naukowych pt. *Teoretyczne podstawy możliwości i ograniczeń nieklasycznych zjawisk kwantowego przetwarzania informacji*.

### 4.2 Lista publikacji stanowiących osiągnięcie

1. *Bipartite post-quantum steering in generalised scenarios*  
Ana Belén Sainz, Matty J. Hoban, Paul Skrzypczyk, Leandro Aolita.  
Physical Review Letters 125, 050404 (2020) – liczba stron: 21
2. *Quantifying Bell: The Resource Theory of Nonclassicality of Common-Cause Boxes*  
Elie Wolfe, David Schmid, Ana Belén Sainz, Ravi Kunjwal, Robert W. Spekkens  
Quantum 4, 280 (2020) – liczba stron: 53
3. *Quantum violations in the Instrumental scenario and their relations to the Bell scenario*  
T. Van Himbeeck, J. Bohr Brask, S. Pironio, R. Ramanathan, A. B. Sainz, E. Wolfe  
Quantum 3, 186 (2019) – liczba stron: 12
4. *Almost Quantum Correlations are Inconsistent with Specker’s Principle*  
T. Gonda, R. Kunjwal, D. Schmid, E. Wolfe, A. B. Sainz  
Quantum 2, 87 (2018) – liczba stron: 24
5. *A formalism for steering with local quantum measurements*  
A. B. Sainz, L. Aolita, M. Piani, M. J. Hoban, P. Skrzypczyk  
New Journal of Physics 20, 083040 (2018) – liczba stron: 27
6. *Almost quantum correlations violate the no-restriction hypothesis*  
Ana Belén Sainz, Yelena Guryanova, Antonio Acín, Miguel Navascués  
Physical Review Letters 120, 200402 (2018) – liczba stron: 7
7. *A channel-based framework for steering, non-locality and beyond*  
Matty J. Hoban and Ana Belén Sainz  
New Journal of Physics 20, 053048 (2018) – liczba stron: 55
8. *Almost quantum correlations and their refinements in a tripartite Bell scenario*  
James Vallins, Ana Belén Sainz and Yeong-Cherng Liang  
Physical Review A 95, 022111 (2017) – liczba stron: 10
9. *Adjusting inequalities for detection-loophole-free steering experiments*  
Ana Belén Sainz, Yelena Guryanova, Will McCutcheon, Paul Skrzypczyk  
Physical Review A 94, 032122 (2016) – liczba stron: 12

10. *Classical communication cost of quantum steering*  
Ana Belén Sainz, Leandro Aolita, Nicolas Brunner, Rodrigo Gallego, Paul Skrzypczyk  
Physical Review A 94, 012308 (2016) – liczba stron: 7
11. *Postquantum steering*  
Ana Belén Sainz, Nicolas Brunner, Daniel Cavalcanti, Paul Skrzypczyk, Tamás Vértesi  
Physical Review Letters 115, 190403 (2015) – liczba stron: 9
12. *Macroscopic non-contextuality as a principle for Almost Quantum Correlations*  
Joe Henson and Ana Belén Sainz  
Physical Review A 91, 042114 (2015) – liczba stron: 21

## 5 INFORMACJA O WYKAZYWANIU SIĘ ISTOTNĄ AKTYWNOŚCIĄ NAUKOWĄ

Osiągnięcie naukowe jest częścią publikacji zbiorowych. Mój wkład został opisany w punkcie I2 załącznika “Wykaz osiągnięć naukowych albo artystycznych, stanowiących znaczny wkład w rozwój określonej dyscypliny”. Oświadczenia współautorów są przedstawione w załączonych dokumentach.

W niniejszym dokumencie publikacje należące do serii artykułów będą cytowane literami łacińskimi, np. [A], publikacje aplikanta, które nie odnoszą się do serii artykułów, będą cytowane numerami, np. [1], a inne referencje będą cytowane zgodnie z konwencją autor-rok, np. [Bel64, KS67].

### 5.1 Wstęp

W XX wieku nastąpiła rewolucja w fizyce, w której musieliśmy porzucić nasze klasyczne intuicje opisu świata. Teoria kwantowa odegrała w tym kluczową rolę, dostarczając przedziwnych, ale jednocześnie niezwykle dokładnych wyjaśnień danych obserwacyjnych. Na przykład nielokalność [Bel64], kontekstualność [KS67] oraz sterowanie [Sch36, WJD07] są przejawami silnych korelacji, naturalnie pojawiających się w mechanice kwantowej, których nie można wyjaśnić w świecie klasycznym. Oprócz ich fundamentalnych implikacji dla podstaw fizyki, te nieklasyczne zjawiska okazują się być zasobem w procesach przetwarzania informacji. Uświadomienie sobie tego spowodowało zmianę w działalności naukowej, której punkt ciężkości przesunął się z prób zrozumienia osobliwości teorii kwantów, w kierunku wykorzystywania tych własności dla naszych korzyści.

Obecnie znamy dwie podstawowe właściwości teorii kwantowej, które potrafimy wykorzystać. Po pierwsze, splątanie: systemy kwantowe mogą być silnie skorelowane i mogą pozostać w takim stanie po ich rozseparowaniu przestrzennym. Po drugie, niekompatybilność pomiarów: istnieją takie cechy układów fizycznych, których wartości nie możemy znać jednocześnie z dowolną dokładnością. W konsekwencji tych właściwości teoria kwantowa wykazuje nieklasyczne cechy, które są wykorzystywane jako zasób w procesach z zakresu teorii informacji. Na przykład splątanie pozwala na obserwację zjawiska nielokalności Bella [Bel64] a sterowanie [Sch36, WJD07], służy jako zasób dla kryptografii kwantowej [BCP<sup>+</sup>14b, CS16]. Z kolei niekompatybilność pomiarów sprawia, że mechanika kwantowa wykazuje właściwości kontekstualne [KS67], co odgrywa fundamentalną rolę w procesach obliczeń kwantowych [HWVE14].

Eksperymenty Bella można przeformułować w języku wnioskowania przyczynowego, co czyni je szczególnym przypadkiem w klasie bardziej ogólnych struktur przyczynowych [WS15]. Szerszym problemem wnioskowania przyczynowego (którego certyfikacja nieklasycznych korelacji Bella jest tylko szczególnym przypadkiem) jest ustalenie, czy określone dane statystyczne są

zgodne z pewną strukturą przyczynową. Innymi słowy, stawiamy pytanie, które hipotezy dotyczące mechanizmu przyczynowego mogą wyjaśnić dane statystyki. Obecnie częściowe rozwiązania tego problemu są wykorzystywane w medycynie, bioinformatyce, procesach przetwarzaniu obrazu oraz eksperymentach w dziedzinie fundamentów mechaniki kwantowej. Niezgodność statystyki kwantowej z klasycznymi strukturami przyczynowymi jest dobrze znanym faktem w eksperymentach Bella [Bel64], jednak niewiele wiadomo na temat ogólnych scenariuszy [HLP14]. Wciąż istnieje wiele nieprzerobionych dotąd lekcji, z których musimy się nauczyć o fundamentach natury oraz tego jak wykorzystać jej ponadklasyczną moc.

## 5.2 Motywacja i cele naukowe

Niezwykłym jest już sam fakt, że Natura jest nielokalna i kontekstualna. Jendak w przypadku tych cech teoria kwantów nie osiąga możliwych wartości maksymalnych, istnieją ograniczenia nieklasyczności teorii kwantów, a tym samym efektywności kwantowych metod przetwarzania informacji. Na przykład można teoretycznie rozważyć statystyki wyników pomiarów, uzyskanych przez odległe od siebie laboratoria, o następujących właściwościach: z obserwowanych korelacji wynika, że laboratoria nie mogą się ze sobą komunikować szybciej od prędkości światła, ale jednocześnie te statystyki nie mogą być wygenerowane eksperymentalnie za pomocą układów kwantowych [PR94, Cir80, Tsi93]. Oznacza to, że tego typu korelacje są logicznie spójne z ograniczeniami operacyjnymi eksperymentu myślowego, a jednocześnie mechanika kwantowa nie pozwala na ich uzyskanie. Ta obserwacja nie jest jedynie matematyczną ciekawostką, ale posiada również praktyczną implikację: gdyby ktoś był w stanie wytworzyć w laboratorium takie “niedozwolone kwantowo” (czyli *postkwantowe*) korelacje, nasze możliwości przetwarzania informacji byłyby znacznie większe – np. problemy związane ze złożonością komunikacji okazałyby się trywialne [VD13]. Ten fakt dostarcza motywacji do zbadania możliwości istnienia korelacji, które można zaobserwować poza teorią kwantową, oraz do tego, by zrozumieć, dlaczego Natura miałaby ich zabraniać. Ten kierunek badań jest zwykle określany jako “charakteryzacja korelacji kwantowych” lub potocznie jako “zrozumienie korelacji kwantowych z zewnątrz”. Dlatego jednym z celów tego kierunku badań jest rozwinięcie intuicyjnego zrozumienia korelacji kwantowych oraz sprecyzowanie ich roli w procesach przetwarzania informacji.

Przykładowo, jeśli chodzi o aplikacje w przetwarzaniu informacji, udowodniono, że korelacje kwantowe w scenariuszach Bella umożliwiają tworzenie kwantowych protokołów kryptograficznych [BCP<sup>+</sup>14b], z których część jest już komercjalizowana – firma ID Quantique rzeczywiście dostarcza już kwantowy sprzęt kryptograficzny, w który wyposażone są smartfony 5G SK Telecom. Z drugiej strony kontekstualność została wykorzystana do uzyskania kwantowej przewagi w obliczeniach [HWVE14]. Postęp w intuicyjnym zrozumieniu potencjału korelacji kwantowych pomoże nam zrozumieć, w jaki sposób dzięki mechanice kwantowej, są możliwe te i inne zastosowania teoretyczno informacyjne.

Kolejną motywacją do zaangażowania się w taki kierunek badań jest pytanie, czy teoria kwantowa jest ostateczną i poprawną teorią opisującą fizykę świata. Rzeczywiście, obecnie teoria kwantowa pozwala nam na najdokładniejszy opis Natury, przynajmniej w skali mikroskopowej. Jednakże nie jest jasne, czy teoria kwantowa jest ostateczną teorią Natury. Jedną z głównych przyczyn takiego stanu rzeczy jest napięcie, jakie wykazuje fizyka kwantowa z Ogólną Teorią Względności – obie teorie różnią się kluczowymi, fundamentalnymi aspektami, takimi jak rola “czasu”. Tradycyjne podejścia do rozwiązywania tego konfliktu, takie jak Teoria Strun, zachowały strukturę teorii kwantowej, modyfikując jednocześnie Ogólną Teorię Względności [Pol98]. Niemniej jednak niedawne spostrzeżenia sugerują potrzebę radykalnej modyfikacji obu teorii [Har07]. Dlatego część społeczności naukowej uważa, że badanie korelacji postkwantowych ma wartość wykraczającą poza cel rozwoju fizycznej intuicji dotyczącej korelacji kwantowych. Dla

tej grupy badaczy korelacje postkwantowe mogą potencjalnie być statystykami obserwowanymi w świecie rzeczywistym.

Standardowe podejście do charakteryzowania korelacji kwantowych polega na postulowaniu prostych i intuicyjnych zasad fizycznych, które ograniczają zestaw korelacji, które mogą pojawić się w eksperymentach typu Bella oraz typu kontekstualnego. Przykładami takich zasad są: *zasada niesygnalizowania* [PR94], *nietrywialna złożoność obliczeniowa* [BBL<sup>+</sup>06, VD13], *zasada przyczynowości informacji* [PPK<sup>+</sup>09], *makroskopowa lokalność* [NW10], *lokalna zasada ortogonalności* [1], oraz *spójna zasada wyłączności* [2]. Omawiany problem jest daleki od rozwiązania, ponieważ wszystkie dotychczas zaproponowane zasady (z możliwym wyjątkiem zasady przyczynowości informacji) są spełnione przez pewne korelacje zwane “prawie kwantowymi” [NGHA15][2], które częściowo wychodzą poza zakres dozwolony przez teorię kwantową.

Eksperyment dotyczący sterowania ma podobną strukturę do eksperymentu Bella, ale wykracza poza minimalistyczną cechę definiującą ten ostatni (który koncentruje się jedynie na statystykach wyników). W przypadku testu sterowania zakładamy, że many eksperymentatora, który – wykonując pomiary na swojej części współdzielonego systemu – zdalnie wpływa (tj. ‘steruje’) stanem podsystemu posiadanego przez odległą odległego partnera (Boba). Zatem rozwiązanie zjawiska sterowania pozwala na badania nieklasycznych korelacji, w kontekście innych założeń niż w przypadku eksperymentów typu Bella, ponieważ uwzględnia zawartość informacyjną stanów kwantowych pod-układu kontrolowanego przez Boba. Wnioski, które można wyciągnąć z tej konfiguracji, a także sposoby przetwarzania informacji, jakie umożliwia, są zatem zasadniczo różne od tych dla eksperymentu typu Bella. Na przykład rozważmy scenariusz kryptograficzny, w którym jedna ze stron – na przykład bank – pragnie mieć bezpieczną komunikację z klientami, którzy mogą dysponować bardziej ograniczonymi rozwiązaniami technicznymi. Tego typu sytuacje najlepiej przedstawić jako scenariusze sterujące (zamiast scenariuszy Bella), ponieważ mają bardziej przystępne standardy certyfikacji bezpieczeństwa [BCW<sup>+</sup>12, BES<sup>+</sup>12]. Siła i zakres sterowania jako zasobu lub metody przetwarzania informacji są wciąż nieznanne, a pół dekady temu jeszcze nie prowadzono badań sterowania kwantowego “z zewnątrz” [Gis89, HJW93, Pus13]. Ponadto systematyczne podejście do certyfikowania sterowalności zebranych eksperymentalnie danych nie zostało wówczas jeszcze w pełni rozwinięte.

Z bardziej ogólnej perspektywy, powszechnie znany scenariusz Bella to tylko szczególnie przypadek tego, co jest znane jako uogólniona sieć bayesowska [HLP14]. Tradycyjne sieci bayesowskie były obszarem aktywnych badań informatyków i statystyków w ciągu ostatnich kilku dziesięcioleci, których pionierem jest w szczególności Pearl [Pea09]. Takie sieci, koncentrujące się na klasycznych eksperymentach, są badane w wielu dyscyplinach w celu rozwiązania problemu wnioskowania przyczynowego – np. w badaniach medycznych, w celu wykazania jakie relacje powinny wykazywać dane statystyczne, abyśmy mogli stwierdzić, że dany lek pomaga lub szkodzi? Uogólniona sieć bayesowska rozszerza tradycyjne ramy, pozwalając tak zwanym zmiennym ukrytym (nieobserwowanym) należeć do układów o dowolnym charakterze (np. takim jak układy kwantowe), zamiast ograniczać je do klasycznych zmiennych losowych. Następnie każda taka sieć definiuje określoną strukturę przyczynową przyjętą dla konfiguracji eksperymentu, która obejmuje zmienne ukryte (nieobserwowane), które mogą również przekazywać oddziaływania przyczynowe. Niedawna praca [HLP14] sklasyfikowała różne struktury przyczynowe i zidentyfikowała zbiór, który może potencjalnie wykazywać lukę pomiędzy statystykami dozwolonymi klasycznie i tymi dozwolonymi kwantowo. Jednak kwestią otwartą pozostało pytanie, czy istnieje prostszy scenariusz niż scenariusz Bella, który rzeczywiście wykazuje taką lukę, oraz jakie byłyby tego konsekwencje.

Wreszcie pojawia się kwestia wykorzystania tych nieklasycznych korelacji (obserwowanych w uogólnionych sieciach bayesowskich scenariuszy kontekstualnych lub sterowania) do realizacji protokołów przetwarzania informacji, jak i innych zastosowaniach technicznych. Postęp w udzie-

laniu odpowiedzi na to pytanie jest dość zróżnicowany, ponieważ niektóre scenariusze (takie jak scenariusz bellowski) zostały zbadane dokładniej niż inne. Niemniej badanie wszelkich takich korelacji jako zasobu może obecnie wukorzystywać niedawno sformalizowaną koncepcję teorii zasobów [CFS16]. Teoria zasobów bada, jak efektywny jest dany system fizyczny w odniesieniu do konkretnego zadania, które mamy na myśli – na przykład w kontekście termodynamiki można starać się zrozumieć zasoby nierównowagi termicznej pod kątem ich zdolności do wykonywania użytecznej pracy. Szczególny sposób, w jaki teoria zasobów podchodzi do tego pytania, polega na badaniu, jakie zasoby można przekształcić w inne za pomocą procesów uważanych za “bezkosztowe (lub wolne)”. Teorie zasobów są obecnie tworzone w wielu różnorodnych dziedzinach fizyki, wraz z modelami zasobów, takich jak np. atermalność [BHO<sup>+</sup>13], asymetria [GS08], splątanie [HHHH09], nie-Gaussowskość rozkładów [BESP03], procesy nie-Markowskie [RHP14], wiedza [DRKR15], koherencja [BCP14a, SL19], kontekstualność [GHH<sup>+</sup>14, VMGE14], i nielokalność Bella [DV14, GA17].

W celu pełnego zrozumienia i ujęcia ilościowego nieklasycznych korelacji, które omówiliśmy do tej pory, należy uwzględnić wspomniane rozważania dotyczące teorii zasobów. Na przykład tylko wtedy, gdy opracowana zostanie teoria zasobów dla nielokalności Bella, można określić precyzyjnie które korelacje są bardziej klasyczne niż inne, i wyrazić ilościowo taką nieklasyczność. Takie uporządkowanie zasobów i to jak określić ilościowo ich koszt, może pomóc nam zidentyfikować rzeczywiste nieklasyczne cechy Natury, które zapewniają możliwości przetwarzania informacji i innych powiązanych zadań. Mimo że podjęto pewne kroki w kierunku opracowania teorii zasobów dla zjawisk badanych w niniejszej rozprawie habilitacyjnej, kwestią otwartą pozostaje ogólne podejście i fundamentalne zrozumienie korelacji kwantowych jako zasobu. Badania przedstawione w niniejszej rozprawie habilitacyjnej mają na celu dokonanie decydującego kroku ku rozwiązaniu przedstawionych tutaj otwartych problemów. Naszym celem jest

- rozwijanie teoretycznych narzędzi niezbędnych do badania “teorii kwantowej z zewnątrz” w eksperymentach wykraczających poza tradycyjne schematy Bellowskie i kontekstualne,
- postęp w zrozumieniu sterowania jako zasobu, biorąc pod uwagę względy praktyczne,
- budowa intuicyjnego zrozumienia prawie-kwantowych korelacji i ustalenie zasad które wykluczają ich wystąpienie
- badanie korelacji w bardziej ogólnych strukturach przyczynowych i opracowywanie narzędzi teoretycznych, które umożliwią ich badanie możliwości ich zastosowania w przetwarzaniu informacji.

### 5.3 Podsumowanie

Pierwszym zjawiskiem, które zbadalam było sterowanie, nie było on jeszcze wtedy powszechnie badane. To pozwoliło mi zbadać różne aspekty tego zjawiska. Najpierw przestudiowałam zjawisko sterowania kwantowego: scharakteryzowaliśmy ilościowo sterowanie kwantowe na podstawie tego, ile klasycznej informacji muszą wymienić Alicja i Bob, aby móc symulować kwantowy asamblaż za pomocą klasycznych zasobów [A]. Okazało się, że niektóre przypadki wymagają wymiany nieskończonej ilości informacji, w przeciwieństwie do podobnych sytuacji dla scenariusza Bella (który wymaga wymiany co najwyżej 2 bitów). Znaleźliśmy również ściśle wyrażenia dla dolnych granic kosztu komunikacyjnego, łącznie z sytuacją, w której symulacja może być z pewnymi błędami. Kolejny aspekt sterowania kwantowego, który zbadalam, dotyczył tego, jak certyfikować je w niewyidealizowanych scenariuszach [B]. Oznacza to, że zadaliśmy pytanie, jak opracować metodę pozwalającą stwierdzić, czy dany asamblaż jest sterowalny, jeśli weźmiemy pod uwagę błędy i straty eksperymentalne. Technika, którą opracowaliśmy, bierze pod uwagę ogólną wydajność układu  $\eta$  i konstruuje nierówności sterowania, których złamanie wskazuje na generację sterowalnych asamblaży, jednocześnie zamykając tak zwaną lukę detekcji. Nasza meto-



da jest ogólna: można przyjąć różne efektywności dla poszczególnych konfiguracji pomiarowych, a nawet jest stosowalna w przypadku skorelowanych strat u Alicji i Boba. Pozwala to na poznanie dotychczas niezbadanego zakresu modeli strat, nie tylko w eksperymentach sterowania, ale także w testach Bella.

Ponadto badałam zagadnienie sterowania postkwantowego. Możliwość badania sterowania poza obszarem teorii kwantów została odkryta w pracy [C], która jest jednym z osiągnięć przedstawionych w tej rozprawie habilitacyjnej. Znaleźliśmy wielostronne [C, D, E] oraz uogólnione dwustronne scenariusze sterowania [F], w których sterowanie jest zgodne z zasadą niesygnalizacji, ale jest niemożliwe przy użyciu zasobów kwantowych. Ponieważ jako pierwsi odkryliśmy sterowanie postkwantowe, następnym krokiem było opracowanie formalizmu matematycznego w celu uzyskania ujednoczonego opisu z tym dla sterowania kwantowego. Opracowaliśmy formalizm łączący sterowanie z operatorami hermitowskimi [D] i osobny formalizm wiążący sterowanie z przyczynowymi kanałami kwantowymi [E]. Te formalizmy pozwoliły nam nawet wyjść poza sterowanie i zdefiniować pojęcia postkwantowej nielokalności Buscemi i postkwantowej nieklasycznej teleportacji, które są dwoma innymi nieklasycznymi zjawiskami [E]. Co ważne, pokazaliśmy również, że sterowanie postkwantowe jest prawdziwie nowym zjawiskiem, a nie tylko kolejnym przejawem postkwantowej nieklasyczności Bella lub nieklasyczności instrumentalnej. Oznacza to, że znaleźliśmy sterowanie postkwantowe, które nie prowadzi do korelacji postkwantowych w scenariuszach typu Bella lub instrumentalnych [C, D, E, F]. Co więcej, opracowaliśmy techniki numeryczne do testowania postkwantowości sterowania [C, F].

Drugi temat, który badałam, dotyczy statystycznych przewidywań, które występują w testach Bella i eksperymentach z kontekstualnością. Badania te były motywowane pytaniem, w jaki sposób należy scharakteryzować korelacje kwantowe na podstawie prostych podstawowych zasad. Skupiłam się na analizie zbioru korelacji prawie kwantowych [G, H] oraz tego jak odróżnić go od zbioru korelacji kwantowych [I, J]. Najpierw znaleźliśmy fizyczną zasadę, która precyzyjnie wyodrębnia zbiór prawie kwantowych korelacji w scenariuszach Bella i scenariuszach kontekstualnych, i nazwaliśmy ją zasadą makroskopowej nie-kontekstualności [G]. Następnie, zbadaliśmy strukturę korelacji prawie kwantowych, zwłaszcza w kontekście testów Bella z wieloma obserwatorami [H]. Okazało się, że związek pomiędzy zbiorem korelacji prawie kwantowych a zbiorem korelacji zdefiniowanych przez hierarchię Navascués-Pironio-Acín [NPA07, NPA08, PNA10] jest bardziej złożony niż to, co sugerują ich relacje w przypadku testów z dwoma obserwatorami. Zatem zrozumiecie tych ostatnich nie pozwala na uchwycenie wszystkich subtelności zagadnień z wieloma obserwatorami. Następnie przystąpiliśmy do próby identyfikacji własności fizycznej która jest cechą korelacji kwantowych, a nie występuje w przypadku korelacji prawie-kwantowych. Z jednej strony stwierdziliśmy, że każda teoria fizyczna, której przewidywania statystyczne są oparte na korelacjach prawie kwantowych, narusza *hipotezę braku ograniczeń* [I]. Z drugiej strony pokazaliśmy, że prawie kwantowe korelacje naruszają statystyczne konsekwencje zasady Speckera, a zatem każda prawie kwantowa teoria fizyczna naruszyłaby zasadę Speckera na poziomie dokładnych pomiarów [J]. Wyniki te stanowiły postęp w programie badawczym, o którym sądzono, że zasadniczo utknął w martwym punkcie.

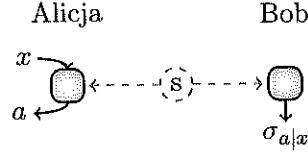
Ostatnia tematyka moich badań rozpoczęła się od analizy tradycyjnych zjawisk rozważanych ramach studiów podstaw fizyki kwantowej i ewoluowała w kierunku badania struktur przyczynowych. Najpierw pokazaliśmy, że najprostsza interesująca taka struktura, zwana scenariuszem *instrumentalnym*, może wykazywać cechy podobne do tych w nieklasyczności bellowskiej, sterowaniu i kontekstualności. Scenariusz instrumentalny może dopuszczać statystyki obserwowanych wyników, które nie mogą występować w teorii klasycznej, a nawet takie, które nie są zgodne z przewidywaniami kwantowymi [K]. Kluczowym spostrzeżeniem tutaj było matematyczne połączenie scenariusza Bella dla dwóch obserwatorów ze scenariuszem instrumentalnym, co pozwoliło nam na użycie do badania tego drugiego całej wiedzy i techniki stosowanej w dobrze

zbadanych scenariuszach Bella. Praca [K] ukazuje, w jaki sposób badanie nieklasycyzacji w scenariuszach Bella może wpływać na analizę bardziej ogólnych mechanizmów przyczynowych. Z drugiej strony praca [L] może być uznana za przedstawiającą odwrotny punkt widzenia: w jaki sposób intuicje wynikające z przyjęcia perspektywy przyczynowej mogą wpłynąć na rozwój naszego zrozumienia nieklasycyzacji Bella. W pracy [L] opracowaliśmy teorię zasobów dla korelacji w scenariuszu Bella. Kluczową kwestią było tutaj odejście od tradycyjnego podejścia do twierdzenia Bella (które konfrontuje mechanikę kwantową z pojęciami lokalności i realizmu) i zamiast tego przyjrzeć się temu z perspektywy przyczynowej. Pozwoliło nam to uzasadnić wybór *lokalnych operacji i dzielonej losowości* (LOSR) jako odpowiedniego wyboru dla zestawu bez-kosztowych operacji, co był impulsem do odkrycia różnych właściwości porządkowania zasobów w scenariuszach Bella. Na przykład sprawdzenie zamienności zasobów można przeprowadzić za pomocą numerycznie wydajnego algorytmu, ale nawet w najprostszym scenariuszu Bella potrzebowalibyśmy co najmniej ośmiu odrębnych zasobów – monotonów – aby określić ilościowo nieklasycyzację. W rzeczywistości monotony zdefiniowane do tej pory w literaturze nie stanowią nawet w przybliżeniu kompletnego zbioru. Co najważniejsze, odkryliśmy, że istnieją nieskończone zbiory nieporównywalnych zasobów, nawet jeśli są one ograniczone do korelacji kwantowych. Co więcej, istnieje nieskończony zestaw korelacji kwantowych maksymalizujących te zasoby kwantowe – co oznacza, że dla korelacji kwantowych nie ma w tym przypadku odpowiednika stanu maksymalnie splątanego. Wreszcie, kluczowym fundamentalnym aspektem w pracy [L] jest to, że nasza technika definiowania teorii zasobów może być użyta do analizy struktur przyczynowych nie związanych ze scenariuszami Bella. Podaliśmy tego przykład, ustanawiając teorię zasobów dla trójkątnej-z-ustawieniami struktury przyczynowej. Nasze wyniki mogą umożliwić systematyczne badanie zasobów wykraczających poza scenariusze Bella.

#### 5.4 Sterowanie Einsteina-Podolskiego-Rosena w teorii kwantowej

Koncepcja sterowania została po raz pierwszy wprowadzona przez E. Schrödingera w 1935 r. [Sch36, Sch35] w odpowiedzi na paradoks Einsteina, Podolskiego i Rosena [EPR35]. Jest to zjawisko, w którym jedna ze stron, Alicja, wykonując pomiary na jednej części wspólnego układu, pozornie zdalnie steruje stanem podukładu utrzymywanego przez stronę odległą, Boba, w sposób, który nie ma wyjaśnienia w kategoriach klasycznych wpływów przyczynowych. Dopiero niedawno sterowanie zostało formalnie zdefiniowane w kwantowo-informatycznym ujęciu [WJD07], jako sposób certyfikowania splątania systemów kwantowych bez konieczności ufania jednej ze stron lub gdy jedna ze stron używa niescharakteryzowanych urządzeń. W tym schemacie niescharakteryzowana strona poprzez demonstracje sterowania przekonuje drugą stronę, o tym, że dzielą ze sobą splątanie. Ponadto, jeśli wszystkie strony są niescharakteryzowane (lub niezaufane), można wtedy odtworzyć niezależne od urządzenia realizację standardowego testu Bella. Sterowanie można zatem postrzegać jako jedno z rodziny zjawisk nieklasycznych, ściśle związanych ze splątaniem i nielokalnością Bella [Bel64]. Rzeczywiście, nielokalność Bella implikuje sterowanie, a sterowanie pociąga za sobą splątanie. Jednak te trzy koncepcje nie są równoważne [WJD07, QVC<sup>+</sup>15].

Formalnie najprostszy test sterowania definiuje się następująco: w odległych laboratoriach znajdują się dwie strony eksperymentu, Alicja i Bob, z których każda odgrywa inną rolę (patrz rys. 1). Alicja (tzw. grupa sterująca) posiada dostęp do “czarnej szynki” i jej działania są ograniczone do wyboru klasycznej wartości  $x$ , którą wprowadzana do skrzynki, oraz zarejestrowania klasycznej wartości  $a$ , która pojawia się na wyjściu skrzynki. W kwantowo mechanicznej realizacji eksperymentu  $x$  determinowałoby ustawienie urządzenia pomiarowego Alicji oddziałującego z jej podukładem kwantowym, natomiast  $a$  oznaczałby wynik pomiaru. Ale w omawianej wersji eksperymentu (tj. czarnej skrzynki), nie ma informacji o konkretnym działaniu urządzenia



Rysunek 1: **Tradycyjny scenariusz sterowania dwustronnego**: źródło  $S$  dystrybuuje układ pomiędzy Alicją i Bobem. Alicja steruje Bobem, wykonując pomiar oznaczony jako  $x \in \mathbb{X}$  na jej części układu i uzyskuje wynik  $a \in \mathbb{A}$ . Część układu Boba jest sterowana do postaci zredukowanego stanu warunkowego  $\sigma_{a|x}$  systemu kwantowego.

pomiarowego - pod uwagę brane są tylko wartości  $(a, x)$ . Z kolei sytuacja w laboratorium Boba (zwanym stroną „sterowaną”) jest w pełni opisana za pomocą mechaniki kwantowej: ma on dostęp do układu kwantowego, którego stan zredukowany,  $\rho_R$ , odpowiada stanowi kwantowemu jego podukładu. Każda runda eksperymentu polega na tym, że Alicja wybiera dane wejściowe  $x$  i uzyskuje wynik  $a$  z prawdopodobieństwem  $p(a|x)$ , a Bob uzyskuje warunkowy stan zredukowany  $\rho_{a|x}$ , w którym znalazł się jego podukład poprzez sterowanie. Niech  $\mathbb{X}$  oznacza zbiór możliwych wartości dla  $x$ , a  $\mathbb{A}$  zbiór możliwych wyników<sup>1</sup>  $a$ , które Alicja może uzyskać. Wygodnie jest pracować z nieunormowanymi stanami sterowanymi  $\sigma_{a|x} := p(a|x) \rho_{a|x}$ , które zawierają informację zarówno o prawdopodobieństwach strony sterującej ( $p(a|x) = \text{tr} \{ \sigma_{a|x} \}$ ) jak i warunkowe stany zredukowane strony sterowanej ( $\rho_{a|x} = \frac{\sigma_{a|x}}{\text{tr} \{ \sigma_{a|x} \}}$ ). Zbiór takich nieunormowanych stanów warunkowych jest określany jako *zespół sterowany lub asamblaż* (ang. assemblage) [Pus13], i tutaj będziemy go oznaczać jako  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}} := \{ \sigma_{a|x} \}_{a \in \mathbb{A}, x \in \mathbb{X}}$ .

Intuicyjnie, jeśli Alicja i Bob dzielą wspólny stan kwantowy, można oczekiwać, że Alicja będzie w stanie wpływać na podukład Boba tak, by sprowadzić go do pewnego zespołu sterowanego, co nie byłoby możliwe do osiągnięcia, gdyby dzielili stan separowalny – i rzeczywiście tak jest. Zespoły sterowane, do których Alicja może sprowadzić Boba bez potrzeby splątania, są zwykle nazywane *niesterowanymi* lub *LHS*, gdzie LHS oznacza „lokalny stan ukryty” (ang. local hidden state). Mówi się, że eksperyment wykazał sterowanie, jeśli przygotowywany jest zespół sterowany, który nie jest typu LHS.

W tej rozprawie habilitacyjnej podjęliśmy wstępne kroki w kierunku zrozumienia zespołów sterowanych jako zasobu, pokazując, ile klasycznej komunikacji Alicja i Bob musieliby wymienić, aby zasymulować kwantowe zespoły sterowane za pomocą dzielonych między sobą zasobów klasycznych [A]. Co więcej, dalej badaliśmy sterowanie jako zasób w bardziej realistycznych konfiguracjach, powracając do pytania, ‘czy dany zespół sterowany jest osiągalny’ – opracowaliśmy narzędzia do certyfikacji sterowania poza wyidealizowaną konfiguracją, biorąc pod uwagę eksperymentalne błędy i straty [B]. Te dwa osiągnięcia są omówione poniżej.

#### 5.4.1 Koszt komunikacji sterowania kwantowego

W tradycyjnym dwustronnym scenariuszu sterowania (patrz rys. 1), zespół sterowany jest uważany za niesterowalny, jeśli dopuszcza *lokalny model stanu ukrytego* (ang. local hidden state model). W modelu LHS źródło  $S$  dystrybuuje klasyczną zmienną losową  $\lambda$  do Alicji i Boba, Alicja uzyskuje wynik  $a$  z prawdopodobieństwem podanym przez funkcję odpowiedzi  $p(a|x\lambda)$ , a Bob przygotowuje znormalizowany stan kwantowy  $\rho_\lambda$ . Elementy zespołu sterowanego, które

<sup>1</sup>W zasadzie różne pomiary mogą mieć różne zbiory wyników. Jednak można przyjąć bez utraty ogólności, że wszystkie zbiory wyników są takie same. W tej pracy będziemy postępować zgodnie z tym podejściem.

można wyprodukować za pomocą takiego modelu to:

$$\sigma_{a|x} = \int d\lambda p(\lambda) p(a|x\lambda) \rho_\lambda,$$

gdzie  $p(\lambda)$  jest rozkładem prawdopodobieństwa źródła względem możliwych wartości  $\lambda$ .

Wiadomo, że niektóre kwantowe zespoły sterowane (tj. zespoły sterowane wytwarzane poprzez pomiar dzielonych stanów kwantowych) nie dopuszczają modelu LHS [WJD07]. Tutaj pytamy, jak te sterowalne zespoły mogą być symulowane zamiast splątania przy użyciu klasycznej komunikacji pomiędzy Alicją i Bobem [A]. Niech  $\mathbf{m}$  będzie klasyczną wiadomością złożoną z  $t$  bitów, którą Alicja wysyła do Boba po wybraniu wejścia  $x$ . W tej konfiguracji Bob może więc przygotować znormalizowany stan kwantowy  $\rho_{\mathbf{m},\lambda}$ , używając częściowej (lub pełnej) wiedzy na temat  $x$ , którą poznaje poprzez  $\mathbf{m}$ . Elementy zespołu sterowanego, które Alicja i Bob mogą zasymulować za pomocą tego protokołu to:

$$\sigma_{a|x}^{\text{sym}} = \sum_{\mathbf{m}} \int d\lambda p(\lambda) q(\mathbf{m}|x, \lambda) p(a|x\lambda) \rho_{\mathbf{m},\lambda},$$

gdzie  $q(\mathbf{m}|x, \lambda)$  jest prawdopodobieństwem, że Alicja wyśle wiadomość  $\mathbf{m}$  biorąc pod uwagę, że otrzymała zmienną  $\lambda$  i wybrane dane wejściowe  $x$ .

Zaczynamy od wykazania, że jeśli Alicja i Bob dążą do symulacji dowolnego zespołu sterowanego (w granicy  $|\mathbb{X}| \rightarrow \infty$  dla liczności klasycznych danych wprowadzanych  $x$ ) wytworzonego z dwustronnego czystego stanu splątanego (nawet o lokalnym wymiarze 2), to długość  $t$  wymaganej wiadomości musi być nieskończona [A, Result 1]. Pokazujemy również, że to zachowanie dominuje w przypadku pewnych mieszanych stanach splątanych dwóch podukładów [A, Result 2]. Wyniki te pokazują, że koszt komunikacji dowolnego sterowania jest nieskończony, ale co bardziej istotne, pokazują one również, że scenariusze sterowania wykazują zdecydowanie inne cechy niż z ich odpowiedniki w testach Bella: zupełnie inne są koszty komunikacji sterowania kwantowego i nielokalności kwantowej. Podczas gdy koszt komunikacji sterowania jest nieskończony dla każdego splątanego stanu czystego dwóch kubitów, w kontekście nielokalności wystarczy kilka bitów. W szczególności, statystyki lokalnych pomiarów rzutowych w przypadku stanu maksymalnie splątanego można odtworzyć za pomocą jednego bitu komunikacji [TB03], podczas gdy dwa bity wystarczają dla stanów częściowo splątanych [TB03]. W przypadku stanów układów o wyższym wymiarze wykazano, że dwa bity komunikacji wystarczają do odtworzenia korelacji pomiarów dychotomicznych dla dowolnych dwustronnych stanów splątanych [RT09]. Niemniej wiadomo, że statystyki ogólnych pomiarów dotyczących stanów maksymalnie splątanych o wymiarach  $d \times d$  wymagają komunikacji, której zawartość informacyjna wzrasta (przynajmniej) jak  $O(d)$  [BCT99].

W tej konfiguracji dokładniej zbadaliśmy koszt komunikacyjny przybliżonego symulowania dowolnego zespołu sterowanego utworzonego z czystego stanu splątanego dwóch kubitów. Okazało się, że długość wiadomości  $t$  jest ograniczona od dołu poprzez wyrażenie [A, Result 4]:

$$t \geq t_{\text{bound}} = \log_2 \left( \frac{2}{1 - \sqrt{1 - 4\epsilon^2}} \right),$$

gdzie  $\epsilon > 0$  jest tolerancją błędów, tj.:

$$d(\rho_{a|x}^{\text{sym}}, \rho_{a|x}) \leq \epsilon, \quad \forall a, x, \text{ takich, że } p(a|x) \neq 0,$$

gdzie z kolei  $d(\rho, \rho') = \frac{1}{2} \|\rho - \rho'\|$  jest dystansem śladowym, a  $\rho_{a|x}^{\text{sym}}$  (odp.  $\rho_{a|x}$ ) jest znormalizowanym stanem odpowiadającym  $\sigma_{a|x}^{\text{sym}}$  (odp.  $\sigma_{a|x}$ ). Widzimy więc, że  $\epsilon \rightarrow 0$  implikuje  $t \rightarrow \infty$ , co jest zgodne z Wynikiem 1 z pracy [A].

Wreszcie, dla scenariuszy sterowania z dowolną (ale skończoną) liczbą pomiarów  $|\mathbb{X}|$ , wprowadziliśmy metodę wyznaczania dolnej granicy kosztu komunikacyjnego symulacji dowolnego zespołu sterowanego. Dokładniej mówiąc, pokazaliśmy, że jeśli Alicja i Bob chcą symulować zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}$ , to długość  $t$  wiadomości jest ograniczona przez [A, Result 3]

$$t \geq \log_2[\nu(\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}) + 1],$$

gdzie  $\nu(\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}})$  jest kwantyfikatorem sterowania zwanym *odpornością LHS* (ang. LHS robustness) [PW15].

#### 5.4.2 Certyfikacja sterowalności w układach eksperymentalnych: metody analityczne

Sterowalne zespoły kwantowe są zasobem w kwantowo informatycznych rozwiązaniach pewnych zagadnień [BCW<sup>+</sup>12, CS16]. Dlatego naturalnym pytaniem jest, w jaki sposób możemy certyfikować sterowalność danego zespołu. Podobnie jak w przypadku nielokalności Bella, typowym podejściem jest znalezienie nierówności, które mogą być złamane przez zespoły sterowalne, podczas gdy przez zespoły typu LHS już nie. Jeśli dany zespół sterowany narusza pewną nierówność tego typu, to mamy gwarancję że dany zespół jest sterowalny. Formalnie, w tradycyjnym scenariuszu dwustronnym, liniowa nierówność sterowania jest określona przez zbiór operatorów  $\{F_{ax}\}_{a \in \mathbb{A}, x \in \mathbb{X}}$ , z których budujemy liniowy funkcjonal:

$$\beta := \text{tr} \left\{ \sum_{a \in \mathbb{A}, x \in \mathbb{X}} F_{ax} \sigma_{a|x} \right\}. \quad (1)$$

Przez  $\beta^{\text{LHS}}$  oznaczmy maksymalną wartość, jaką może osiągnąć  $\beta$  na zbiorze zespołów sterowanych typu LHS. Można ją otrzymać za pomocą programowania półokreślonego (ang. semidefinite program, SDP) [CS16]. Nierówność sterowania jest zatem zdefiniowana przez funkcjonal równanie (1), wyrażona jest jako:

$$\text{tr} \left\{ \sum_{a \in \mathbb{A}, x \in \mathbb{X}} F_{ax} \sigma_{a|x} \right\} \leq \beta^{\text{LHS}}. \quad (2)$$

Asamblaż, który daje  $\beta > \beta^{\text{LHS}}$  jest zatem sterowalny.

Niemniej w każdej rzeczywistej eksperymentalnej realizacji sterowania w nieunikniony sposób będą występować niedoskonałości, co oznacza, że omawiane wyidealizowane podejście nie będzie ściśle zastosowalne. Poniżej przedstawiamy metodę modyfikacji nierówności sterowania tak, aby mogły one w rzetelny sposób certyfikować sterowalne zespoły przy pewnych eksperymentalnych niedoskonałościach [B]. Niedoskonałości, którymi się zajmujemy, są związane z niedoskonałą detekcją (ang. *detection loophole*), obejmującą także straty cząstek. Problem związany z niedoskonałą detekcją polega na tym, że czyniąc założenie, że zbiór zarejestrowanych zdarzeń przez Alicję (detekcje cząstek) wiernie odzwierciedla rozkład zdarzeń, które by nastąpiły przy bezstratnej detekcji, możemy błędnie sądzić, że dany asamblaż jest sterowany, podczas gdy w rzeczywistości użyty stan kwantowy był separowalny. Aby temu zapobiec, opracowaliśmy metodę modyfikacji nierówności sterowania, tak aby uwzględnić efektywność detekcji<sup>2</sup>  $\eta_x$  dla każdego ustawienia pomiarowego  $x \in \mathbb{X}$ . Wprowadzamy następujące oznaczenie  $\eta := \{\eta_x\}_{x \in \mathbb{X}}$ .

<sup>2</sup>Tutaj, "efektywność detekcji" odnosi się do całkowitego prawdopodobieństwa tego, że jeżeli cząstka dotrze do detektora to detektor ją zarejestruje, dla konkretnej konfiguracji powiązanego z eksperymentem układu pomiarowego.

Głównym pomysłem jest rozważenie scenariusza sterowania (nazywany scenariuszem *a priori*), w którym pomiary mają  $|\mathbb{A}| + 1$  wyników oraz rozszerzony opis danego eksperymentu sterującego uwzględniający ten dodatkowy wynik  $[\mathbb{B}]$ , będący brakiem detekcji u Alicji, wynikającym z wyżej wspomnianych niedoskonałości. Oznaczamy taki “wynik” przez 0. W eksperymencie sterującym zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}$  jest zatem rozumiany jako zespół sterowany w scenariuszu *a priori* po post-selekcji, biorącej pod uwagę tylko powtórzenia eksperymentu w których detekcja u Alicji nie zawiodła. Formalnie niech  $\{\sigma_{a|x}^0\}$  będzie zespołem sterowanym w scenariuszu *a priori*. Jego post-selekcja odpowiada zespołowi sterowanemu  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}$  z elementami:

$$\sigma_{a|x} = \frac{1}{\eta_x} \sigma_{a|x}^0.$$

Test sterowania jest niezawodny, chroni przed wyżej wymienionymi “falszywymi pozytywnymi wynikami”, to taki, który stwierdza, że zespół  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}$  jest sterowalny tylko wtedy, gdy  $\{\sigma_{a|x}^0\}$  nie jest typu LHS. Formalnie narzucamy ten warunek, biorąc pod uwagę funkcjonal sterujący w formie z równania (1) i obliczając nowe ograniczenie  $\beta^{\text{LHS}}(\eta)$ , którego złamanie certyfikuje sterowalność  $[\mathbb{B}, \text{Eq. (11)}]$ .

Nasza metoda dostosowania nierówności sterowania pozwala nam nie tylko certyfikować sterowalność wolną od luk w detekcji, ale także pozwala nam zbadać, które nierówności sterujące i jaki w ich przypadku zakres efektywności detekcji pozwala na testowanie sterowania. W istocie, gdy efektywności są zbyt niskie lub nierówność nie jest optymalna, wtedy żadna wartość funkcjonału sterowania nie może świadczyć o sterowalności zespołu.

Następnie zbadaliśmy pewną rodzinę nierówności sterowania, a w szczególności ich sile i przydatność do certyfikacji sterowania. Rozważaliśmy przypadek, w którym operatory  $F_{ax}$  są proporcjonalne do projektorów rzędu-1. Pokazaliśmy, że takie nierówności są najbardziej odporne na straty, tzn., że w ich przypadku graniczne efektywności detektorów są najniższe. Mianowicie, pokazaliśmy, że nierówności te mogą zostać złamane przez pewien zespół sterowalny, o ile  $\langle \eta \rangle > \frac{1}{|\mathbb{X}|}$ , gdzie  $\langle \eta \rangle$  jest średnią sprawnością detekcji. Granica, którą znaleźliśmy, jest ścisła. Wykazaliśmy bowiem, że sterowanie nie może zostać wykryte, gdy  $\langle \eta \rangle \leq \frac{1}{|\mathbb{X}|}$  [SGDA<sup>+</sup>12, SNC14]. Co więcej, ustaliliśmy wymagania dotyczące minimalnej sprawności detekcji, gdy zespoły sterowane są generowane z czystych stanów kwantowych z domieszką białego szumu. Otrzymaliśmy precyzyjne relacje między granicznymi średnią sprawnością detekcji i ilością białego szumu pozwalającymi na certyfikację sterowania  $[\mathbb{B}, \text{Eq. (26)}]$ .

W dalszej części pracy pokazaliśmy, w jaki sposób naszą metodę można zastosować w scenariuszach sterowania wielostronnego [HR13, CSA<sup>+</sup>15] i skupiliśmy się na testach, które mogą wykazać, że asamblaż nie jest rezultatem stanu całkowicie separowalnego. Wyraźnie określiliśmy nowe skorygowane ograniczenie dla scenariusza sterowania z dwiema stronami, którym nie ufamy  $[\mathbb{B}, \text{Eq. (38)}]$ . Aby podać konkretny przykład naszej techniki, omówiliśmy dalej dwa funkcjonały sterowania i zbadaliśmy ich zakres użyteczności w certyfikacji sterowalności, gdy dzielone stany kwantowe to stany GHZ i W, czyli dla archetypów trójdzielnych stanów splątanych. Rozważyliśmy straty izotropowe i nieskorelowane.

Na koniec omówiliśmy również, w jaki sposób naszą technikę można zastosować do scenariuszy Bella, modyfikując lokalne granice nierówności Bella, tak aby mogły certyfikować nielokalność w sposób wolny od luki detekcyjnej. Zastosowaliśmy naszą metodę do rodziny zmodyfikowanych nierówności CHSH [AMP12] i odtworzyliśmy dwa znane wyniki: wynik Eberharda mówiący, że test Bella nie jest możliwy, gdy  $\eta \leq \frac{2}{3}$  [Ebe93], i przypadek asymetryczny (Alicja posiada doskonale detektory), w którym nie jest możliwy test, gdy  $\eta \leq \frac{1}{2}$  [Gar10]. Nasza metoda pozwala jednak wyjść poza podejście do efektywności detekcji prezentowane w [Bra11], które zakłada, że nie jest skorelowane prawdopodobieństwo zdarzeń braku kliknięć w laboratoriach Alicji i Boba. Jest to bardzo rozsądne założenie, ale nie musi być spełnione w ogólnym przypad-

ku. Aby podać przykład ogólności naszego podejścia, rozważaliśmy więc przypadek, w którym brak kliknięć w laboratorium Alicji jest doskonale skorelowany z brakiem kliknięć w laboratorium Boba, tj. jeśli w jednej rundzie jedna ze stron nie zarejestruje kliknięcia, to druga strona również. Tutaj stwierdziliśmy, że zmodyfikowane ograniczenie  $\beta^{\text{lokalne}}(\eta)$  zawsze pokrywa się z idealnym ograniczeniem LHS i dlatego zapewnia test pozbawiony luk detekcyjnych dla dowolnej wartości  $\eta$ . Nasza analiza pokazuje zatem, że w rzeczywistości takie doskonale skorelowane straty są z punktu widzenia złośliwego przeciwnika (lub zmanipulowanego źródła) najgorszą strategią oszukiwania pozorującą niedoskonałą detekcję. Jest tak, ponieważ w tym przypadku test nie zależy od efektywności detekcji, nie ma luki.

## 5.5 Sterowanie Einsteina-Podolskiego-Rosena: poza teorią kwantową

Badanie postkwantowej nieklasyczności Bella jest bardzo rozpowszechnione w dziedzinie fundamentów fizyki kwantowej. Niemniej jednak niewiele wiadomo na temat sterowania poza scenariuszami kwantowymi. Jednym z powodów takiego stanu rzeczy jest kwantowa natura podukładu Boba: w jaki sposób możemy uogólnić scenariusz sterowania na dowolne teorie fizyczne, zachowując kwantowość systemu Boba? Inną przeszkodą w badaniach nad sterowaniem postkwantowym jest znane twierdzenie Gisina [Gis89] oraz Hughstona, Josza i Woottersa [HJW93] (GHJW), które stwierdza, że tradycyjny scenariusz sterowania (rys. 1) może nigdy nie wykazywać postkwantowego sterowania (poniżej znajduje się formalna definicja). W tej rozprawie habilitacyjnej pokazaliśmy, jak można sformalizować koncepcję sterowania poza teorią kwantową [C, D, E, F] i pokazaliśmy, że istnieją sytuacje, w których twierdzenie GHJW nie ma zastosowania, tj. może istnieć sterowanie postkwantowe zgodne z zasadą braku sygnalizacji [C, F].

Zacznę od przedstawienia koncepcji sterowania postkwantowego. Rozważmy zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}$  w tradycyjnym scenariuszu sterowania dwustronnego (patrz rys. 1). Mówi się, że zespół sterowany spełnia zasadę *braku sygnalizacji* wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\sum_{a \in \mathbb{A}} \sigma_{a|x} = \sum_{a \in \mathbb{A}} \sigma_{a|x'}, \quad \forall x, x' \in \mathbb{X}, \quad (3)$$

$$\text{tr} \left\{ \sum_{a \in \mathbb{A}} \sigma_{a|x} \right\} = 1, \quad \forall x \in \mathbb{X}. \quad (4)$$

Zespoły sterowane spełniające zasadę braku sygnalizacji nazywane są *niesygnalizującymi zespołami sterowanymi*.

Co więcej, mówimy że zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}$  posiada *kwantową realizację* wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje przestrzeń Hilberta Alicji  $\mathcal{H}_A$ , znormalizowany stan kwantowy  $\rho \in \mathcal{B}(\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B)$  oraz (kompletny) pomiar rzutowy<sup>3</sup>  $\{\Pi_{a|x}\}_{a \in \mathbb{A}}$  dla każdego  $x \in \mathbb{X}$  taki, że

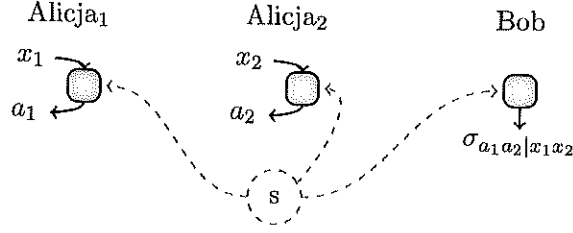
$$\sigma_{a|x} = \text{tr}_A \left\{ (\Pi_{a|x} \otimes \mathbb{I}_{\mathcal{H}_B}) \rho \right\}, \quad \forall a \in \mathbb{A}, x \in \mathbb{X}. \quad (5)$$

Pytanie, które nas wówczas interesuje, jest następujące:

Biorąc pod uwagę dowolny niesygnalizujący zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}$ ,  
czy możemy znaleźć dla niego kwantową realizację?

W przypadku omawianego dotychczas standardowego scenariusza sterowania dwustronnego odpowiedź brzmi: tak. Mianowicie wszystko, co jest zgodne z zasadą braku sygnalizacji, można

<sup>3</sup>Ponieważ nie mamy ograniczeń co do wymiaru przestrzeni Hilberta Alicji, ze względu na twierdzenie o rozszerzeniu Stinespringa, można rozważyć pomiary rzutowe bez utraty ogólności.



Rysunek 2: Scenariusz sterowania wielostronnego: przykład, w którym dwie strony sterujące (Alicja<sub>1</sub> i Alicja<sub>2</sub>) sterują stanem kwantowym układu Boba.

odtworzyć w eksperymencie ze stanami kwantowymi i pomiarami. Jest to konsekwencją twierdzenia GHJW, którego przedstawienie we współczesnej notacji można znaleźć w [F, Appendix 1].

Generalny wniosek jest następujący. Aby sterowanie postkwantowe było teoretycznie możliwe, należy wyjść poza tradycyjny scenariusz sterowania dwustronnego. W niniejszej rozprawie habilitacyjnej pokazujemy dalej, że istnieją uogólnione scenariusze, w których niektóre niesygnalizujące zespoły sterowane są niemożliwe w punktu widzenia kwantowego. Te uogólnione scenariusze odpowiadają rozważeniu wielostronnej konfiguracji sterowania z wieloma stronami sterującymi [C, D, E], scenariusz dwustronny Bob-z-Wejściem [F], oraz instrumentalny scenariusz sterowania [F].

### 5.5.1 Scenariusze sterowania wielostronnego

Rozważymy tutaj scenariusz sterowania wielostronnego, z jedną stroną sterującą i wieloma stronami sterowanymi (patrz rys. 2). Dla prostoty przedstawiam tutaj przypadek dwóch stron sterujących (Alicji<sub>1</sub> i Alicji<sub>2</sub>), ponieważ jest to wystarczające do zaistnienia postkwantowego sterowania. W tym przypadku zespół sterowany wyrażony jest jako

$\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2} = \left\{ \sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2} \right\}_{a_j \in \mathbb{A}_j, x_j \in \mathbb{X}_j, j \in \{1, 2\}}$ , gdzie  $\mathbb{X}_j$  jest zbiorem możliwych pomiarów Alicji<sub>j</sub>, a  $\mathbb{A}_j$  jest zbiorem możliwych wyników pomiarów w  $\mathbb{X}_j$ .

Pierwszą rzeczą, na którą należy zwrócić uwagę, jest to, że tutaj zasada braku sygnalizacji nakłada ograniczenia wykraczające poza równania (3). Rzeczywiście, zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}$  jest niesygnalizujący wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\sum_{a_1 \in \mathbb{A}_1} \sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2} = \sum_{a_1 \in \mathbb{A}_1} \sigma_{a_1 a_2 | x'_1 x_2}, \quad \forall x_1, x'_1 \in \mathbb{X}_1, a_2 \in \mathbb{A}_2, x_2 \in \mathbb{X}_2, \quad (6)$$

$$\sum_{a_2 \in \mathbb{A}_2} \sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2} = \sum_{a_2 \in \mathbb{A}_2} \sigma_{a_1 a_2 | x_1 x'_2}, \quad \forall x_2, x'_2 \in \mathbb{X}_2, a_1 \in \mathbb{A}_1, x_1 \in \mathbb{X}_1, \quad (7)$$

$$\text{tr} \left\{ \sum_{a_1 \in \mathbb{A}_1, a_2 \in \mathbb{A}_2} \sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2} \right\} = 1, \quad x_1 \in \mathbb{X}_1, x_2 \in \mathbb{X}_2. \quad (8)$$

Kwantowa realizacja zespołu sterowanego  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}$  wymaga więc istnienia pomiarów rzutowych  $\{\Pi_{a_j | x_j}^{(j)}\}_{a_j \in \mathbb{A}_j}$ , dla każdego  $x_j \in \mathbb{X}_j$  i dla każdej ze stron Alicja<sub>j</sub>, a także trójstronnego stanu kwantowego  $\rho \in \mathcal{B}(\mathcal{H}_{A_1} \otimes \mathcal{H}_{A_2} \otimes \mathcal{H}_B)$ , dla którego

$$\sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2} = \text{tr}_{A_1 A_2} \left\{ (\Pi_{a_1 | x_1}^{(1)} \otimes \Pi_{a_2 | x_2}^{(2)} \otimes \mathbb{I}_{\mathcal{H}_B}) \rho \right\}, \quad \forall a_j \in \mathbb{A}_j, x_j \in \mathbb{X}_j, j \in \{1, 2\}. \quad (9)$$

Pokazujemy, że nie wszystkie niesygnalizujące zespoły sterowane  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}$  posiadają kwantową realizację [C]. W rzeczywistości rozważmy najprostszy scenariusz, w którym  $\mathbb{A}_1 =$



$\mathbb{A}_2 = \{0, 1\}$ ,  $\mathbb{X}_1 = \mathbb{X}_2 = \{0, 1\}$ , a wymiar wynosi  $d = 2$ . Tutaj definiujemy zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}^*$  z elementami:

$$\sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2}^* = \frac{1}{4} \delta_{a_1 \oplus a_2 = x_1 x_2} \mathbb{I}_2, \quad (10)$$

gdzie  $\oplus$  oznacza sumę mod 2, a  $\mathbb{I}_2$  jest dwuwymiarowym operatorem jednostkowym (identycznościowym). Można łatwo sprawdzić, że  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}^*$  jest niesygnalizującym zespołem sterowanym, poprzez obliczenie równań od (6) do (8). Jednak  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}^*$ , co wykażemy poniżej, nie posiada realizacji kwantowej. Aby to zrobić, skupimy się na korelacjach  $p(a_1 a_2 | x_1 x_2) = \text{tr} \left\{ \sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2}^* \right\}$  pomiędzy stronami sterującymi. Te korelacje to:

$$p(a_1 a_2 | x_1 x_2) = \text{tr} \left\{ \sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2}^* \right\} = \frac{1}{2} \delta_{a_1 \oplus a_2 = x_1 x_2},$$

które odpowiadają korelacjom pudeł PR (ang. PR-box) [PR94]. Ponieważ korelacje pudeł PR nie są niemożliwe w teorii kwantów, oznacza to, że zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}^*$  z definicji nie może pozwolić na realizację kwantową.

Powyższy przykład pokazuje, że sterowanie wychodzące po za to na co pozwala teoria kwantowa, może istnieć w scenariuszach wielostronnych przy jednoczesnym przestrzeganiu zasady braku sygnalizacji. Jednak w tym przykładzie wykorzystaliśmy zjawisko postkwantowej nieklasyczności Bella, aby pokazać, że zespół sterowany nie jest kwantowy – może to sprawiać wrażenie, że sterowanie postkwantowe jest tylko konsekwencją dobrze znanej postkwantowej nieklasyczności Bella. Jednakże pokazujemy dalej, że istnieje sterowanie postkwantowe będące prawdziwie nowym, nie wynikającym z postkwantowej nieklasyczności Bella [C]. Wyniki te zostaną przedstawione w sekcji 5.5.5.

W pracy [C] opracowaliśmy metodę, która może certyfikować postkwantowość części niesygnalizujących zespołów sterowanych. Metoda ta nie opiera się na korelacjach występujących w testach Bella. Chodzi o to, aby zdefiniować rozszerzenie zbioru kwantowych zespołów sterowanych do zbioru ‘prawie kwantowych’ zespołów, które mają znacznie prostszą strukturę i zawierają w sobie kwantowe asamblaże. Przyjęta nazwa wskazuje na ścisły związek z definicją zbioru korelacji prawie kwantowych [NGHA15]. To, czy zespół sterowany znajduje się wewnątrz zbioru prawie kwantowego, można skutecznie sprawdzić za pomocą metod programowania pół-określonego (SDP), a zatem jeśli okaże się, że zespół sterowany znajduje się poza tym zbiorem, wówczas jest on certyfikowany jako postkwantowy. W sekcji 5.5.5 skomentuję zastosowania tej techniki numerycznej.

### 5.5.2 Matematyczny model sterowania wielostronnego: operatory hermitowskie

Odkrycie sterowania postkwantowego [C] zrodziło pytanie, jak najlepiej zrozumieć to zjawisko, również w kontekście jego możliwości i ograniczeń (co ostatecznie może prowadzić do wyjaśnienia z perspektywy informacyjno-teoretycznej, dlaczego sterowanie postkwantowe nie pojawia się w naturze). Rzeczywiście, zwykle podejście do postkwantowej nieklasyczności Bella nie jest odpowiednie do sterowania, biorąc pod uwagę, że sterowanej strony nie można postrzegać jako “czarnej skrzynki”. Dlatego w momencie publikacji pracy [C] nie istniały żadne schematy matematyczne, w ramach których można by badać w ujednoczony sposób sterowanie kwantowe i postkwantowe.

W tej publikacji opracowaliśmy ujednoczone podejście do klasycznego, kwantowego i postkwantowego sterowania [D]. Schemat oparty jest na stronach sterujących wykonujących pomiary kwantowe na ich częściach (prawdopodobnie niefizycznych) stanu kwantowego  $\tilde{\rho}$ . Punktem wyjścia omawianego modelu jest scharakteryzowanie zespołów niesygnalizujących za pomocą

niedodatnich lokalnych modeli stanów ukrytych. W [D] pracujemy w ramach ogólnego scenariusza wielostronnego, z wieloma stronami sterującymi, a także wieloma stronami kierowanymi. Tutaj dla przejrzystości prezentacji skupię się na przypadku dwóch stron sterujących takich jak w poprzedniej sekcji.

Najpierw pokazujemy, że biorąc pod uwagę dowolny niesygnalizujący zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}$ , istnieje przestrzeń Hilberta  $\mathcal{H}_{A_j}$  dla każdej Alicji  $j$ , oraz (zupełny) pomiar rzutowy  $\{\Pi_{a_j | x_j}^{(j)}\}_{a_j \in \mathbb{A}_j}$ , dla każdego  $x_j \in X_j$  i  $j \in \{1, 2\}$ , a także trójstronny znormalizowany operator Hermitowski  $\tilde{\rho}$  (niekoniecznie stan kwantowy) w  $\mathcal{H}_{A_1} \otimes \mathcal{H}_{A_2} \otimes \mathcal{H}_B$ , taki że

$$\sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2} = \text{tr}_{A_1 A_2} \left\{ \left( \Pi_{a_1 | x_1}^{(1)} \otimes \Pi_{a_2 | x_2}^{(2)} \otimes \mathbb{I}_{\mathcal{H}_B} \right) \tilde{\rho} \right\}, \quad \forall a_j \in \mathbb{A}_j, x_j \in \mathbb{X}_j, j \in \{1, 2\}. \quad (11)$$

Stąd wynika wprost, że zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}$  jest kwantowy, jeśli istnieje realizacja zgodna z równaniem (11) gdzie  $\tilde{\rho}$  jest dodatnim operatorem półokreślonym, tj. stanem kwantowym. Co więcej, zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}$  jest typu LHS, jeśli istnieje realizacja, w której  $\tilde{\rho}$  jest separowalnym stanem kwantowym. Dlatego też zespoły typu LHS, kwantowe i postkwantowe można badać jako różne przypadki w ramach tego samego matematycznego ujęcia.

Zaletą tego formalizmu jest to, że pozwala nam ponadto zdefiniować inne rodziny zespołów sterowanych. Na przykład zdefiniowaliśmy pojęcie *zespołu sterowanego Gleasona*, który odpowiada zespołowi niesygnalizującemu  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}$ , z operatorem  $\tilde{\rho}$  w równaniu (11) będącym znormalizowanym świadkiem splątania. Stworzyło to możliwość konstruowania przeróżnych scenariuszy postkwantowego sterowania. Na przykład opierając się na pracy [3], weźmy dla  $d = |\mathbb{A}|$  dowolną nierówność *lokalnej ortogonalności* w trójstronnym scenariuszu Bella z  $|\mathbb{X}|$  pomiarami i  $|\mathbb{A}|$  wynikami na stronę. Wychodząc od tej nierówności można skonstruować *nierozszerzalną bazę produktową* (UPB) [BDM<sup>+</sup>99] lub *slabą UPB* [ABB<sup>+</sup>10] (dla scenariuszy z pomiarami niedychotomicznymi) dla przestrzeni Hilberta  $\mathcal{H}_B^{\otimes 3}$ . Taka UPB definiuje znormalizowanego świadka splątania  $W$  i operatory pomiarowe  $\Pi_{a_j | x_j}^{(j)}$ , które dają początek zespołowi sterowanemu  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}^{\text{UPB}}$  poprzez równanie (11) w którym podstawiany  $\tilde{\rho} = W$ . Można udowodnić, że taki zespół sterowany jest, postkwantowy. Aby to stwierdzić, wystarczy zbadać korelacje  $p(a_1 a_2 b | x_1 x_2 y) = \text{tr} \left\{ \Pi_{b | y}^B \sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2}^{\text{UPB}} \right\}$ , gdzie  $y \in \mathbb{X}_1$ ,  $b \in \mathbb{A}_1$ , i  $\Pi_{b | y}^B = \Pi_{b | y}^{(1)}$ . Rzeczywiście, te korelacje łamią pierwotną nierówność lokalnej ortogonalności ponad jej maksymalną wartość kwantową, a zatem taki zespół sterowany nie może mieć kwantowej realizacji.

Inną rodziną zespołów sterowanych zdefiniowaną w [D] będziemy nazywać *zespołami sterowanymi typu PTP* (ang.: *PTP assemblages*). Rodzina ta jest podzbiorem zespołów sterowanych Gleasona. PTP oznacza mapy *dodatnie zachowujące ślad* (ang. *Positive Trace Preserving*). Stoi za nią następujący pomysł. Weźmy kwantowy zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}^{\text{Q}}$  i mapę PTP  $\Lambda_B$  w  $\mathcal{H}_B$ . Z jednej strony zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}^*$  z elementami wyrażonymi przez

$$\sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2}^* = \Lambda_B[\sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2}^{\text{Q}}]$$

z definicji jest niesygnalizujący. Z drugiej jednak strony zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}^*$  będzie podlegał rozkładowi zgodnie z równaniem (11), gdzie

$$\tilde{\rho} = \mathcal{I}_1 \otimes \mathcal{I}_2 \otimes \Lambda_B[\rho],$$

oraz  $\mathcal{I}_j$  jest przekształceniem tożsamościowym, a  $\rho$  znormalizowanym stanem kwantowym. Ponieważ mapa  $\Lambda_B$  nie jest całkowicie dodatnia, operator  $\tilde{\rho}$  może nie być stanem kwantowym. Otwiera to możliwość, że zespół sterowany nie posiada realizacji kwantowej  $\Sigma_{\mathbb{A}_1, \mathbb{A}_2 | \mathbb{X}_1, \mathbb{X}_2}^*$ . Niekoniecznie każda mapa PTP  $\Lambda_B$  dawała początek postkwantowemu zespołowi sterowanemu, ale znaleźliśmy przykłady map, które wykazują taką właściwość [D]. Przykłady są przedstawione

w sekcji 5.5.5. Istotną cechą takich konstrukcji jest to, że w przeciwieństwie do zdefiniowanej powyżej rodziny zespołów sterowanych UPB, zespoły sterowane PTP nie wykazują postkwantowej nieklasyczności Bella. Rzeczywiście, dla dowolnego zestawu pomiarów  $\{\Pi_{b|y}^B\}$ , które Bob może wykonać w swoim układzie, korelacje

$$\begin{aligned} p(a_1 a_2 b | x_1 x_2 y) &= \text{tr} \left\{ \Pi_{b|y}^B \sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2}^* \right\} = \text{tr} \left\{ (\Pi_{a_1 | x_1}^{(1)} \otimes \Pi_{a_2 | x_2}^{(2)} \otimes \Pi_{b|y}^B) \mathcal{I}_1 \otimes \mathcal{I}_2 \otimes \Lambda_B[\rho] \right\} \\ &= \text{tr} \left\{ (\Pi_{a_1 | x_1}^{(1)} \otimes \Pi_{a_2 | x_2}^{(2)} \otimes \Lambda_B^\dagger[\Pi_{b|y}^B]) \rho \right\} \end{aligned}$$

są zawsze kwantowe, ponieważ  $\Lambda_B^\dagger$  jest unitarna. Aby certyfikować postkwantowość zespołu sterowanego PTP, użyliśmy wspomnianych powyżej technik numerycznych z pracy [C].

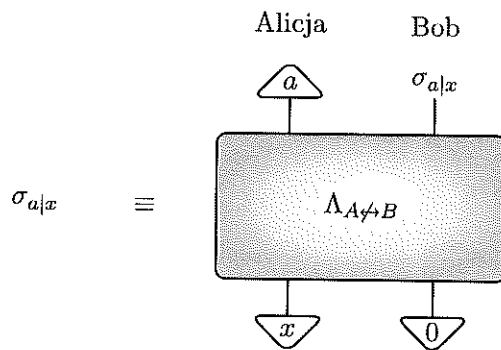
Wreszcie w artykule [D] zdefiniowaliśmy kwantyfikator postkwantowego sterowania. Określiśmy *ujemność sterowania* jako minimalną wartość wartości bezwzględnej sumy ujemnych wartości własnych  $\tilde{\rho}$ , po wszystkich możliwych rozkładach zespołu sterowanego zgodnie z równaniem (11). Ujemność sterowania zawsze będzie wynosić 0 dla zespołów kwantowych oraz typu LHS, niemniej będzie ściśle dodatnia dla postkwantowych zespołów sterowanych. W tym przypadku wolne operacje to jednokierunkowe operacje lokalne i klasyczna komunikacja, uzupełnione o dowolne współdzielone splątanie, z dodatkowym ograniczeniem polegającym na tym, że strona sterująca oddziałuje z zespołem sterowanym jedynie klasycznie. W ramach tych operacji pokazujemy, że ujemność sterowania jest wypukłym kwantyfikatorem sterowania.

### 5.5.3 Matematyczny model sterowania wielostronnego: ‘przyczynowe’ kanały kwantowe

Opracowaliśmy również w publikacji [E] alternatywny formalizm do tego z pracy [D], który opiera się na badaniu kanałów kwantowych. Pokazujemy, że różne rodzaje sterowania, czy to kwantowe, czy postkwantowe, są bezpośrednio związane z określonymi rodzinami kanałów kwantowych, które zostały wcześniej wprowadzone przez Beckmana, Gottesmana, Nielsena i Preskilla [BGNP01]. Wykorzystując ten związek, prezentujemy również nowe analityczne przykłady sterowania postkwantowego, podajemy interpretację prawie kwantowej nielokalności oraz sterowania w ujęciu kanałów kwantowych. Odtwarzamy w tym podejściu i uogólniamy słynne twierdzenie Gisin-Hughstona-Jozsa’y-Woottersa, oraz inicjujemy badania postkwantowej nielokalności Buscemi i nieklasycznej teleportacji. Poniżej przedstawię podsumowanie tych wyników.

Model oparty jest na kanałach kwantowych w układach wielostronnych, które spełniają zasadę braku sygnalizacji, wprowadzoną przez Beckmana, Gottesmana, Nielsena i Preskilla [BGNP01]. W ich pracy kanały tego typu nazywane są *kanalami ‘przyczynowymi’*, ale aby uniknąć pomyłki z sieciami przyczynowymi, będę nazywać je tutaj *kanalami niesygnalizującymi*. Pomysł polega na tym, aby myśleć o elementach zespołu sterowanego jako o (nieznormalizowanych) stanach układu kwantowego, które pojawiają się na wyjściu z kanału kwantowego. W przypadku standardowego scenariusza sterowania dwustronnego sytuacja jest określona zgodnie z rys. 3. W przypadku konfiguracji wielostronnych uogólnienie jest naturalne, rozważamy wielostronny kanał kwantowy, w którym stronami z wolnymi wyjściami są tylko strony sterowane.

Na samy początek, rozważamy w jaki sposób różne klasy zespołów sterowanych które mogą być tworzone przez rodzajów kanałów: zespół sterowany jest niesygnalizujący, jeśli może powstać z kanału niesygnalizującego [E, Prop. 11], kwantowy, jeśli może powstać z kanału lokalizowalnego [E, Prop. 13] oraz typu LHS, jeśli może powstać z kanału lokalnego [E, Prop. 10]. Co więcej, ta relacja pomiędzy kanałami i zespołami sterowanymi pozwala nam znaleźć alternatywną charakterystykę prawie kwantowych zespołów sterowanych zdefiniowanych w [C]. Realizujemy to poprzez zdefiniowanie nowej klasy kanałów kwantowych, które nazywamy *kanalami prawie-lokalizowalnymi*, a następnie wykazujemy, że prawie kwantowe zespoły sterowane

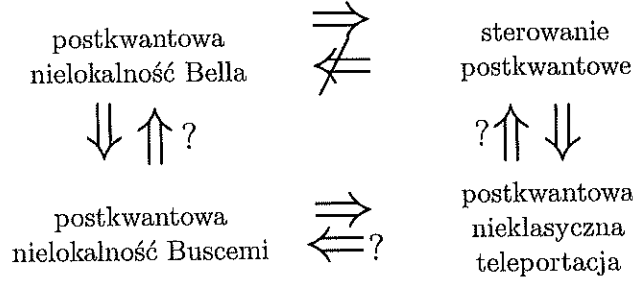


Rysunek 3: Zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}} = \{\sigma_{a|x}\}$  widziany jako wygenerowany przez niesygnalizujący kanał kwantowy  $\Lambda_{A \rightarrow B}$ . Tutaj  $\{|x\rangle\}_{x \in \mathbb{X}}$  jest bazą ortonormalną dla wejściowej przestrzeni Hilberta Alicji,  $\{|a\rangle\}_{a \in \mathbb{A}}$  baza ortonormalna dla wyjściowej przestrzeni Hilberta Alicji, a  $|0\rangle$  to ustalony stan układu wejściowego Boba.

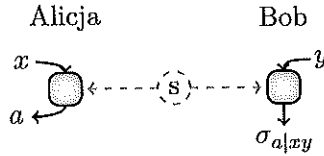
pojawiają się na wyjściach z tego typu kanałów [E, Tw. 15]. Pokazujemy również, że prawie kwantowe korelacje w scenariuszach Bella [NGHA15] są również w pełni scharakteryzowane przez prawie lokalizowalne kanały, co daje ujednoczone podejście do prawie kwantowego sterowania i nieklasyczności Bella.

Relacja pomiędzy kanałami kwantowymi a sterowaniem, którą zaproponowaliśmy, otworzyła również możliwość skonstruowania nowych przykładów sterowania postkwantowego. Na przykład, rozszerzając wyniki pracy [BGNP01], skonstruowaliśmy nielokalizowalny trójstronny kanał kwantowy, który definiuje postkwantowy zespół sterowany w trójstronnym scenariuszu sterowania z dwiema stronami sterującymi. Ponadto, definiując pojęcie *ograniczonego do lokalności* kanału kwantowego, zapoczątkowaliśmy systematyczne badanie zespołów postkwantowych, które mogą wykazywać jedynie lokalne korelacje w scenariuszach Bella (są to analogi wcześniej wspomnianych zespołów sterowanych typu PTP, dla których korelacje są lokalne, a nie kwantowe).

Dodatkowo w pracy [E] rozpoczęliśmy badanie postkwantowej nieklasycznej teleportacji i postkwantowej nielokalności Buscemiego. Nielasyczna teleportacja [CSicvac17] i nielokalność typu Buscemiego [Bus12] (lub nielokalność częściowo kwantowa) zostały wprowadzone bardzo niedawno do informacji kwantowej jako odpowiednio uogólnienie sterowania i nielokalności Bella. Pionierska praca Buscemiego polegała na zdefiniowaniu częściowo kwantowej nielokalnej gry i zauważeniu, dowolny stan splątany jest w nie badzie korzystny niż stany separowalne. Krótko mówiąc, te częściowo kwantowe gry przypominają testy Bellowskie, ale na wejściu w nich zamiast losowych zmiennych klasycznych są stany kwantowe. W naszym modelu reinterpretujemy te częściowo kwantowe gry w języku kanałów kwantowych i odkrywamy, że istnienie kanałów nie sygnalizujących, i jednocześnie nielokalizowalnych, można wykorzystać do zdefiniowania nieklasyczności postkwantowej w grach częściowo kwantowych. Podobnie badaliśmy zjawisko nieklasycznej teleportacji [CSicvac17]. W nieklasycznym scenariuszu teleportacji jedna ze stron stara się "teleportować" do drugiej informację kwantową również w sytuacji, gdy jej zasoby są zaszumione. W przeciwieństwie do konwencjonalnej teleportacji, w której istnieje jeden nieznan stan, który ma zostać teleportowany, w tym scenariuszu teleportowany stan jest wybierany ze znanego (wszystkim stronom) skończonego zbioru stanów kwantowych. W naszym modelu reinterpretujemy nieklasyczny eksperyment teleportacji, również dla konfiguracji wielostronnej, poprzez odniesienie go do kanałów kwantowych. Następnie wykorzystujemy istnienie niesygnalizujących i nielokalizowalnych kanałów, aby zdefiniować koncepcję postkwantowej nie-



Rysunek 4: Relacje implikacji pomiędzy różnymi formami nielokalności postkwantowej. Jeśli obok implikacji znajduje się znak zapytania, oznacza to, że pytanie czy dana implikacja ma miejsce, jest otwarte. Z diagramu można również wywnioskować, że postkwantowa nielokalność Bella implikuje postkwantową nieklasyczną teleportację, ale odwrotna implikacja zdecydowanie nie zachodzi.



Rysunek 5: Scenariusz sterowania Bob-z-Wejściem (BWI, *ang.: Bob-with-Input*): W tym przypadku Bob dostaje również wartość  $y$ , która po wprowadzeniu wpływa na przygotowanie stanu w jego laboratorium.

klasycznej teleportacji. Wreszcie, zdefiniowane przez nas prawie lokalizowalne kanały, pozwalają nam wprowadzić nowe koncepcje prawie kwantowej nielokalności Buscemi oraz prawie kwantowej nieklasycznej teleportacji. Zależność pomiędzy formami postkwantowej nieklasyczności znaleziona w pracy [E] jest przedstawiona na rys. 4.

#### 5.5.4 Uogólnione dwustronne scenariusze sterowania

Alternatywnym podejściem do postkwantowych zespołów sterowanych jest zachowanie dwustronnej struktury scenariusza sterowania i uogólnienie schematu w inny sposób. Ta ścieżka została zbadana w pracy [F], w której odkryliśmy dwa możliwe rozszerzenia standardowego scenariusza, w przypadku których możliwe jest sterowanie dwustronne niezgodne z teorią kwantową: (i) scenariusz w którym Bob również wprowadza dane wejściowe i działa na swoim podukładzie, scenariusz ten nazywamy *Bob z wejściem*, oraz (ii) scenariusz ‘sterowania instrumentalnego’.

W scenariuszu *Bob z wejściem*, przedstawionym na rys. 5, urządzenie Boba przed wytworzeniem stanu kwantowego otrzymuje pewne dane wejściowe. Intuicja podpowiada nam, że te dane wejściowe mogą wpłynąć na przygotowanie układu kwantowego, w wyniku transformacji układu wewnątrz urządzenia Boba. Niech  $y$  oznacza wybraną przez Boba wartość wejściową Boba i niech  $\mathbb{Y}$  będzie zbiorem wszystkich możliwych jej wartości. Zespół sterowany w scenariuszu *Bob z wejściem* będzie wtedy dany przez  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}\mathbb{Y}} = \{\sigma_{a|xy}\}_{a \in \mathbb{A}, x \in \mathbb{X}, y \in \mathbb{Y}}$ .

Zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}\mathbb{Y}}$  ma kwantową realizację wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje przestrzeń Hilberta  $\mathcal{H}_A$  dla układu Alicji, przestrzeń Hilberta  $\mathcal{H}_{B'}$  dla układu Boba, znormalizowany stan kwantowy  $\rho \in \mathcal{B}(\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_{B'})$ , (kompletny) pomiar rzutowy  $\{\Pi_{a|x}\}_{a \in \mathbb{A}}$  dla każdego  $x \in \mathbb{X}$ , oraz całkowicie dodatnio zachowujące ślad odwzorowanie  $\mathcal{E}_y : \mathcal{H}_{B'} \rightarrow \mathcal{H}_B$  dla każdego  $y \in \mathbb{Y}$  takie,

że

$$\sigma_{a|xy} = \mathcal{E}_y \left[ \text{tr}_A \left\{ (\Pi_{a|x} \otimes \mathbb{I}_{\mathcal{H}_{B'}}) \rho \right\} \right], \quad \forall a \in \mathbb{A}, x \in \mathbb{X}, y \in \mathbb{Y}. \quad (12)$$

Z kolei zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}\mathbb{Y}}$  jest niesygnalizujący, jeśli spełnione są następujące warunki:

$$\sum_{a \in \mathbb{A}} \sigma_{a|xy} = \sum_{a \in \mathbb{A}} \sigma_{a|x'y}, \quad \forall x, x' \in \mathbb{X}, y \in \mathbb{Y}, \quad (13)$$

$$\text{tr} \left\{ \sum_{a \in \mathbb{A}} \sigma_{a|xy} \right\} = 1, \quad \forall x \in \mathbb{X}, y \in \mathbb{Y}, \quad (14)$$

$$\text{tr} \left\{ \sigma_{a|xy} \right\} = p(a|x), \quad \forall a \in \mathbb{A}, x \in \mathbb{X}, y \in \mathbb{Y}. \quad (15)$$

Zatem pytanie, które nas interesuje, brzmi:

Mając dany dowolny niesygnalizujący zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}\mathbb{Y}}$ ,  
czy możemy znaleźć dla niego kwantową realizację?

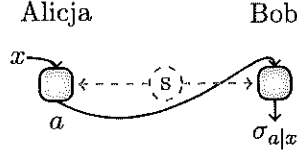
W pracy [F] odpowiadamy przecząco. Prosty przykład, który znaleźliśmy, daje zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}\mathbb{Y}}^*$  z elementami:

$$\sigma_{a|xy}^* := \frac{1}{2} (|a\rangle \langle a| \delta_{xy=0} + |a \oplus 1\rangle \langle a \oplus 1| \delta_{xy=1}), \quad (16)$$

gdzie  $\mathbb{A} = \mathbb{X} = \mathbb{Y} = \{0, 1\}$ . Można z łatwością sprawdzić, że ten zespół sterowany spełnia warunki braku sygnalizacji zawarte w równaniach od (13) do (15). Aby pokazać, że  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}\mathbb{Y}}^*$  nie ma kwantowej realizacji, skupimy się na korelacjach  $p(ab|xy) = \text{tr} \left\{ \Pi_b \sigma_{a|xy} \right\}$ , które powstają, gdy Bob wykonuje dychotomiczny pomiar rzutowy  $\{\Pi_b = |b\rangle \langle b|\}_{b \in \{0,1\}}$ . Okazuje się, że korelacje te to  $p(ab|xy) = \frac{1}{2} \delta_{a \oplus b = xy}$ . Są to korelacje pudeł PR [PR94]. Ponieważ korelacje tego typu są niezgodne z teorią kwantów, oznacza to, że zespół  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}\mathbb{Y}}^*$  nie może posiadać realizacji kwantowej.

Podobnie jak w przypadku pracy [C], prostota tego dowodu opiera się na postkwantowej nieklasyczności Bella. Stąd może to sprawiać wrażenie, że sterowanie postkwantowe w scenariuszu *Bob z wejściem* jest tylko konsekwencją dobrze znanej postkwantowej nieklasyczności Bella. Niemniej podobnie jak miało to miejsce w pracy [C], pokazujemy, że istnieje sterowanie postkwantowe, które nie wynika z nieklasycznej postkwantowej nieklasyczności Bella, co dowodzi, że sterowanie postkwantowe jest naprawdę nowym zjawiskiem [F]. Wyniki te zostaną przedstawione w sekcji 5.5.5. Kluczowym elementem w ich konstrukcji jest definicja nowej rodziny zespołów sterowanych w scenariuszu *Bob z wejściem*, zainspirowanych pracą [D]: nazywamy je zespołami sterowanymi *Bob z wejściem typu PTP* [F, Def. 19]. Podobnie jak w przypadku pracy [D], zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}\mathbb{Y}}$  jest typu PTP, jeśli istnieje mapa PTP  $\Lambda_y$  dla każdego  $y \in \mathbb{Y}$  oraz kwantowy zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}^Q$  w tradycyjnym scenariuszu sterowania dwustronnego, taki jak  $\sigma_{a|xy} = \Lambda_y[\sigma_{a|x}^Q]$ . Podobnie jak w przypadku wielostronnym, korelacje w konfiguracji Bella, które mogą powstać poprzez  $p(ab|xy) = \text{tr} \left\{ N_b \sigma_{a|xy} \right\}$  zawsze będą miały kwantową realizację [F] dla zespołów sterowanych typu PTP oraz dla dowolnych (zupelných) pomiarów  $\{N_b\}$  o dowolnej liczbie wyjść.

W pracy [F] rozszerzyliśmy również techniki z [C], aby opracować metodę certyfikującą, że pewne zespoły sterowane są postkwantowe, niezależnie od korelacji, które generują w scenariuszu Bella. Pierwszym krokiem w tej metodzie jest *mniej restrykcyjne* zdefiniowanie zbioru kwantowych zespołów sterowanych w scenariuszu *Bob z wejściem*, który nazywamy  $\tilde{Q}$  [F, Def. 17], a który zawiera wszystkie kwantowe zespoły sterowane i niektóre postkwantowe. Zaletą tego jest



Rysunek 6: Scenariusz sterowania instrumentalnego: jest on podobny do scenariusza *Bob z wejściem*, z tą różnicą, że wejście Boba zależy teraz od wyniku Alicji.

to, że sprawdzenie, czy zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X},\mathbb{Y}}$  należy do  $\tilde{\mathcal{Q}}$ , czy też nie, można zrealizować za pomocą pojedynczego wywołania programu półokreślonego (SDP). Jeśli zespół sterowany nie należy do  $\tilde{\mathcal{Q}}$ , to jest certyfikowany jako postkwantowy. Ta metoda zostanie zastosowana do pokazania postkwantowości w przykładach z sekcji 5.5.5.

Istnieje także scenariusz sterowania określane jako *sterowanie instrumentalne* [NTCA18], przedstawiony na rys. 6 (przyczynowa perspektywa scenariusza sterowania instrumentalnego, rys. 11, jest omówiona w sekcji 5.7.1). W tym przypadku na przygotowanie stanu podukładu Boba, w przeciwieństwie do tradycyjnego scenariusza sterowania dwustronnego, może dodatkowo wpływać informacja o klasycznym wyniku  $a$  Alicji. Zespół sterowany w scenariuszu *sterowania instrumentalnego* jest zatem określony przez  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}^I = \{\sigma_{a|x}^I\}_{a \in \mathbb{A}, x \in \mathbb{X}}$ , gdzie stany  $\sigma_{a|x}^I$  mogą powstać poprzez inne mechanizmy, niż stany  $\sigma_{a|x}$  w standardowym scenariuszu dwustronnym.

Zespół  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}^I$  ma kwantową realizację [NTCA18] wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje przestrzeń Hilberta  $\mathcal{H}_A$  dla Alicji, przestrzeń Hilberta  $\mathcal{H}_{B'}$  dla Boba, znormalizowany stan kwantowy  $\rho \in \mathcal{B}(\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_{B'})$ , oraz (kompletny) pomiar rzutowy  $\{\Pi_{a|x}\}_{a \in \mathbb{A}}$  dla każdego  $x \in \mathbb{X}$ , oraz całkowicie dodatnia zachowująca ślad mapa  $\mathcal{E}_a : \mathcal{H}_{B'} \rightarrow \mathcal{H}_B$  dla każdego  $a \in \mathbb{A}$  taka, że

$$\sigma_{a|x}^I = \mathcal{E}_a \left[ \text{tr}_A \left\{ (\Pi_{a|x} \otimes \mathbb{I}_{\mathcal{H}_{B'}}) \rho \right\} \right], \quad \forall a \in \mathbb{A}, x \in \mathbb{X}. \quad (17)$$

Instrumentalny scenariusz sterowania nie posiada jednak prostych ograniczeń sygnalizacyjnych. Dlatego zdefiniowaliśmy ‘niesygnalizujące’ zespoły sterowane [F], przyjmując relację znalezioną w pracy [K] między niesygnalizującymi korelacjami Bella i ogólnymi instrumentalnymi korelacjami w scenariuszu czarnej skrzynki. Mianowicie, zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}^I$  jest ‘niesygnalizujący’<sup>4</sup>, jeżeli istnieje niesygnalizujący zespół sterowany  $\{w_{a|xy}\}$  w scenariuszu *Bob z wejściem* z  $\mathbb{Y} = \mathbb{A}$ , taki, że  $\sigma_{a|x}^I = w_{a|xa}$ . Oznacza to, że zespół sterowany widzimy w scenariuszu *sterowania instrumentalnego* jako pochodzący ze scenariusza *Bob z wejściem*, po zastosowaniu  $y = a$  w procesie postselekcji.

Pytanie, które nas zatem interesuje, brzmi:

Biorąc pod uwagę dowolny ‘niesygnalizujący’ zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}^I$ ,  
czy możemy dla niego znaleźć kwantową realizację?

Tutaj odpowiadamy przecząco na to pytanie. Sterowanie postkwantowe jest dopuszczalne w ramach scenariusza *sterowania instrumentalnego*. Dowód polega na przedstawieniu przykładu niesygnalizującego zespołu sterowanego i pokazaniu, że nie ma on kwantowej realizacji. Jest on przedstawiony w następnej sekcji i jest formie sprowadzenia do sprzeczności: pokazujemy, że jeśli powyższy przykład zespołu sterowanego miałby mieć kwantową realizację, wtedy można by użyć stanów, pomiarów i odwzorowań z nim związanych, by uzyskać, kwantową realizację w

<sup>4</sup>Tutaj, przez ‘niesygnalizujący’ zespół sterowany mamy na myśli taki, który jest w scenariuszu operacyjnie dopuszczalny. W pracy [F] nazywamy te scenariusze *ogólnymi zespołami sterowanymi*, ale dla spójności narracji w tej rozprawie habilitacyjnej będę nazywać je ‘niesygnalizującymi’.

scenariuszu *Bob z wejściem* dla postkwantowego zespołu sterowanego. Zatem mamy sprzeczność. Tym samym praca [F] inicjuje badanie postkwantowego sterowania w scenariuszu *sterowania instrumentalnego*.

### 5.5.5 Sterowanie postkwantowe: prawdziwie nowe zjawisko

W poprzednich sekcjach wyjaśniłam, w jaki sposób sterowanie postkwantowe może pojawić się w scenariuszach sterowania, gdy wyjdziemy poza tradycyjny scenariusz dwustronny. Tutaj omówię, w jaki sposób sterowanie postkwantowe jest zjawiskiem niezależnym od nieklasyczności postkwantowej Bella, tzn. wykażę że mogą istnieć postkwantowe zespoły sterowane, które nie wykazują korelacji postkwantowych.

Zostało to po raz pierwszy odkryte w pracy [C]. W tej pracy znaleźliśmy przykład trójstronnego zespołu sterowanego  $\Sigma_{\mathbb{A}_1\mathbb{A}_2|\mathbb{X}_1\mathbb{X}_2}^{(1)}$  stanów pod-znormalizowanych kubitów (tj. wymiar  $\mathcal{H}_B$  wynosi 3), dla  $\mathbb{A}_1 = \mathbb{A}_2 = \mathbb{X}_1 = \mathbb{X}_2 = \{0, 1\}$ , o następującej własności: korelacje  $p(a_1a_2b|x_1x_2y) = \text{tr} \left\{ N_{b|y} \sigma_{a_1a_2|x_1x_2}^{(1)} \right\}$  posiadają lokalny i realistyczny model dla trójstronnego scenariusza Bella, typu Alicja<sub>1</sub>-Alicja<sub>2</sub>-Bob, dla dowolnego zestawu uogólnionych pomiarów (POVM<sup>5</sup>),  $\{N_{b|y}\}$  na kubitach i dla dowolnej kardynalności zbiorów klasycznych zmiennych  $b$  i  $y$ . Ten przykład został znaleziony dzięki złożonej optymalizacji numerycznej [C], i racji tego elementu zespołu sterowanego są podane numerycznie.

Ten przykład pokazuje, jak w swej istocie różne są zjawiska sterowania i nieklasyczności Bella: istnieją sytuacje, w których sterowanie nie dopuszcza kwantowego wyjaśnienia, podczas gdy nieklasyczność Bella może pojawić się w mechanice klasycznej. Numeryczny charakter tego przykładu uniemożliwił nam rozpoczęcie systematycznych badań nad tą postacią sterowania post-quantowego. Powyższe ograniczenie nie występuje w pracy [D, F], w której sterowanie kwantowe i badano za pomocą ujednoczonego formalizmu matematycznego.

Drugi przykład postkwantowego sterowania bez korelacji postkwantowych podano w [D]. W tej pracy znaleźliśmy przykład trójstronnego zespołu sterowanego  $\Sigma_{\mathbb{A}_1\mathbb{A}_2|\mathbb{X}_1\mathbb{X}_2}^{(2)}$  stanów pod-znormalizowanych dla kukwartu (tj. wymiar  $\mathcal{H}_B$  wynosi 4), z  $\mathbb{A}_1 = \mathbb{A}_2 = \mathbb{X}_1 = \mathbb{X}_2 = \{0, 1\}$ , oraz z właściwością, że jest to zespół sterowany typu PTP, stąd korelacje  $p(a_1a_2b|x_1x_2y) = \text{tr} \left\{ N_{b|y} \sigma_{a_1a_2|x_1x_2}^{(2)} \right\}$  posiadają kwantową realizację dla trójstronnego scenariusza Bella Alicja<sub>1</sub>-Alicja<sub>2</sub>-Bob, dla dowolnego zbioru uogólnionych pomiarów  $\{N_{b|y}\}$  na kukwartach, i dla dowolnej kardynalności zbiorów klasycznych zmiennych  $b$  i  $y$ . Elementy  $\Sigma_{\mathbb{A}_1\mathbb{A}_2|\mathbb{X}_1\mathbb{X}_2}^{(2)}$  są matematycznie zdefiniowane formułą  $\sigma_{a_1a_2|x_1x_2}^{(2)} = \Lambda[\sigma_{a_1a_2|x_1x_2}^{(2)Q}]$ , ponieważ jest to zespół sterowany typu PTP, natomiast konkretna  $\Lambda$  i  $\sigma_{a_1a_2|x_1x_2}^{(2)Q}$  są zdefiniowane jak następuje. Najpierw oznaczmy przez  $X, Y$ , i  $Z$  odpowiednio operatory Pauliego:  $\sigma_X, \sigma_Y$  i  $\sigma_Z$ . Mapa PTP jest zdefiniowana jako  $\Lambda = \frac{1}{2} \left( \text{tr} \{ \rho \} \mathbb{I} - \rho - U \rho^T U^\dagger \right)$ , gdzie  $U = X \otimes Y$  jest asymetrycznym operatorem unitarym. By uzyskać elementy  $\{\sigma_{a_1a_2|x_1x_2}^{(2)Q}\}$  wyobraźmy sobie kwantowy eksperyment sterujący, w którym wymiar przestrzeni Hilberta Alicji<sub>1</sub> i Alicji<sub>2</sub> wynosi 2. Definiujemy jako pomiary lokalne Alicji następujące operatory:  $M_{a_1|0}^{(1)} = \frac{\mathbb{I} + (-1)^{a_1} X}{2}$ ,  $M_{a_1|1}^{(1)} = \frac{\mathbb{I} + (-1)^{a_1} Z}{2}$ ,  $M_{a_2|0}^{(2)} = \frac{\mathbb{I} + \frac{(-1)^{a_2}}{\sqrt{2}} (X+Z)}{2}$ , i  $M_{a_2|1}^{(2)} = \frac{\mathbb{I} + \frac{(-1)^{a_2}}{\sqrt{2}} (-X+Z)}{2}$ . Ostatecznie zakładamy, że Alicja<sub>1</sub>-Alicja<sub>2</sub>-Bob dzielą stan kwantowy

<sup>5</sup>Uogólniony pomiar jest z punktu widzenia matematyki miarą o wartościach w postaci operatorów dodatnich, ang. *positive-operator valued measure (POVM)*.



dwóch kubitów i kukwart, dany przez  $|\Psi\rangle = \frac{|\Psi_1\rangle + i|\Psi_2\rangle - |\Psi_3\rangle}{\sqrt{14}}$ , gdzie (dla  $k \in \{1, 2, 3\}$ ):

$$|\Psi_k\rangle = \sum_{\substack{a_1, a_2, b, b' \in \{0, 1\}, \\ a_1 + a_2 + b + b' = k}} |a_1\rangle_{A_1} |a_2\rangle_{A_2} |b b'\rangle_B.$$

Elementy  $\{\sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2}^{(2)Q}\}$  są dane formułą  $\sigma_{a_1 a_2 | x_1 x_2}^{(2)Q} = \text{tr}_{A_1 A_2} \left\{ (M_{a_1 | x_1}^{(1)} \otimes M_{a_2 | x_2}^{(2)} \otimes \mathbb{I}) |\Psi\rangle \langle \Psi| \right\}$ .

Przykład ten pokazuje, jak technika PTP (tj. konstrukcja zespołów sterowanych typu PTP) może przyczynić się do powstania postkwantowych zespołów sterowanych. W ten sposób uzasadniliśmy i zainicjowaliśmy wykorzystanie techniki PTP do systematycznego badania postkwantowego sterowania bez korelacji postkwantowych.

Inny przykład tego rodzaju, o którym chciałabym wyraźnie wspomnieć, podano w publikacji [F]. Znaleźliśmy ten przykład dwustronnego postkwantowego zespołu sterowanego typu PTP  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}\mathbb{Y}}^{(3)}$  w scenariuszu *Bob z wejściem*, gdzie  $\mathbb{A} = \mathbb{Y} = \{0, 1\}$  i  $\mathbb{X} = \{1, 2, 3\}$ , a lokalny wymiar Boba wynosi 2. Elementami tego zespołu sterowanego są  $\sigma_{a|xy}^{(3)} = \frac{1}{4}(\mathbb{1} + (-1)^{a+\delta_{x,2}\delta_{y,1}}\nu_x)$ , gdzie  $x \in \{1, 2, 3\}$  and  $(\nu_1, \nu_2, \nu_3) = (X, Y, Z)$  są operatorami Pauliego. Ten zespół sterowany jest typu PTP, ponieważ można go wyrazić matematycznie jako taki, w którym Alicja i Bob dzielą maksymalnie splątany stan dwóch kubitów, Alicja wybiera jeden z trzech pomiarów Pauliego na jej kubicie, a Bob stosuje na jego kubicie kanał tożsamościowy, gdy  $y = 0$  i transpozycję, gdy  $y = 1$ .

Ten przykład również pokazuje, że sterowanie postkwantowe jest prawdziwie nowym zjawiskiem, niezależnym od nieklasyczności postkwantowej Bella, nawet w scenariuszach dwustronnych. W ten sposób uzasadniliśmy i zainicjowaliśmy badania sterowania postkwantowego w uogólnionych scenariuszach dwustronnych za pomocą techniki PTP.

W wymienionych w tej sekcji trzech przykładach trzech przykładach została zastosowana jednolita metoda certyfikowania postkwantowości zespołów sterowanych. Można ją w trzech krokach:

- Najpierw znajdź nierówność sterowania dla odpowiedniego scenariusza sterowania. Czyli operatory  $\{F_{a_1 a_2 x_1 x_2}\}_{a_j \in \mathbb{A}_j, x_j \in \mathbb{X}_j, j \in \{1, 2\}}$  dla przypadku wielostronnego, i  $\{F_{axy}\}_{a \in \mathbb{A}, x \in \mathbb{X}, y \in \mathbb{Y}}$  dla przypadku *Bob z wejściem*.
- Następnie, wyznacz górną granicę maksymalnego kwantowego łamania tej nierówności przez zespoły prawie kwantowe (w przypadku wielostronnym) lub zespoły sterowane  $\tilde{Q}$  (w przypadku *Bob z wejściem*). Obliczenie tego wymaga pojedynczego wywołania programu półokreślonego (SDP).
- Oblicz wartość nierówności za pomocą zespołu sterowanego dla danego przykładu: jeżeli wartość, którą daje zespół sterowany, jest większa niż maksymalna wartość kwantowa, oznacza to, że ten zespół nie ma kwantowej realizacji.

Na koniec pozwolę sobie pokrótce skomentować przypadek scenariusza *sterowania instrumentalnego*. W tym przypadku skonstruowaliśmy zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}^{(4)I}$  poprzez definicję  $\sigma_{a|x}^{(4)I} = \sigma_{a|xa}^{(3)}$  [F]. Fakt który mówi, że zespół sterowany  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}\mathbb{Y}}^{(3)}$ , jest typu PTP w scenariuszu *Bob z wejściem*, implikuje to, że korelacje  $p(ab|x) = \text{tr} \left\{ N_b \sigma_{a|x}^{(4)I} \right\}$  dopuszczają realizację kwantową w tradycyjnym scenariuszu instrumentalnym dla dowolnego (zupełnego) pomiaru  $\{N_b\}$  oraz dla dowolnej liczby wyników. Ponadto wykazaliśmy, że każda kwantowa realizacja  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}^{(4)I}$  może zostać przełożona na kwantową realizację  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}\mathbb{Y}}^{(3)}$ , zatem  $\Sigma_{\mathbb{A}|\mathbb{X}}^{(4)I}$  musi być postkwantowe.

Ten przykład pokazuje, że sterowanie postkwantowe jest formą nieklasyczności, której nie można wykazać przez samo badanie korelacji  $\{p(ab|x)\}$  w instrumentalnej sieci przyczynowej. Ponadto podkreśla również, jak ścisły związek pomiędzy scenariuszami instrumentalnymi i Bel-

lowskimi, znaleziony w pracy [K] (patrz rozdział 5.7.1), odgrywa fundamentalną rolę w badaniu sterowania.

## 5.6 Kwantowe kontra „prawie kwantowe” korelacje w scenariuszach Bellowskich i kontekstualnych

Sposób scharakteryzowania zbioru korelacji kwantowych w scenariuszach Bella i scenariuszach kontekstualnych jest ważnym otwartym pytaniem dotyczącym podstaw fizyki kwantowej, które może wpłynąć na badania z zakresu informacji kwantowej, ponieważ tego typu korelacje są tam używane jako zasób w procesach przetwarzania informacji. Do tej pory wszystkie zasady, które były postulowane w celu scharakteryzowania zbioru kwantowego, zawiodły<sup>6</sup>, ponieważ spełniają je tzw. zbiory korelacji prawie kwantowych [NGHA15].

W tej rozprawie habilitacyjnej skupiamy się na lepszym zrozumieniu tego, czym jest zbiór korelacji prawie kwantowych: jak go w pełni scharakteryzować w ujęciu zasad fizycznych [G], jaka jest jego relacja w stosunku do innych zbiorów korelacji hierarchii NPA (w których po raz pierwszy zidentyfikowano korelacje prawie kwantowe) [H], i które zasady fizyczne spełniane przez teorię kwantową, naruszają korelacje prawie kwantowe [I, J].

### 5.6.1 Makroskopowa niekontekstualność: zasada charakteryzująca korelacje

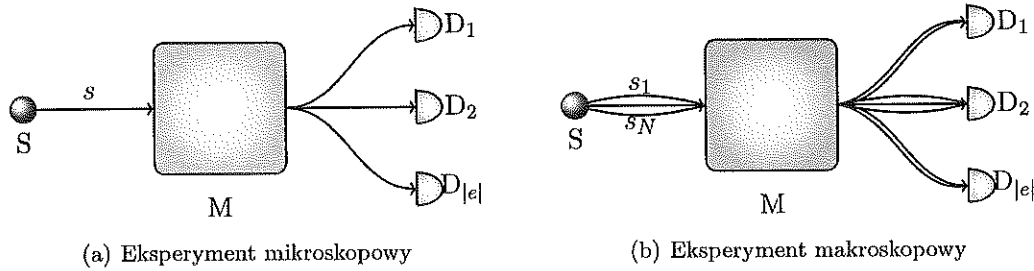
Pierwsze pytanie, do którego się odnosimy, dotyczy tego, czy cały zestaw korelacji prawie kwantowych, można całkowicie scharakteryzować za pomocą jednej zasady fizycznej. Odpowiadamy, na to pytanie pozytywne w pracy [G], gdzie definiujemy zasadę *makroskopowej niekontekstualności*.

Podstawową ideą stojącą za zasadą makroskopowej niekontekstualności jest to, że makroskopowa wersja eksperymentu nie powinna prowadzić do obserwacji efektów nieklasycznych. Intuicyjnie, jeśli w określony sposób przejdziemy od “źródła pojedynczego fotonu” do “bardzo silnego źródła światła”, dane eksperymentalne powinny wyglądać klasycznie. W pracy [G] w ścisły sposób definiujemy wszystkie podane powyżej określenia: tj. czym powinno być przejście do dziedziny makroskopowej i kiedy dane eksperymentalne pozwalają na klasyczne wyjaśnienie. Poniżej pokrótce wyjaśnię te koncepcje i wyniki.

Najpierw dokonamy analizy scenariusza kontekstualnego zdefiniowanego w artykule [2]. W tej pracy używamy narzędzi z teorii hipergrafów do zdefiniowania i manipulowania scenariuszami kontekstualnymi. Zaletą takiego podejścia, w przeciwieństwie do tego z pracy [NW10], jest to, że nieklasyczność Bella i kontekstualność Kochena-Speckera można badać jednocześnie za pomocą ujednoczonego formalizmu matematycznego. Stąd, nawet jeśli na pierwszy rzut oka może się wydawać, że wyniki odnoszą się tylko do eksperymentów z pojedynczym układem, dwustronne i wielostronne scenariusze Bella mogą być również wyrażone za pomocą analogicznych rysunków i wzorów, gdy użyjemy odpowiednich hipergrafów Bella. W tej sekcji będę więc używała notacji zdefiniowanej w [2] oznaczając przez  $v$  zdarzenie pomiarowe (tj. wynik możliwego eksperymentu), a przez  $V$  zbiór wszystkich możliwych wyborów pomiarów i ich wyników, natomiast przez  $e$  oznaczam wybór pomiaru, a przez  $E$  zbiór pomiarów.

Rozważmy układ fizyczny  $s$  i zestaw pomiarów  $E$ , z pośród których jest wybierany ten który zostanie wykonany na  $s$ . W podejściu z wykorzystującym do opisu kontekstualności hipergrafy, taki scenariusz jest reprezentowany przez hipergraf  $H = (V, E)$ ; (znormalizowane) prawdopodobieństwo  $p(v)$  uzyskania wyniku  $v \in V$  przy założeniu, że pomiar  $e \ni v$  jest wykonywany

<sup>6</sup>Dokładniej rzecz ujmując, istnieje tylko jedna zasada, zwana Przyczynowością Informacji [PPK<sup>+</sup>09], dla której pytanie, czy zasada ta jest łamana przez prawie kwantowe korelacje, jest nadal otwarte.



Rysunek 7: (a) **Eksperyment mikroskopowy.** Źródło  $S$  przygotowuje układ  $s$ , który jest wysyłany do urządzenia pomiarowego  $M$ . Tam oddziaływanie pomiędzy aparaturą pomiarową a układem powoduje przesłanie układu do jednego z detektorów. Rejestracja to “kliknięcie detektora”. Kliknięcie  $k$  detektora  $D$  odpowiada uzyskaniu wyniku  $k$ . (b) **Eksperyment makroskopowy.** Źródło  $S$  jest użyte do przygotowania  $N$  niezależnych kopii układu  $s$ , które są wysyłane do urządzenia pomiarowego  $M$ . Tam dla każdego układu ( $i$  niezależnie dla każdego układu) zachodzi oddziaływanie pomiędzy aparaturą pomiarową a układem. Proces ten powoduje przesłanie układu do jednego z detektorów, jednak w tym przypadku zamiast pojedynczego kliknięcia występuje rozkład “kliknięć” na detektory, wynikający z pojawienia się różnych kliknięć w układach detektorach, zgodnie z prawdopodobieństwami dla każdego wyniku w eksperymencie mikroskopowym. Wynikiem tego makroskopowego eksperymentu jest zbiór intensywności  $I_e^v$  zarejestrowanych przez detektory.

dla wszystkich wyników, definiuje *model probabilistyczny*<sup>7</sup> na  $H$ . Eksperyment tego typu jest przedstawiony na rys. 7 (a) i nazywamy go *eksperymentem mikroskopowym*.

Makroskopową wersję takiego eksperymentu, którą nazywamy jego „makroskopowym rozszerzeniem”, zdefiniowano w następujący sposób. Załóżmy, że źródło produkuje  $N$  niezależnych kopii tego układu  $s$  i że te  $N$  układów dociera do urządzenia pomiarowego (patrz rys. 7(b)). Teraz zakładamy, że nie jesteśmy już w stanie rozróżnić poszczególnych wyników dla pojedynczych układów, a jedynie jaka część zdarzeń (lub “intensywność”) dotyczy danego wyniku  $v$  przy pomiarze  $e$ . Wyniki eksperymentalne dla konkretnego pomiaru  $e$  w eksperymencie makroskopowym są zatem opisane przez rozkład prawdopodobieństwa  $\mathcal{P}_e(\{I^v\}_{v \in e})$  gdzie  $I^v$  oznacza intensywność dla wyniku  $v$ . Można to opisać jako scenariusz wspólnych pomiarów, w których eksperymenty składowe są pomiarami intensywności  $I^v$  dla każdego  $v$ .

Prawdopodobieństwa  $\{\mathcal{P}_e(\{I^v\}_{v \in e})\}_{e \in E}$  dla makroskopowej konfiguracji rozszerzenia są określone przez model probabilistyczny  $\{p(v)\}_{v \in V}$  podstawowej konfiguracji mikroskopowej. Wymagając, aby  $\{\mathcal{P}_e(\{I^v\}_{v \in e})\}_{e \in E}$  posiadało klasyczną realizację, narzuca to więc ograniczenia na podstawowy mechanizm mikroskopowy  $\{p(v)\}$ . Formalne połączenie pomiędzy  $\{p(v)\}$  i  $\{\mathcal{P}_e(\{I^v\}_{v \in e})\}_{e \in E}$  jest wyprowadzane w [G] poprzez połączenie mikroskopowego modelu probabilistycznego zarówno z (i) odchyleniem intensywności  $I^v$  od jego średniej wartości, jak i (ii) rozkładem prawdopodobieństwa względem fluktuacji intensywności dla każdego eksperymentu  $e$ , które zgodnie z centralnym twierdzeniem granicznym [Tij07], zbiega się do wielowymiarowego rozkładu Gaussa  $\gamma_{u,v}^e$  w granicach  $N \rightarrow \infty$ .

Prawdopodobieństwa  $\{\mathcal{P}_e(\{I^v\}_{v \in e})\}_{e \in E}$  posiadają klasyczną realizację, jeżeli w granicy  $N \rightarrow \infty$ , istnieje rozkład prawdopodobieństwa  $\mathcal{P}_{NC}$  określone na zbiorze intensywności  $\{I^v\}_{v \in V(H)}$ ,

<sup>7</sup>W tej rozprawie habilitacyjnej używam zamiennie terminów *model probabilistyczny*, *korelacje* i *rozkład prawdopodobieństwa warunkowego*, aby objąć notację używaną w pracach wchodzących w skład serii. Każdy z tych terminów jest nieco bardziej dopasowany do specyficznego nieklasycznego zjawiska, ale nie będę tutaj wprowadzać tych subtelnych rozróżnień.

taki, że prawdopodobieństwa eksperymentalne  $\{\mathcal{P}_e(\{I^v\}_{v \in e})\}_{e \in E}$ , można uzyskać jako prawdopodobieństwa zredukowane z  $\mathcal{P}_{\text{NC}}$ :

$$\mathcal{P}_e(\{I^v\}_{v \in e}) = \int \left( \prod_{v \in V(H) \setminus e} dI^v \right) \mathcal{P}_{\text{NC}}(\{I^v\}_{v \in V(H)}), \quad (18)$$

gdzie  $\setminus$  jest działaniem odejmowania zbiorów. Warunek ten przekłada się na istnienie macierzy kowariancji  $\gamma_{u,v}$  dla tego rozkładu prawdopodobieństwa, która redukuje się do  $\gamma_{u,v}^e$ , gdy zdarzenia  $u$  i  $v$  są ograniczone do  $e$ .

Wreszcie, [G] pokazuje, że istnienie macierzy  $\gamma_{u,v}$ , biorąc pod uwagę połączenie pomiędzy  $\{p(v)\}$  i  $\{\mathcal{P}_e(\{I^v\}_{v \in e})\}_{e \in E}$ , implikuje istnienie macierzy momentów (patrz [2, Def. 6.1.2]) dla modelu probabilistycznego  $\{p(v)\}$  która certyfikuje, to że jest on prawie kwantowy. Ponadto, [G] pokazuje również, że jeśli  $\{p(v)\}$  jest prawie kwantowym modelem probabilistycznym, powiązana z nim macierz momentów implikuje istnienie macierzy kowariancji  $\gamma_{u,v}$ , który certyfikuje to, że  $\{\mathcal{P}_e(\{I^v\}_{v \in e})\}_{e \in E}$  dopuszcza klasyczną realizację.

Dzięki temu praca [G] jako pierwsza daje pełną charakterystykę korelacji prawie kwantowych wyrażoną przy użyciu pewnej zasady fizycznej, zarówno dla scenariuszy Bella, jak i kontekstualności. Zatem, że wymaganie klasycznej granicy makroskopowej może być zgodne z teoriami fizycznymi innymi niż teoria kwantowa. Naturalnym następnym krokiem w charakteryzowaniu korelacji kwantowych jest próba znalezienia fizycznych zasad, które są naruszane przez prawie kwantowe korelacje.

## 5.6.2 Prawie kwantowe korelacje w scenariuszach wielostronnych

Prawie kwantowe korelacje zostały po raz pierwszy wyróżnione w dwustronnych scenariuszach Bella jako zbiór korelacji, które spełniają warunki poziomu 1 + AB hierarchii Navascués-Pironio-Acín (NPA) testów SDP [NPA07, NPA08, PNA10]. Z definicji na tym poziomie hierarchii zbiór prawie kwantowy zawarty jest w zbiorze korelacji, które spełniają również pierwszy poziom NPA i z kolei zawiera w sobie zbiór korelacji spełniających drugi poziom NPA. Prawie kwantowe korelacje otrzymały później swą nazwę i zostały rozszerzone na wielostronne scenariusze Bella [NGHA15].

W pracy [H] zadaliśmy pytanie, w jaki sposób zestaw korelacji prawie kwantowych w wielostronnych scenariuszach Bella odnosi się do zbioru kwantowego i do poziomów w hierarchii NPA. Motywacją jest tutaj poznanie struktury takiego zbioru korelacji. Jedynym zestawem korelacji, który spełnia wszystkie poziomy testów NPA, jest ten, który zapewnia teoria kwantowa, a wielostronne scenariusze Bella zapewniają znacznie bogatszą strukturę zbioru korelacji, szczególnie gdy badamy zasady charakteryzujące rozkłady prawdopodobieństwa warunkowego w testach Bella [1, 3]. Dlatego też, zrozumienie relacji w tych scenariuszach prawie kwantowości z NPA, może rzucić światło na sposób rozróżnienia korelacji kwantowych od prawie kwantowych na poziomie podstawowym.

W pracy [H] skupiliśmy się na najprostszym wielostronnym scenariuszu Bella: na scenariuszu z trzema stronami (Alicja, Bob i Charlie), z których każda ma do wyboru dwa dychotomiczne pomiary na swych podukładach. Zbiór klasycznych korelacji w tym scenariuszu jest w pełni scharakteryzowany przez 46 klas nierówności Bella [Śli03]. Wśród nich są nierówności Mermina [Mer90] i trójstronne nierówności typu “odgadnij dane wejściowe twojego sąsiada” (GYNI, guess your neighbor’s input) [ABB<sup>+</sup>10], które wykazują nietypowe właściwości. Z jednej strony maksymalna wartość nierówności Mermina dla korelacji niesygnalizujących (NS) pokrywa się z wartością dla korelacji kwantowych (a więc również prawie kwantowych), podczas gdy dla korelacji klasycznych osiągają mniejszą wartość. Z drugiej strony, dla nierówności GYNI klasyczne maksimum pokrywa się z tym dla korelacji prawie kwantowych (a więc i kwantowych)

[1], podczas gdy nierówności NS osiągają większą wartość. Zakres możliwości, jakie daje ten trójstronny scenariusz, jest znacznie bogatszy od jego dwustronnego odpowiednika.

Pierwsze pytanie, do którego odnieśliśmy się w pracy [H], dotyczy tego, czy możemy rozróżnić zestawy korelacji kwantowych i prawie kwantowych, patrząc jedynie na łamanie przez nie nierówności Bella. Okazało się, że spośród 45 nietrywialnych nierówności 43 wykazują to samo zachowanie, co w scenariuszu dwustronnym Clausera-Horne-Shimony-Holta (CHSH): maksymalne łamanie osiągalne przez prawie kwantowe korelacje ([H, kolumna czwarta, Tabela I]) może być również osiągnięte za pomocą korelacji kwantowych ([H, kolumna trzecia, Tabela I]). Jednak dwie nierówności (n° 23 and 41) wykazują lukę, to znaczy pokazują, że korelacje kwantowe nie mogą być tak nieklasyczne, jak korelacje prawie kwantowe. Jest to pierwszy zaobserwowany przypadek takiego typu, dla scenariuszy z dwoma dychotomicznymi pomiarami na stronę wykorzystującymi nierówności Bella.

Następnie zbadaliśmy relacje między zbiorem korelacji prawie kwantowych, a zbiorami korelacji postkwantowych zdefiniowanymi przez hierarchię NPA. Pokazaliśmy, że w tym trójstronnym, a zatem również w ogólnym scenariuszu  $n$ -stronnym (gdzie  $n \geq 3$ ), żaden  $(n - 1)$ -ty poziom hierarchii NPA nie jest zawarty w zbiorze prawie kwantowym, nie ma też relacji odwrotnej. [H]. Aby to ukazać, pokazaliśmy, że w scenariuszu trójstronnym, dla niektórych z tych 45 nietrywialnych trójstronnych nierówności Bella istnieją korelacje na drugim poziomie NPA, które są bardziej nieklasyczne (w sensie dającego silniejsze łamanie nierówności Bella) niż te ograniczone do zbioru prawie kwantowego. Stąd zbiór korelacji, które spełniają drugi poziom NPA, nie jest zawarty w zbiorze prawie kwantowym. I odwrotnie, skonstruowaliśmy określoną nierówność Bella w układzie trójstronnym o następującej właściwości: maksymalne łamanie tej nierówności przez korelacje prawie kwantowe jest większe niż łamanie przez korelacje na drugim poziomie NPA. Oznacza to, że istnieją trójstronne, prawie kwantowe korelacje, które nie spełniają ograniczeń drugiego poziomu NPA.

### 5.6.3 Prawie kwantowe korelacje naruszają hipotezę braku ograniczeń

Zbiory korelacji kwantowych i prawie kwantowych są tak zbliżone, że badaczom do tej pory nie udało się zidentyfikować podstawowej zasady, którą spełniają korelacje kwantowe, a prawie kwantowe nie [NGHA15]. Jest to kluczowe pytanie programu badawczego, którego celem na wyprowadzenie korelacji kwantowo mechanicznych wyłącznie z zasad fizycznych, tj. bez odniesienia do matematycznej struktury przestrzeni Hilberta, wektorów, samosprzężonych operatorów i tak dalej. Ten program badawczy, zainicjowany przez Popescu i Rohrlicha [PR94], ma na celu zrozumienie korelacji kwantowych wyłącznie w kategoriach fizycznych, co ułatwiłoby badanie ich potencjału jako zasobu do przetwarzania informacji. Odkrycie, że korelacje prawie kwantowe spełniają wszystkie zasady zaproponowane przez autorów pracy<sup>8</sup> [NGHA15], otworzyło pytanie, czy istnieje fundamentalne ograniczenie tego kierunku badań. A inaczej ujmując, czy jest prawdą, że prawie kwantowe korelacje mogą w rzeczywistości być korelacjami dozwolonymi przez pewną alternatywną teorię w stosunku do mechaniki kwantowej.

W niniejszej rozprawie habilitacyjnej badamy właściwości, które powinna mieć teoria fizyczna, aby przewidywać korelacje prawie kwantowe. Znaleźliśmy dwie zasady, które spełnia teoria kwantowa i których nie mogłaby spełniać żadna teoria realizująca korelacje prawie kwantowe: z jednej strony, tak zwana hipoteza braku ograniczeń (NRH, no-restriction hypothesis) [I], a z drugiej, zasada Speckera [J]. Zatem nasze wyniki przynoszą znaczący postęp w kierunku badań, o którym sądzono, że utknął w martwym punkcie.

W tej sekcji przedstawię wyniki pracy [I], a mianowicie to, że korelacje prawie kwantowe naruszają hipotezę braku ograniczeń [CDP10]. W [I] rozważamy (hipotetyczną) teorię fizyczną,

<sup>8</sup>Z możliwym wyjątkiem dotyczącym zasady przyczynowości informacji [PPK<sup>+</sup>09].

która spełnia następującą właściwość: korelacje, które przewiduje dla eksperymentu Bellowskiego są właśnie korelacjami prawie kwantowymi. Od tego miejsca będę odnosiła się do takiej teorii jako teorii prawie kwantowej. Ujmujemy ramy tej teorii w modelu uogólnionych teorii probabilistycznych (GPT, generalized probabilistic theories) [Bar07], co pozwala nam w prosty sposób zbadać jej właściwości statystyczne. Tutaj dowodzimy, że każda teoria prawie kwantowa musi naruszać NRH. Dowód tego twierdzenia działa przez sprzeczność: zakładamy, że NRH jest spełniona i pokazujemy, że teoria prawie kwantowa może przewidywać korelacje w eksperymentach Bella, które leżą poza zbiorem kwantowym. Zatem mamy sprzeczność, [I]. Spróbuję wyjaśnić szczegóły naszego dowodu.

Hipoteza braku ograniczeń [CDP10] w swej esencji zakłada, że każdy matematycznie możliwy pomiar powinien być fizycznie realizowalny. Dokładniej to ujmując, oznaczymy przez  $\mathcal{S}$  zbiór stanów, w których według danej teorii fizycznej można przygotować układy. NRH narzuca zatem, że każde liniowe odwzorowanie  $\mathcal{L}$ , które ma wartości w postaci liczb rzeczywistych w przedziale  $[0, 1]$ , gdy działa na dowolny znormalizowany stan w  $\mathcal{S}$ , powinno być w ramach danej teorii fizycznie wykonalną operacją. W języku uogólnionych teorii probabilistycznych hipoteza braku ograniczeń narzuca, że zbiór efektów jest równy (a nie ściśle w nim zawarty) zbiorowi dualnemu do zbioru stanów. Teoria kwantowa spełnia NRH. Jako przykład teorii, która nie spełnia NRH, można rozważyć model zabawkę Spekkensa [Spe07, JL13].

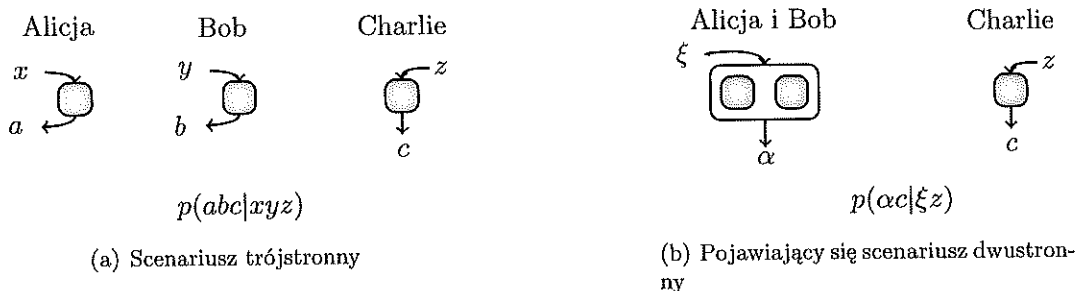
W przypadku prawie kwantowej GPT hipoteza braku ograniczeń zakłada, że pewne funkcjonały liniowe, które zidentyfikowaliśmy w pracy [I] i nazywamy *znormalizowanymi funkcjonalami Bella* (NBF), powinny zezwolić na łączne operacje w złożonych systemach składających się z dwóch składników. W związku z tym wykorzystaliśmy NBF do zdefiniowania pomiarów w eksperymencie Bella, używając ich w następujący sposób: rozważmy trójstronny scenariusz Bella, w którym Alicja, Bob i Charlie działają lokalnie na swe podukłady. Z definicji, trójstronne korelacje, które mogą zaobserwować,  $p(abc|xyz)$ , mieszczą się w zestawie prawie kwantowym, gdzie  $a$  (odpowiednio  $b$  i  $c$ ) oznacza wynik Alicji (odpowiednio Boba i Charlie), a  $x$  (odpowiednio  $y$  i  $z$ ) oznacza wybór pomiaru dokonany przez Alicję (odpowiednio Boba i Charliego). Teraz pozwólmy Alicji i Bobowi spotkać się: to definiuje nowy dwustronny scenariusz Bella, w którym Alicja i Bob są jedną stroną, a Charlie zaś drugą. Oznaczmy przez  $\xi$  wybór pomiaru dokonany przez Alicję i Boba, a przez  $\alpha$  wynik, który otrzymują podczas pomiaru ich złożonego układu. Jeżeli stojąca za tym prawie kwantowa teoria jest wewnętrznie spójna, to należy się spodziewać, że dwustronne korelacje  $p(\alpha c|\xi z)$  będą prawie kwantowe. Jednak odkryliśmy, że jeśli Alicja i Bob zmierzą swój złożony układ za pomocą NBF, to korelacje  $p(\alpha c|\xi z)$ , które obserwują wraz z Charlie, mogą leżeć poza zbiorem prawie kwantowym. Zatem, NBF nie mogą być rozpatrywane jako dozwolone operacje fizyczne w teorii prawie kwantowej, a zatem teoria prawie kwantowa narusza hipotezę braku ograniczeń.

#### 5.6.4 Prawie kwantowe korelacje naruszają zasadę Speckera

Inną zasadą nie spełnianą przez prawie kwantowe korelacje jest zasada Speckera, [J]. Ernst Specker wyraziła ją najtepująco [Cab12]

*“Jeśli masz kilka pytań i możesz odpowiedzieć na wszystkie ich pary,  
to możesz odpowiedzieć na wszystkie z nich.”*

Formalnie oznacza to, że jeśli w zbiorze pomiarów każda para z  $n$  ich jest współmierzalna, to wszystkie pomiary są współmieralne. Statystyczną konsekwencją tej zasady jest to, że jeśli w zbiorze pomiarów każda para jest współmierzalna, to – dla każdej procedury przygotowania układu – statystyki generowane przez te pomiary są marginalami pewnego wspólnego rozkładu prawdopodobieństwa, tzn. są niekontekstualne. To sformułowanie zasady Speckera w teorii kwantów jest prawdziwe dla ostrych pomiarów (tj. pomiarów rzutowych).



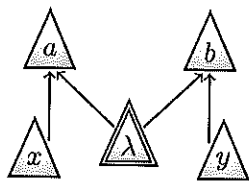
Rysunek 8: (a) **Scenariusz trójstronny**: scenariusz Bella, w którym trzy przestrzennie rozdzielone strony wykonują lokalne pomiary na swych podukładach. Rozważane statystyki wyników to  $p(abc|xyz)$ . (b) **Powiązany scenariusz dwustronny**: Scenariusz dwustronny, który należy rozważyć, gdy Alicja i Bob są zlokalizowani w jednej lokalizacji i mogą wykonywać pomiary łączne na ich części układu. W naszym schemacie te wspólne pomiary, są matematycznie wyrażone przez znormalizowane funkcjonały Bella. Statystyki ich wyników są dane przez  $p(\alpha c|\xi z)$ . W pracy [I] odkryliśmy, że jeśli wszystkie znormalizowane funkcjonały Bella prowadzą do fizycznie możliwych pomiarów, to teoria prawie kwantowa próbujące to wszystko opisać będzie prowadzić do statystyk wyników wykraczających poza zbiór korelacji prawie kwantowych.

W [J] pokazaliśmy, że korelacje prawie kwantowe naruszają statystyczne konsekwencje zasady Speckera, a zatem każda teoria prawie kwantowa narusza zasadę Speckera. Aby to udowodnić, Używamy podejścia opartego na hipergrafach z pracy [2] i skupiamy się na scenariuszach kontekstualnych, w których wykonywane pomiary są parami współmierzalne. W ramach schematu hipergrafów scenariusze te mają następującą właściwość: zestaw kwantowych modeli probabilistycznych, które zawierają, zawsze dopuszcza niekontekstualne (tj. klasyczne) wyjaśnienie. W szczególności rozważamy scenariusz z czterema parami współmierzalnych pomiarów dychotomicznych. W tym scenariuszu każda ściana klasycznego wielościanu<sup>9</sup> jest powiązana z albo tak zwaną z ang. spójną nierównością wyłączości, albo nierównością pięciokątną [4]. Tzn., zbiór klasycznych modeli probabilistycznych jest precyzyjnie określony przez te nierówności. Ponieważ w tym przypadku z samej konstrukcji wynika, że modele kwantowe są zawsze niekontekstualne, a to implikuje, że te nierówności także w pełni definiują zestaw kwantowych modeli probabilistycznych w tym scenariuszu. Ponieważ korelacje prawie kwantowe spełniają zasadę spójnej wyłączości (ang. Consistent Exclusivity principle) [2], spełniają one również spójne nierówności wyłączości. Niemniej to, co pokazujemy w [J], to fakt, że prawie kwantowe korelacje naruszają nierówność pięciokątną: forma tej nierówności jest podana w [4, Eq. (11)], jego maksymalna wartość kwantowa wynosi 2, a korelacje prawie kwantowe mogą dać wartość do 2,5.

## 5.7 Uogólnione struktury przyczynowe: korelacje i zasoby postkwantowe

Scenariusze Bella, jak również scenariusze sterujące, są szczególnymi przykładami struktur przyczynowych. W każdym z nich głównym założeniem jest to, że grupa stron, z których każda znajduje się w odległym laboratorium, musi wykonać pewne zadanie (lub po prostu wygenerować dane statystyczne) przy użyciu ograniczonych zasobów, które są dzielone pomiędzy wszystkimi

<sup>9</sup>Zbiór klasycznych modeli probabilistycznych w scenariuszu kontekstualności tworzy wielościan wypukły tj. zbiór wypukły o skończonej liczbie punktów ekstremalnych (wierzchołków). Każdy z tych wierzchołków odpowiada deterministycznemu przypisaniu wyniku do każdego pomiaru. Tą wypukłą strukturę można alternatywnie scharakteryzować za pomocą skończonej liczby hiperpłaszczyzn zwanych ścianami wielościanu.



Rysunek 9: Struktura przyczynowa odpowiadająca dwustronnemu scenariuszowi Bella: obserwowane zmienne klasyczne  $x$  i  $y$  odpowiadają wyborom pomiaru dokonany przez Alicję i Boba, podczas gdy obserwowane zmienne klasyczne  $a$  i  $b$  odpowiadają uzyskanym wynikom. Wspólna przyczyna (zmienna ukryta)  $\lambda$  jest klasyczną zmienną losową. Obserwowane statystyki są dane przez  $\{p(ab|xy)\}$ . Twierdzenie Bella mówi, że korelacje kwantowe mogą być niezgodne z tą strukturą przyczynową. Niemniej nowa struktura, w której ukrytą klasyczną zmienną  $\lambda$  zastępuje się ukrytą zmienną kwantową  $\rho$  (tj. wspólnym stanem kwantowym), jest zgodna ze statystyką kwantową.

stronami. W języku wnioskowania przyczynowego [Pea09], dwustronny eksperyment Bella można przeformułować w następujący sposób (patrz rys. 9): istnieją cztery (obserwowane) zmienne klasyczne –  $x \in \mathbb{X}$  i  $y \in \mathbb{Y}$  (które odpowiadają wyborom pomiarów Alicji i Boba), oraz  $a \in \mathbb{A}$  i  $b \in \mathbb{B}$  (które odpowiadają odpowiednio wynikom pomiarów Alicji i Boba) – i nieobserwowalna (ukryta) zmienna  $\lambda \in \Lambda$  wspólna dla obu stron. Strzałki na diagramach przedstawiają kierunek wnioskowania przyczynowego: na przykład na właściwości statystyczne zmiennej  $a$  mogą wpływać zmienne  $x$  i  $\lambda$ , ale nie  $y$  czy  $b$ . Z tej przyczynowej perspektywy można zinterpretować twierdzenie Bella w następujący sposób: statystyka kwantowa jest niekompatybilna z klasycznym charakterem zmiennej  $\lambda$  (jest to formalnie wyrażone w sekcji 5.7.2).

W tej sekcji odejdę krok dalej od tradycyjnych scenariuszy typu Bella i zbadam, w jaki sposób nieklasyczność może pojawić się w innych typach struktur przyczynowych [K]. Wykorzystam w tym celu nowe spojrzenie zaczerpnięte z wnioskowania przyczynowego do opracowania narzędzi potrzebnych do badania korelacji jako zasobu w scenariuszach Bella [L].

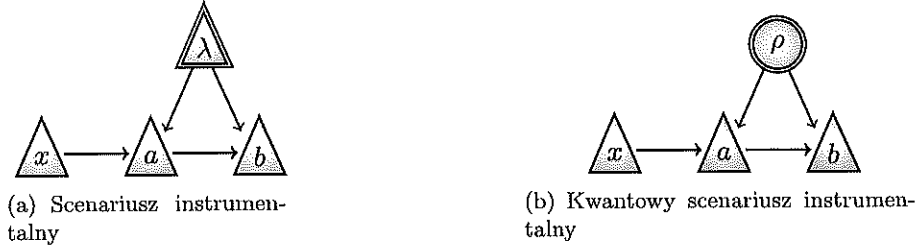
### 5.7.1 Nieklasyczne i postkwantowe korelacje w scenariuszu instrumentalnym

We części rozważamy relacje klasycznych, kwantowych i postkwantowych statystyk w ramach najprostszej (nietrywialnej [HLP14]) strukturze przyczynowej: w tak zwanym scenariuszu instrumentalnym [Pea95, Bon01]. Struktura przyczynowa scenariusza instrumentalnego<sup>10</sup> jest przedstawiona na rys. 10. Jest to najprostsza struktura przyczynowa, która może ukazywać różnice pomiędzy korelacjami klasycznymi, kwantowymi i postkwantowymi, ‘prostota’ oznacza tu mniejszą liczbę zmiennych (węzłów) i strzałek przyczynowych (krawędzi) [HLP14]. Rzeczywiście, scenariusz instrumentalny jest prostszy niż scenariusz Bella. W pracy [K] pokazaliśmy, że w ramach scenariusza instrumentalnego faktycznie ma to miejsce: istnieją korelacje kwantowe, które nie mają klasycznego wyjaśnienia, a ponadto istnieją również korelacje postkwantowe, które nie pozwalają na kwantową realizację.

Kluczowym spostrzeżeniem pracy [K] jest identyfikacja relacji pomiędzy scenariuszami Bella a scenariuszem instrumentalnym. Dokładniej mówiąc, rozważmy następujące sytuacje. Z jednej

<sup>10</sup>Tego typu scenariusze rozpoczęto rozważać ramach opisu badań klinicznych i obejmowało analizę sytuacji, w których pacjenci nie stosują się idealnie do przypisanego im leczenia. Niech  $x$  będzie losowo przypisanym leczeniem,  $a$  leczeniem, do którego pacjent stosuje, a  $b$  zmienną, która rejestruje powrót do zdrowia. Mogą istnieć czynniki  $\lambda$ , które wpływają zarówno na szansę wyzdrowienia przy każdym leczeniu, jak i na szansę zastosowania się do konkretnego leczenia.





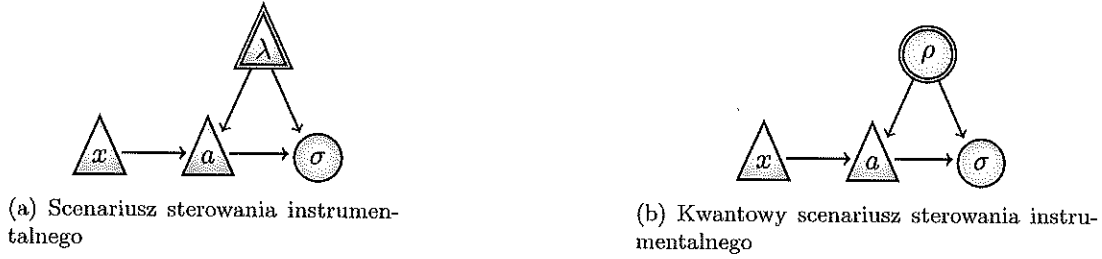
Rysunek 10: (a) **Scenariusz instrumentalny**: Struktura przyczynowa odpowiadająca scenariuszowi instrumentalnemu. Istnieją trzy obserwowane zmienne klasyczne  $x$ ,  $a$  i  $b$ . Istnieje również ukryta wspólna przyczyna (zmienna ukryta)  $\lambda$  pomiędzy zmiennymi  $a$  i  $b$ . Obserwowane statystyki są wyrażone przez  $\{p(ab|x)\}$ . Okazuje się, że korelacje kwantowe mogą być niezgodne z tą strukturą przyczynową. (b) **Kwantowy scenariusz instrumentalny**: Nowa Instrumentalna struktura przyczynowa, w której ukrytą zmienną klasyczną  $\lambda$  zastępuje się ukrytą zmienną kwantową  $\rho$  (tj. wspólnym stanem kwantowym). Ta struktura jest zgodna ze statystyką kwantową. Jednak w tym przypadku stwierdzamy, że korelacje postkwantowe mogą być niekompatybilne z tą strukturą przyczynową.

strony mamy dostęp do eksperymentalnej implementacji dwustronnego testu Bella: wspólnego układu dzielonego pomiędzy Alicją i Bobem, którzy dokonują pomiarów na swoich podukładach i otrzymują statystyki wyników  $\{p(ab|xy)\}$ . Ilekroć  $|\mathbb{A}| = |\mathbb{Y}|$ , można wykorzystać dane stany oraz instrumenty pomiarowe, aby stworzyć następującą sytuację: Alicji wykonuje pomiar na jej części układu, uzyskuje wynik  $a$ , wysyła ten wynik do Boba, który następnie wykonuje pomiar oznaczony przez  $a$  na jego części układu, ostatecznie uzyskując wynik  $b$ . Taki zmodyfikowany scenariusz, który w przeciwieństwie do scenariusza Bella pozwala na komunikację pomiędzy Alicją a Bobem, wygeneruje statystyki wyników charakteryzowane przez warunkowy rozkład prawdopodobieństwa  $p'(ab|x)$ . Ponieważ urządzenia fizyczne pochodzą ze scenariusza Bella, wynika z tego, że  $p'(ab|x) = p(ab|xa)$ . Z drugiej strony, jako punkt wyjścia można przyjąć korelację  $p'(ab|x)$  w scenariuszu instrumentalnym i zapytać z kolei, czy istnieje korelacja  $p(ab|xy)$  w dwustronnym scenariuszu Bella, spełniająca  $p'(ab|x) = p(ab|xa)$ . Odpowiedź na to pytanie jest twierdząca i wynika z zastosowania tak zwanej techniki przerywania w scenariuszu instrumentalnym [K]. Zestawiając te dwie sytuacje, doszliśmy do wniosku, że korelacja  $p(ab|xy)$  jest dopuszczalna w scenariuszu Bella wtedy i tylko wtedy, gdy jej postselekcja  $p'(ab|x) = p(ab|xa)$  jest dopuszczalne w scenariuszu instrumentalnym. Co więcej, ta zależność zachowuje pewien rodzaj zmiennej ukrytej, za pomocą której te korelacje mogą zostać zrealizowane. Mianowicie, klasyczne korelacje w scenariuszach Bella odwzorowują klasyczne korelacje w scenariuszu instrumentalnym (i odwrotnie). To samo dzieje się z korelacjami kwantowymi i korelacjami postkwantowymi [K].

Identyfikacja, którą znaleźliśmy pomiędzy scenariuszem Bella i scenariuszem instrumentalnym, pozwoliła nam użyć całą “maszynериę” z pierwszego zagadnienia i zastosować ją do drugiego. Na przykład rozważmy następującą nierówność dla scenariusza instrumentalnego z  $\mathbb{A} = \mathbb{B} = \{0, 1\}$  i  $\mathbb{X} = \{0, 1, 2\}$ , znaną przez Boneta [Bon01]:

$$I_{\text{Bonet}} = p(a = b|0) + p(b = 0|1) + p(01|2) \leq 2.$$

Zamieniając  $p(ab|x) \rightarrow p(ab|xa)$  powiązaliśmy wartość  $I_{\text{Bonet}}$  z wartością nierówności CHSH [CHSH69], i stąd analitycznie uzyskaliśmy maksymalne wartości  $I_{\text{Bonet}}$ , możliwe do osiągnięcia w scenariuszu instrumentalnym przez korelacje kwantowe i korelacje postkwantowe. Wykorzystując powyższy rezultat, wbrew temu, czego można by się spodziewać, pokazaliśmy, że każda



Rysunek 11: (a) **Scenariusz sterowania instrumentalnego:** Struktura przyczynowa odpowiadająca scenariuszowi sterowania instrumentalnego. Mamy dwie obserwowane zmienne klasyczne,  $x$  i  $a$  oraz jedną obserwowaną zmienną kwantową  $\sigma$ . Istnieje również ukryta wspólna przyczyna (zmienna ukryta)  $\lambda$  pomiędzy zmiennymi  $a$  i  $\sigma$ . Obserwowane statystyki są dane ze zespół sterowany  $\{\sigma_{a|x}^I\}_{a \in \mathbb{A}, x \in X}$ . Pokazujemy, że kwantowe zespoły sterowane mogą być niekompatybilne z tą strukturą przyczynową. (b) **Kwantowy scenariusz sterowania instrumentalnego:** Nowa instrumentalna struktura przyczynowa sterowania, w której ukryta klasyczna zmienna  $\lambda$  jest zastępowana ukrytą zmienną kwantową  $\rho$  (tj. wspólnym stanem kwantowym). Ta struktura jest kompatybilna z kwantowymi zespołami sterowanymi. Jednak w pracy [F] stwierdzamy, że zespoły postkwantowe mogą być niekompatybilne z tą strukturą przyczynową.

nieklasyczna korelacja w scenariuszu CHSH może służyć do konstruowania nieklasycznych korelacji w scenariuszu instrumentalnym. Na przykład pokazaliśmy, jak można wykorzystać korelacje pudeł-PR (których cechą jest  $\mathbb{X} = \mathbb{A} = \mathbb{Y} = \mathbb{B} = \{0, 1\}$ ) i skonstruować rozkład prawdopodobieństwa warunkowego  $p(ab|xy)$  dla  $\mathbb{X} = \{0, 1, 2\}$ , dający oszacowanie  $I_{\text{Bonet}}$  przekraczające to, co jest możliwe w przypadku zasobów kwantowych.

Inny ważny przykład tego, w jaki sposób technika z pracy [K] pozwala nam zastosować narzędzia ze scenariuszy Bella do scenariusza instrumentalnego, dotyczy rozszerzenia zbioru korelacji po za kwantowe. Na przykład, możemy dzięki temu zdefiniować i omówić koncepcję korelacji prawie kwantowych w scenariuszach instrumentalnych. Z bardziej pragmatycznego punktu widzenia połączenie pomiędzy tymi dwoma scenariuszami jest przydatne, ponieważ narzędzia obliczeniowe zapewniane przez hierarchię NPA można teraz bezpośrednio zastosować do scenariusza instrumentalnego. Jest to istotne, gdy dąży się do znalezienia górnej granicy kwantowego naruszenia określonej nierówności w scenariuszu instrumentalnym: można teraz przyjąć określony poziom hierarchii NPA i zapytać, jaka jest maksymalna wartość funkcjonału liniowego osiągnięta przez  $p'(ab|x)$ , gdy odpowiadający mu rozkład prawdopodobieństwa  $p(ab|xy)$  należy do tego samego poziomu hierarchii NPA. Wystarczy do tego pojedyncze wywołanie programu półokreślonego (SDP).

Ostatni komentarz w tej sekcji dotyczy scenariusza sterowania instrumentalnego, który przedstawiłam w sekcji 5.5.4. Z perspektywy przyczynowej można sobie wyobrazić scenariusz sterowania instrumentalnego jako scenariusz, w którym obserwowaną zmienną  $b$  zastępuje obserwowana zmienna kwantowa  $\sigma$ , która odpowiada elementom asamblażu przygotowanego w laboratorium Boba. Ta przyczynowa perspektywa scenariusza sterowania instrumentalnego jest przedstawiona na rys. 11.

### 5.7.2 Teoria zasobów nieklasyczności pudeł o wspólnej przyczynie

Praca [L] to kolejny artykuł z prezentowanej serii, w którym przyczynowe spojrzenie na problem okazało się kluczowe. Pytaniem, którym zajęliśmy się w [L], brzmi: jak rozumieć nieklasyczność korelacji w scenariuszu Bella jako *zasób* i jak szacować wartość zasobu takiej nieklasyczno-

ści. Jako przykład rozważmy sytuację, w której dwie odległe od siebie strony, Alicja i Bob, chcą bezpiecznie komunikować się, postępując zgodnie z niezależnym od urządzenia kwantowym protokołem kryptograficznym. W takim przypadku, aby zaimplementować protokół, będą potrzebować nieklasycznych korelacji w odpowiedniej dwustronnej konfiguracji Bella. Rodzaje pytań, które nas tutaj motywują, to np. jeśli mają dostęp do dwóch różnych nieklasycznych korelacji,  $\{p_1(ab|xy)\}$  i  $\{p_2(ab|xy)\}$ , to w jaki sposób będą w stanie określić, co jest bardziej “nieklasyczne” w sensie “bardziej przydatne” w tym zadaniu kryptograficznym? Istotą tego podstawowego problemu, którym się zajmujemy, są korelacje w konfiguracji eksperymentalnej Bella: które korelacje są zasadniczo bardziej nieklasyczne niż inne i jak to scharakteryzować ilościowo.

Opieramy nasze badania, w celu rozwinięcia systematycznego podejścia do porządkowania zasobów i ich kwantyfikacji, na teoriach zasobów. W naszym przypadku zastosowaliśmy się do konkretnego sformułowania zawartego w pracy [CFS16]. Kluczowym zagadnieniem jest to, jak zidentyfikować tzw. wolne operacje w scenariuszach Bella i tutaj istotną rolę odgrywa perspektywa przyczynowości problemu. Z historycznej perspektywy, debata leżąca u podstaw twierdzenia Bella ewoluowała wokół pojęć *lokalność*, *realizm* i *lokalna przyczynowość* [Wis14]. Jednak w pracy [L] naszym punktem wyjścia jest reinterpretacja twierdzenia Bella, gdzie założenia są następujące: zasada Reichenbacha (mówiąca, że korelacje muszą być wyjaśnione przyczynowo), ogólny schemat klasycznego modelowania przyczynowego oraz zasada niedostrajania (mówiąca, że niezależności statystycznych nie należy tłumaczyć dostrajaniem wartości parametrów w modelu przyczynowym). Z tej perspektywy łamanie nierówności Bella nie prowadzi do tradycyjnego dylematu pomiędzy realizmem a lokalnością, ale raczej świadczy o niemożności dostarczenia niedostrojonego wyjaśnienia eksperymentu w ramach klasycznych modeli przyczynowych. Stąd, jeśli chce się utrzymać możliwość uzyskania zadowalających przyczynowych wyjaśnień korelacji, to z twierdzenia Bella wynika, że należy zrezygnować z klasycznych modeli przyczynowych. W pracy [L] pracujemy zatem w ramach uogólnionych modeli przyczynowych, które wykorzystują ramy uogólnionych teorii probabilistycznych (GPT): zatem w tych konfiguracjach Bella nieobserwowalne mediatory przyczynowe (tutaj wspólne przyczyny) mogą być zmiennymi, które nie są już uważane za klasyczne: może to być stan kwantowy  $\rho$  (patrz rys. 9) lub nawet układ postkwantowy. Z bardziej fundamentalnej perspektywy podejście to mówi nam, że w sytuacji eksperymentalnej, w której mamy strony rozdzielone przestrzennie, podstawowym źródłem nieklasyczności jest natura wspólnej przyczyny, która koreluje rundy eksperymentu w laboratoriach.

Twierdzenie Bella widziane z tej perspektywy pozwoliło nam zidentyfikować zbiór bezkosztowych operacji w naszej teorii zasobów: wszystko, co można osiągnąć, dzieląc pomiędzy laboratoriami wspólne klasyczne przyczyny [L, Sec. 3]. W kontekście kwantowej teorii informacji zbiór ten jest znany jako *operacje lokalne i współdzielona losowość* (ang. local operations and shared randomness, LOSR) [DV14, GP14]. Ta perspektywa daje nam również fizyczne uzasadnienie aby nie rozważać zbioru operacji zwanych *transformacje pudeł* (“wirings”) i *klasyczna komunikacja poprzedzająca wprowadzenie (ustawień)* [GA17] jako odpowiedniego kandydata do bez-kosztowych operacji w teorii zasobów dotyczącej nieklasyczności Bella.

Kwestia wymienialności zasobów jest zatem w tym przypadku następująca: czy zasób  $R_1$  można przekształcić w zasób  $R_2$  za pomocą operacji LOSR? Gdy odpowiedź brzmi *tak*, oznacza to, że  $R_1$  jest bardziej nieklasyczny (bardziej zasobny) niż  $R_2$ . W szczególnym przypadku korelacji  $\{p(ab|xy)\}$  pokazaliśmy, że na to pytanie można odpowiedzieć dwoma wywołaniami programu liniowego, który zapewnia skuteczny algorytm decydowania, czy dana korelacja jest bardziej nieklasyczna niż inna [L, Sec. 5].

W pracy [L] kontynuowaliśmy badania *monotonów zasobów*, które są funkcjami zasobów o wartościach rzeczywistych, których wartość nie może wzrastać w wyniku jakiegokolwiek bezkosz-

towej operacji w ramach danej teorii zasobów. Intuicja jest taka, że wartości osiągnane przez zbiór takich monotoni może służyć jako *miara nieklasycyzności* dla danej korelacji. Okazało się, że nierówności Bella definiujące ściany wielościanu wypukłego nie wystarczają, aby uchwycić, stopień nieklasycyzności danej korelacji. W rzeczy samej, pokazaliśmy, że w scenariuszu Bella typu CHSH (który ma tylko jedną klasę równoważności nierówności definiujących ściany wielościanu) musimy mieć co najmniej 7 innych monotoni [L, Sec. 7].

W pracy [L] zdefiniowaliśmy również dwa monotony zasobów, które pozwoliły nam wyprowadzić różne globalne właściwości porządkowania zasobów w ramach teorii zasobów. Po pierwsze, pokazaliśmy, że istnieją nieskończone zbiory zasobów *nieporównywalnych*<sup>11</sup>. Na przykład korelacje kwantowe, które maksymalnie naruszają nierówność CHSH, nazwijmy je  $R_{Tsi}$ , nie mogą być przekształcone za pomocą operacji LOSR na korelacje Hardy’ego,  $R_{Hardy}$  i vice-versa. Ponadto wykazaliśmy, że ciągle zbiór ekstremalnych korelacji, które można zrealizować kwantowo, zawiera nieskończony zbiór nieporównywalnych zasobów, nawet jeśli ogranicza się do podzbioru teorii zasobów, który można zrealizować w teorii kwantowej. W szczególności pokazaliśmy, że wszystkie ekstremalne zasoby kwantowe znajdują się na szczycie hierarchii zasobów: nie ma odpowiednika zasobu *maksymalnie splątanego* zasobu dla korelacji kwantowych.

Wreszcie, jednym z fundamentalnych wyników pracy [L] jest ustanowienie podstaw, na których można opracować teorie zasobów dla innych scenariuszy przyczynowych. Nasze podstawowe idee dotyczące wykorzystania koncepcji przyczynowych do opracowania teorii zasobów można łatwo zastosować do innych struktur przyczynowych. Na przykład praca [L, App. A] wspomina o tak zwanym scenariuszu *trójkąt z ustawieniami* [BRGP12, Fig. 8] i definiuje zbiory zawartych w nich wolnych zasobów i wolnych operacji. Jednym z kluczowych faktów jest to, że w przeciwieństwie do scenariuszy Bella te zbiory wolnych operacji i wolnych zasobów nie są wypukłe.

## 6 PREZENTACJA OSIĄGNIĘĆ DYDAKTYCZNYCH, ORGANIZACYJNYCH ORAZ POPULARYZUJĄCYCH NAUKE

### 6.1 Osiągnięcia dydaktyczne

#### Nauczanie akademickie:

- *UBA - Universidad de Buenos Aires, Argentyna.* Wrzesień, 2017.  
Wykładowcy – Kurs dla magistrantów: “Nielokalność i Kontekstualność: podstawy i zastosowania”. 8 wykładów, razem 32 godziny.
- *UPC - Polytechnic University of Catalunya, Hiszpania.* Styczeń, 2013 - Maj, 2013.  
Asystentka dydaktyczna – Program studiów: Magister fotoniki – kurs: Laboratorium foniczne.
- *UNC - Universidad Nacional de Córdoba, Argentyna.* Marzec, 2007 - lipiec, 2009.  
Teaching Assistant – Facultad de Matemática, Astronomía y Física – Kursy licencjackie:
  - Fizyka 4: Optyka Klasyczna, Laboratoria – Jesień 2009.
  - Fizyka dla Informatyków – Wiosna 2008.
  - Mechanika Klasyczna – Jesień 2008.

<sup>11</sup>Dwa zasoby są nieporównywalne, jeśli żadnego z nich nie można swobodnie przekształcić w drugi, tj. za pomocą operacji LOSR.

- Fizyka 3: Elektryczność i Magnetyzm – Wiosna 2007.
- Fizyka 4: Optyka Klasyczna – Jesień 2007.

#### Wykłady na zaproszenie:

- *Nielokalność Bella – kwantowe korelacje od podstaw* Czerwiec, 2019.  
KFL Kwantowa Fizyka i Logika – Chapman University, CA, USA.
- *Kontekstualność* Czerwiec, 2017.  
Letnia Szkoła – Fundamenty Mechaniki Kwantowej, ETH Zurich – Zurych, Szwajcaria.
- *Nielokalność Bella* Wrzesień, 2015.  
Hanyang University (ERICA) – Ansan, Korea Południowa.

## 6.2 Osiągnięcia organizacyjne

### Organizacja konferencji, warsztatów i seminariów

- **Quantum Speedup Conference** Grudzień, 2020.  
ICTQT, Uniwersytet Gdański, Polska.
- **Q-turn: changing paradigms in quantum science** Listopad, 2018.  
Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brazylia.  
<https://qturnworkshop.wixsite.com/2018>
- **Algorithmic Information, Induction and Observers in Physics workshop** Kwiecień, 2018.  
Perimeter Institute for Theoretical Physics, Waterloo, ON, Kanada.  
<https://tinyurl.com/ybgbgvwb>
- **Observers in quantum and foil theories workshop** Kwiecień, 2018.  
Perimeter Institute for Theoretical Physics, Waterloo, ON, Kanada.  
<http://perimeterinstitute.ca/conferences/observers-quantum-and-foil-theories>
- **Contextuality: Conceptual Issues, Operational Signatures, and Applications workshop** Lipiec, 2019.  
Perimeter Institute for Theoretical Physics, Waterloo, ON, Kanada.  
<https://tinyurl.com/ybgbgvwb>
- **Quantum Information Theory** Wrzesień 2014 – Sierpień 2016.  
seria cotygodniowych wykładów  
University of Bristol – Bristol, Anglia.  
<http://www.cs.bris.ac.uk/Research/QuantumComputing/seminars.jsp>
- **10th workshop on Quantum Physics and Logic (QPL)** Lipiec, 2013.  
ICFO–Institut de Ciències Fotòniques, Castelldefels (Barcelona), Hiszpania.
- **1st EPS Scientific Workshop for Young Minds** Wrzesień, 2012.  
ICFO–Institut de Ciències Fotòniques, Castelldefels (Barcelona), Hiszpania.

<https://www.icfo.eu/newsroom/news/1692-icons-workshop-for-young-minds>

### 6.3 Osiągnięcia w popularyzowaniu nauki

#### Popularyzacja nauki:

- **Artykuł:** “Quantique, Le nouvel âge d’or” Październik, 2020.  
Interview with Pierre-Yves Bocquet on the future of quantum research in its golden age.  
Science&Vie magazine, hors série n° 292, Październik 2020.  
<https://tinyurl.com/y4mv7gow>
- **Artykuł:** “What is non-classical about quantum no-cloning?” Czerwiec 2020.  
“Contextual advantage for state-dependent cloning” autorstwa Matteo Lostaglio i Gabriel Senno, opublikowany w Quantum 4, 258 (2020).  
Omawiam, co jest nieklasyczne w kwantowym prawie zakazu klonowania oraz znaczenie właściwego opisu cech operacyjnych, gdy rozważamy kontekstualność jako zasób.  
Quantum Views 4, 39 (2020).  
<https://quantum-journal.org/views/qv-2020-06-22-39/>
- **Artykuł :** “Is Causality Fundamental?” Czerwiec 2020.  
Wywiad z Brendanem Fosterem na temat naszego Dużego Grantu FQXi “The Emergence of Agents from Causal Order”.  
The Foundational Questions Institute (FQXi), 18 Czerwiec 2020.  
<https://fqxi.org/community/articles/display/242>
- **Artykuł :** “Au-delà du quantique : la découverte d’un nouveau monde” April 2019.  
Wywiad z Mathilde Fontez na temat zrozumienia ograniczeń teorii kwantowej i intrygujących możliwości stojących poza nią.  
Science&Vie magazine n° 1220, 17 Kwietnia 2019.  
<https://tinyurl.com/y9twd4mj>
- **Artykuł:** “The quantum world is infamously weird – now we might know why” Marzec, 2019.  
Wywiad z Dr. Ciaran Lee na temat kontekstualności jako jednej z kluczowych różnic pojęciowych pomiędzy fizyką kwantową a klasyczną.  
New Scientist wydanie 3221, 16 Marca 2019.  
<https://tinyurl.com/yac8n16g>
- **Video:** “Part II: Generalized Probabilistic Theories.” Sierpień, 2018.  
Wkład w trzyczęściową serię filmów popularnonaukowych na temat ‘Definicji teorii kwantowej’.  
Centre for Quantum Technologies, NUS Singapore and John Templeton Foundation.  
<https://www.youtube.com/watch?v=pE-mBRZAbfM>

#### Zaangażowanie publiczne:

- **Wykład popularnonaukowy:** “Quantum” Listopad, 2017.  
Hive Waterloo Region Meetup #4 – Waterloo, ON, Canada.

Temat: przegląd popularnonaukowy, czym jest teoria kwantowa i na czym polega praca naukowa.

<http://hivewr.ca/events/meetup4/>

## 7 INNE OSIĄGNIĘCIA NAUKOWE

### 7.1 Dane bibliometryczne

Źródło: Google Scholar (12.02.2021)

- Liczba recenzowanych publikacji: 26 (20 po doktoracie)
- liczba pre-printów w Internecie: 3
- Całkowita liczba cytowań: 834
- H-indeks: 13

Źródło: Web of Science (12.02.2021)

- Liczba recenzowanych publikacji: 25 (19 po doktoracie)
- Całkowita liczba cytowań: 427 (390 bez autocytowań)
- H-indeks: 9

### 7.2 Nagrody

- *Stypendium Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego dla wybitnego młodego naukowca*  
Data przyznania nagrody: Czerwiec, 2020.  
Czas trwania: 36 miesięcy

### 7.3 Osiągnięcia naukowe przed doktoratem

Wyniki przedstawione w mojej pracy doktorskiej dotyczą trzech tematów.

#### 1. Charakterystyka korelacji kwantowych w scenariuszach Bella.–

Nielokalność Bella [Bel64] jest formą nieklasyczności przejawianej przez korelacje wyników pomiarów i którą można wykorzystać jako zasób w procesach przetwarzania informacji, np. w scenariuszach kryptograficznych [BCP<sup>+</sup>14b]. W moim doktoracie zajmowałam się pytaniem, jak wygląda zbiór korelacji w scenariuszach Bella dozwolony przez teorię kwantową, mając na celu zrozumienie możliwości jakie te korelacje dostarczają.

Zaproponowaliśmy pierwszą wielostronną zasadę do scharakteryzowania korelacji kwantowych, którą nazwaliśmy “lokalną ortogonalnością” (LO) [1, 3]. Zasada ta opiera się na definicji ortogonalności (lub wyłączości) między procesami pomiarowymi i wymaganiu, aby suma prawdopodobieństw wzajemnie wykluczających się zdarzeń była mniejsza lub równa jeden. Warunki te implikują ograniczenia na korelacje, do których mamy dostęp. Pokazaliśmy, że LO implikuje wysoce nietrywialną strukturę w przestrzeni korelacji i że jej wielostronne sformułowanie faktycznie pozwala wykluczyć korelacje postkwantowe, dla których zawodzi jakakolwiek zasada dwustronna [1]. Co ciekawe, pokazujemy, że ograniczenia narzucone przez LO przyjmują postać nierówności Bella (zwanym nierównościami LO), które są spełniane przez korelacje kwantowe. Zatem, naruszenie nierówności LO świadczy, że mamy do czynienia z korelacjami postkwantowymi [1].

Ważną właściwością zasady LO jest jej powiązanie z teorią grafów, co okazuje się bardzo przydatne przy obliczaniu ograniczeń, które LO nakłada na przestrzeń korelacji [1, 3]. Co więcej, pokazaliśmy, że ten problem jest równoważny obliczeniu określonych niezmienników z teorii grafów dla czegoś co nazywamy grafem ortogonalności danego scenariusza [1, 3].

## 2. Nowy procedura badania kontekstualności.–

Opracowaliśmy procedurę opartą o teorię grafów dla kontekstualności Kochena-Speckera [KS67], zainspirowaną przez prace Cabella, Severiniego i Wintera [CSW10], która umożliwia badanie w ujednoczony sposób zarówno nielokalności, jak i kontekstualności [2]. Korzystając z tego modelu, zdefiniowaliśmy postulat korelacji kwantowych w scenariuszach kontekstualności, który nazwaliśmy zasadą spójnej wyłączności (CE) [2] [Hen12, Cab13]. W szczególności udowodniliśmy, że w ramach naszej definicji scenariuszy kontekstualnych zasada lokalnej ortogonalności i CE są równoważne. Podobnie jak w przypadku LO pokazaliśmy, że zasada CE narzuca wysoce nietrywialną strukturę na przestrzeń prawdopodobieństwa, która do tej pory pozostawała niezauważona. Sformalizowaliśmy tę strukturę, definiując hierarchię zbiorów modeli probabilistycznych, z których każdy spełnia silniejsze ograniczenia sformułowane na podstawie CE [2].

Ponadto zdefiniowaliśmy hierarchię programów półokreślonych (SDP) dla modeli probabilistycznych w scenariuszach kontekstualności, podobną do hierarchii Navascués, Pironio i Acín (NPA) [NPA07, NPA08, PNA10]. Pokazaliśmy, że ta hierarchia SDP zbiega do zbioru kwantowego, a każdy poziom hierarchii spełnia zasadę CE. Pokazaliśmy również, że te hierarchie można rozumieć jako należące do rodziny hierarchii, w których każdy element tej rodziny zbiega w inny zbiór modeli scenariuszy kontekstualności (takich jak np. klasyczne modele probabilistyczne) [5].

Będąc schematem opartym na teorii grafów, nasze podejście czerpie korzyści z tej teorii. W istocie, scharakteryzowaliśmy za pomocą niezmienników z teorii grafów określone zbiory modeli probabilistycznych, takie jak zbiór niesygnalizujący, wszystkie zbiory w hierarchii CE, pierwszy poziom w hierarchii SPD i zbiór klasyczny [2].

Wreszcie, nasze podejście pozwoliło nam uogólnić prawie kwantowe korelacje [NGHA15] na scenariusze kontekstualności Kochena-Speckera i scharakteryzować ten zbiór za pomocą graficznego niezmiennika teoretycznego obliczalnego przez program SDP [2].

## 3. Nierówności Bella dla układu wielu ciał.–

Zweryfikowanie nieklasyczności korelacji zaobserwowanych w eksperymencie Bella, jest w zasadzie łatwym do rozwiązania problemem. Wystarczy sprawdzić, czy korelacje należą do tak zwanego lokalnego wielościannu. Jednak w praktyce nie zawsze tak jest, ponieważ złożoność obliczeniowa problemu rośnie wykładniczo wraz z liczbą stron występujących w danym scenariuszu, a także zwiększa się wraz z liczbą dozwolonych wyborów pomiarowych i możliwych wyników. Inna przeszkoda podczas pracy z dużymi systemami wielostronnymi (tj. układami wielu ciał) wynika z perspektywy eksperymentalnej: pomiar wszystkich funkcji korelacji wielostronnych wymaganych do zrekonstruowania pełnego wektora prawdopodobieństwa nie jest łatwym zadaniem. Dlatego nie można w prosty sposób podejść do problemu certyfikacji nieklasyczności korelacji w układach wielu ciał.

W ramach tego projektu badaliśmy, jak opracować testy nieklasyczności Bella, które mogłyby potwierdzić nieklasyczne korelacje w układach wielostronnych. Skoncentrowaliśmy się na testach nieklasyczności, które opierają się tylko na korelacjach jedno i dwustronnych [6, 7], upraszczając w ten sposób złożoność zarówno teoretyczną, jak i eksperymentalną. Ponadto dodatkowo ograniczyliśmy nierówności Bella dla 2 ciał do tych, które spełniają pewne symetrie dotyczące etykietowania stron: po pierwsze uwzględniliśmy niezmienniczości permutacyjne [6], oraz translacyjne [7] – pozwoliło nam to stworzyć pakiety oprogramowania, które nie wymagają użycia super komputera do przeprowadzenia certyfikacji. Co ciekawe, wykazaliśmy, że te nierówności Bella są wystarczająco silne, aby wykryć nielokalność w fizycznie istotnych układach wielociłowych, takich jak stan podstawowy hamiltonianu Lipkina-Meszkowa-Glicka [LMG65].

Wykazaliśmy również, że w niektórych przypadkach wyprowadzone nierówności są przyjazne eksperymentalnie, ponieważ można je przetestować poprzez pomiary globalnych obserwabli,



takich jak składowe całkowitego spinu układu, które już wówczas w fizyce atomowej były rutynowo mierzone z bardzo dużą precyzją [HSP10, ERIR<sup>+</sup>08]. W ten sposób pokazaliśmy, że nasze kryteria Nielokalności mogą mieć zastosowanie w układach, w przypadku których nie można wykonywać pomiarów na pojedynczych cząstkach.

## 7.4 Dodatkowy dorobek po doktoracie

Badania, które przeprowadziłam po uzyskaniu doktoratu, a które nie są częścią tej pracy habilitacyjnej, obejmują następujące tematy.

### 1. Złożoność kompatybilnych pomiarów.—

Niekompatybilność pomiarów jest jednym z podstawowych aspektów teorii kwantowej [BLM96]. W tej pracy [8] zainicjowaliśmy badanie złożoności zbioru kompatybilnych pomiarów, to znaczy zbadaliśmy, jak złożona jest struktura zbioru kompatybilnych – czyli współmierzalnych obserwabli [HMZ16]. Z jednej strony pokazaliśmy, że bardzo duże zbiory kompatybilnych pomiarów można tworzyć, zaczynając od tzw. pomiaru macierzystego *ang. parent*. Z drugiej strony wykazaliśmy, że złożoność kompatybilności można ograniczyć i skaluje się nie gorzej niż liniowo wraz z liczbą pomiarów w zbiorze. Zbadaliśmy również typowe zachowanie granicy kompatybilnych pomiarów w przypadkach, gdy ta granica nie jest ostra i pokazaliśmy, że w tych przypadkach granica wydaje się mieć bogatą strukturę. Na koniec, aby zmniejszyć złożoność zbioru pomiarów, rozważyliśmy możliwość wykorzystania losowości w pomiarze macierzystym, i znaleźliśmy przykłady, w których jest to rzeczywiście możliwe.

### 2. Kwantowe układy odniesienia i ich zastosowanie w termodynamice.—

Skonstruowaliśmy kwantowy układ odniesienia, który pozwala nam na danym systemie kwantowym zaimplementować w przybliżeniu dowolne transformacje unitarne przy obecności dowolnej liczby ekstensywnych wielkości zachowanych, poprzez pochłanianie wszelkich reakcji systemu kwantowego przewidzianych przez prawa zachowania [9]. Nasz układ odniesienia działa zatem jednocześnie jako bateria dla wielkości zachowanych. Nasza konstrukcja charakteryzuje się fizycznie intuicyjną, przejrzystą i przyjazną dla wdrożeń realizacją. Jest tak ponieważ, układ odniesienia składa się z tych samych typów podsystemów co system pierwotny i jest skończony dla dowolnej pożądanej dokładności. Pokazaliśmy, że oddziaływanie z układem odniesienia można rozbić na człony dwuciałowe, poprzez jednoczesne sprzęgnięcie systemu z jednym z podsystemów układu odniesienia. Zastosowaliśmy tę konstrukcję do kwantowych układów termodynamicznych z wieloma, także niekomutującymi, wielkościami zachowawczymi, co pozwoliło nam w takich przypadkach zdefiniować konkretne modele baterii.

### 3. Układy odniesienia, które oddzielnie przechowują niekomutujące wielkości zachowawcze.—

Na podstawie wyników z pracy [9] skonstruowaliśmy nowy układ odniesienia, który nie tylko działa jako bateria dla (także niekomutujących) wielkości zachowawczych, ale również przechowuje te wielkości w różnych “bateriach” [10]. Dokładniej mówiąc, najpierw pokazujemy, że możliwe jest wykonanie dowolnej, unitarnej transformacji dla dowolnej liczby cząstek o spinie  $\frac{1}{2}$ , przy jednoczesnym przestrzeganiu zasady zachowania momentu pędu, w taki sposób, że wszelkie zmiany w trzech składowych momentu pędu rozdzielone są pomiędzy różne baterie. Jeśli w tej procedurze występują błędy, można je dowolnie zmniejszyć, czyniąc baterie wystarczająco dużymi. Następnie pokazujemy, że protokół ten można uogólnić na wyższe wartości spinu, gdy celem jest zaimplementowanie przestrzennego obrotu z zachowaniem całkowitego momentu pędu. Pokazujemy również, że gdy wymiar przestrzeni Hilberta jest potęgą 2, można skonstruować

kompletny zbiór wielkości zachowanych, do których można zastosować nasz protokół: na układzie można zastosować dowolne unitarne transformacje, oddzielając zmiany w każdej wielkości zachowawczej w odpowiadającej jej baterii. Co ciekawe, nasze wyniki ukazują również możliwość całkowitego przeniesienia różnych składowych momentu pędu układu w nieznanym stanie spinowym na odrębne układy (z dowolną precyzją).

#### **4. Wielostronne łączenie scenariuszy kontekstualności.–**

Kontekstualność jest szczególnym zjawiskiem kwantowym, które nie ma swojego odpowiednika w klasycznej teorii prawdopodobieństwa. Biorąc pod uwagę dwa niezależne systemy, naturalnym pytaniem jest, w jaki sposób dwa oddzielne scenariusze kontekstualności komponuje się we wspólny scenariusz. Zakładając, że dozwolone modele probabilistyczne spełniają zasadę braku sygnalizacji [Cir80, Tsi93, PR94], Foulis i Randall zdefiniowali jedyny możliwy sposób połączenia dwóch scenariuszy kontekstualności [FR81]. Niemniej łącząc więcej niż dwie przestrzenie testowe, pokazaliśmy, że można rozpatrywać wiele różnych metod komponowania scenariuszy kontekstualności [2]. Udowodniliśmy również, że wszystkie te formalnie odmienne metody łączenia wydają się prowadzić do obserwacyjnie równoważnych scenariuszy, w tym sensie, że wszystkie te różne połączenia pozwalają na dokładnie te same zestawy klasycznych i kwantowych modeli probabilistycznych [2]. Rodzi to pytanie, czy ta właściwość niezmienniczości względem metody kompozycji jest szczególna dla klasycznych i kwantowych modeli probabilistycznych, czy też uogólnia się na inne modele probabilistyczne. Następnie udowodniliśmy, że tak nie jest, pokazując, że niektóre zasady kompozycji dają początek scenariuszom z nierównoważnymi dozwolonymi zbiorami prawie kwantowych modeli probabilistycznych [11]. Ponadto stwierdziliśmy, że nietrywialna zależność modeli prawie kwantowych od wyboru metody ich złożenia jest najwyraźniej artefaktem niepowodzenia tych reguł kompozycji w uchwyceniu relacji ortogonalności określonych przez zasadę lokalnej ortogonalności [1]. Ostatecznie udowodniliśmy, że modele prawie kwantowe wykazują niezmienniczość względem metody kompozycji dla wszystkich konkretnych protokołów łączenia, które uwzględniają pojęcie lokalnej ortogonalności [11].

#### **5. Przylegające nierówności korelacyjne nie łamane przez kwantowe przewidywania.–**

W pracy [4] badaliśmy ściany zbioru korelacji kwantowych, tj. nierówności Bella i nierówności niekontekstualnych bez łamania nierówności. Najpierw postawiliśmy pytanie, czy każda właściwa (przylegająca) nierówność Bella dla dwóch stron może zostać złamana przez korelacje kwantowe. Poczyniliśmy pierwsze kroki w tym kierunku, przedstawiając pewne paradygmatyczne przykłady nierówności Bella nie wykazujące kwantowego łamania. Są one w postaci nielokalnych gier obliczeniowych, które nie stanowią ściśle ograniczonych nierówności Bella i nie można ich złamać za pomocą korelacji kwantowych. Następnie przeszliśmy do scenariuszy kontekstualnych według [2] i postawiliśmy pytanie, czy istnieją ściśle nierówności niekontekstualne dla wyników binarnych niemożliwe do złamania przez kwantowe przewidywania. W niektórych scenariuszach odpowiedzieliśmy na to pytanie pozytywnie, pokazując, że istnieją ściśle nierówności niekontekstualne, nie ukazujące przewagi kwantowej i nie są w formie spełniającej zasadę spójnej wyłączności. Kluczowym krokiem, który tutaj podjęliśmy, była identyfikacja wielościanu zachowania niekontekstualnego z odciętym wielościanem grafu zawieszonoego, będącego częścią grafu kompatybilności, który reprezentuje pomiary wykorzystane w eksperymencie.

#### **6. Nowa własność liczby Lovásza i relacje dualności pomiędzy parametrami grafu.–**

Wiele naturalnych parametrów grafów powstających w wyniku optymalizacji problemów kombinatorycznych, takich jak liczba niezależności lub liczba chromatyczna, nie jest w ogólności

multiplikatywnym dla iloczynu grafów ale ze względu na swój charakter zachowuje super-multiplikatywność. W pracy [12] odeszliśmy od rozważań na temat zachowania parametrów grafu względem iloczynu wielu kopii  $G$  i przyjrzelśmy się szerzej, jak wpływają na nie iloczyny z innym ogólnym grafem  $H$ . Po pierwsze, pokazaliśmy, że liczba Lovásza [Lov79] jest asymptotycznie osiągana przez liczbę niezależności dla każdego grafu  $G$ , jeśli jest aktywowana przez odpowiednie grafy  $H$ . Następnie zbadaliśmy ściśle górne granice liczby niezależności iloczynów grafowych pod względem iloczynów indywidualnych, “dualnych” parametrów grafu i znaleźliśmy kilka przykładów takich par.

### 7. Nielokalność Bella w układach wielociałowych.–

Kontynuowaliśmy pracę, którą rozpoczęliśmy podczas mojego doktoratu [6, 7], na temat wykrywania nielokalności Bella w systemach wielociałowych. Najpierw zbadaliśmy dalsze właściwości tych jedno i dwuciałowych nierówności korelacyjnych Bella: scharakteryzowaliśmy ich ścisłość i omówiliśmy w ogólnym przypadku ich maksymalne łamanie kwantowe oraz to jak skalują się wraz ze wzrostem liczby stron [13]. Ponadto wyprowadziliśmy nowe klasy dwuciałowych nierówności Bella, które ujawniają nielokalność stanów Dicke’a – stanów podstawowych fizycznie istotnych i dających się zrealizować eksperymentalnie hamiltonianów [13]. Na koniec omówiliśmy różne scenariusze wykrywania nielokalności w układach mezoskopowych uwięzionych jonów lub atomów oraz atomów uwięzionych w pobliżu sztucznie uformowanych nanostruktur [13, 14].

## Artykuły naukowe kandydatki wchodzące do rozprawy habilitacyjnej

- [A] Ana Belén Sainz, Leandro Aolita, Nicolas Brunner, Rodrigo Gallego, and Paul Skrzypczyk. Classical communication cost of quantum steering. *Physical Review A*, 94(1):012308, 2016.
- [B] Ana Belén Sainz, Yelena Guryanova, Will McCutcheon, and Paul Skrzypczyk. Adjusting inequalities for detection-loophole-free steering experiments. *Physical Review A*, 94(3):032122, 2016.
- [C] Ana Belén Sainz, Nicolas Brunner, Daniel Cavalcanti, Paul Skrzypczyk, and Tamás Vértesi. Postquantum steering. *Physical review letters*, 115(19):190403, 2015.
- [D] Ana Belén Sainz, Leandro Aolita, Marco Piani, Matty J. Hoban, and Paul Skrzypczyk. A formalism for steering with local quantum measurements. *New Journal of Physics*, 20(8):083040, 2018.
- [E] Matty J Hoban and Ana Belén Sainz. A channel-based framework for steering, non-locality and beyond. *New Journal of Physics*, 20(5):053048, 2018.
- [F] Ana Belén Sainz, Matty J. Hoban, Paul Skrzypczyk, and Leandro Aolita. Bipartite postquantum steering in generalized scenarios. *Phys. Rev. Lett.*, 125:050404, Jul 2020.
- [G] Joe Henson and Ana Belén Sainz. Macroscopic noncontextuality as a principle for almost-quantum correlations. *Physical Review A*, 91(4):042114, 2015.
- [H] James Vallins, Ana Belén Sainz, and Yeong-Cherng Liang. Almost-quantum correlations and their refinements in a tripartite bell scenario. *Physical Review A*, 95(2):022111, 2017.

- [I] Ana Belén Sainz, Yelena Guryanova, Antonio Acín, and Miguel Navascués. Almost-quantum correlations violate the no-restriction hypothesis. *Physical review letters*, 120(20):200402, 2018.
- [J] Tomáš Gonda, Ravi Kunjwal, David Schmid, Elie Wolfe, and Ana Belén Sainz. Almost quantum correlations are inconsistent with specker’s principle. *Quantum*, 2:87, 2018.
- [K] Thomas Van Himbeeck, Jonatan Bohr Brask, Stefano Pironio, Ravishankar Ramanathan, Ana Belén Sainz, and Elie Wolfe. Quantum violations in the Instrumental scenario and their relations to the Bell scenario. *Quantum*, 3:186, September 2019.
- [L] Elie Wolfe, David Schmid, Ana Belén Sainz, Ravi Kunjwal, and Robert W. Spekkens. Quantifying bell: The resource theory of nonclassicality of common-cause boxes. *Quantum*, 4:280, 2020.

## Artykuły kandydatki niezawarte w rozprawie habilitacyjnej

- [1] Tobias Fritz, Ana Belén Sainz, Remigiusz Augusiak, Jonatan Bohr Brask, Rafael Chaves, Anthony Leverrier, and Antonio Acín. Local orthogonality as a multipartite principle for quantum correlations. *Nature communications*, 4(1):1–7, 2013.
- [2] Antonio Acín, Tobias Fritz, Anthony Leverrier, and Ana Belén Sainz. A combinatorial approach to nonlocality and contextuality. *Communications in Mathematical Physics*, 334(2):533–628, 2015.
- [3] Ana Belén Sainz, Tobias Fritz, Remigiusz Augusiak, Jonatan Bohr Brask, Rafael Chaves, Anthony Leverrier, and Antonio Acín. Exploring the local orthogonality principle. *Physical Review A*, 89(3):032117, 2014.
- [4] Ravishankar Ramanathan, Marco Túlio Quintino, Ana Belén Sainz, Gláucia Murta, and Remigiusz Augusiak. Tightness of correlation inequalities with no quantum violation. *Physical Review A*, 95(1):012139, 2017.
- [5] Tobias Fritz, Anthony Leverrier, and Ana Belén Sainz. Probabilistic models on contextuality scenarios. In *Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science*, volume 171, pages 63–70, 2014.
- [6] Jordi Tura, Remigiusz Augusiak, Ana Belén Sainz, Tamas Vértesi, Maciej Lewenstein, and Antonio Acín. Detecting nonlocality in many-body quantum states. *Science*, 344(6189):1256–1258, 2014.
- [7] Jordi Tura, Ana Belén Sainz, Tamás Vértesi, Antonio Acín, Maciej Lewenstein, and Remigiusz Augusiak. Translationally invariant multipartite bell inequalities involving only two-body correlators. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 47(42):424024, 2014.
- [8] Paul Skrzypczyk, Matty J Hoban, Ana Belén Sainz, and Noah Linden. Complexity of compatible measurements. *Physical Review Research*, 2(2):023292, 2020.
- [9] Sandu Popescu, Ana Belén Sainz, Anthony J Short, and Andreas Winter. Quantum reference frames and their applications to thermodynamics. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 376(2123):20180111, 2018.

- [10] Sandu Popescu, Ana Belén Sainz, Anthony J. Short, and Andreas Winter. Reference frames which separately store noncommuting conserved quantities. *Phys. Rev. Lett.*, 125:090601, Aug 2020.
- [11] Ana Belén Sainz and Elie Wolfe. Multipartite composition of contextuality scenarios. *Foundations of Physics*, 48(8):925–953, 2018.
- [12] Antonio Acín, Runyao Duan, David E Roberson, Ana Belén Sainz, and Andreas Winter. A new property of the Lovász number and duality relations between graph parameters. *Discrete Applied Mathematics*, 216:489–501, 2017.
- [13] Jordi Tura, Remigiusz Augusiak, Ana Belén Sainz, Bernd Lücke, Carsten Klempt, Maciej Lewenstein, and Antonio Acín. Nonlocality in many-body quantum systems detected with two-body correlators. *Annals of Physics*, 362:370–423, 2015.
- [14] Jordi Tura, Ana Belén Sainz, Tobias Grass, Remigiusz Augusiak, Antonio Acín, and Maciej Lewenstein. Entanglement and nonlocality in many-body systems: a primer. In *Quantum Matter at Ultralow Temperatures*, pages 505–535. IOS Press Ebooks, 2015.

## Cytowane artykuły innych autorów

- [ABB<sup>+</sup>10] Mafalda L. Almeida, Jean-Daniel Bancal, Nicolas Brunner, Antonio Acín, Nicolas Gisin, and Stefano Pironio. Guess your neighbor’s input: A multipartite nonlocal game with no quantum advantage. *Phys. Rev. Lett.*, 104:230404, Jun 2010.
- [AMP12] Antonio Acín, Serge Massar, and Stefano Pironio. Randomness versus nonlocality and entanglement. *Phys. Rev. Lett.*, 108:100402, Mar 2012.
- [Bar07] Jonathan Barrett. Information processing in generalized probabilistic theories. *Phys. Rev. A*, 75:032304, Mar 2007.
- [BBL<sup>+</sup>06] Gilles Brassard, Harry Buhrman, Noah Linden, André Allan Méthot, Alain Tapp, and Falk Unger. Limit on nonlocality in any world in which communication complexity is not trivial. *Physical Review Letters*, 96(25):250401, 2006.
- [BCP14a] Tillmann Baumgratz, Marcus Cramer, and Martin B Plenio. Quantifying coherence. *Physical review letters*, 113(14):140401, 2014.
- [BCP<sup>+</sup>14b] Nicolas Brunner, Daniel Cavalcanti, Stefano Pironio, Valerio Scarani, and Stephanie Wehner. Bell nonlocality. *Reviews of Modern Physics*, 86(2):419, 2014.
- [BCT99] Gilles Brassard, Richard Cleve, and Alain Tapp. Cost of exactly simulating quantum entanglement with classical communication. *Physical Review Letters*, 83(9):1874, 1999.
- [BCW<sup>+</sup>12] Cyril Branciard, Eric G Cavalcanti, Stephen P Walborn, Valerio Scarani, and Howard M Wiseman. One-sided device-independent quantum key distribution: Security, feasibility, and the connection with steering. *Physical Review A*, 85(1):010301, 2012.
- [BDM<sup>+</sup>99] Charles H. Bennett, David P. DiVincenzo, Tal Mor, Peter W. Shor, John A. Smolin, and Barbara M. Terhal. Unextendible product bases and bound entanglement. *Phys. Rev. Lett.*, 82:5385–5388, Jun 1999.

- [Bel64] John S Bell. On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox. *Physics*, 1(RX-1376):195–200, 1964.
- [BES<sup>+</sup>12] AJ Bennet, DA Evans, DJ Saunders, C Branciard, EG Cavalcanti, HM Wiseman, and GJ Pryde. Arbitrarily loss-tolerant einstein-podolsky-rosen steering allowing a demonstration over 1 km of optical fiber with no detection loophole. *Physical Review X*, 2(3):031003, 2012.
- [BESP03] Daniel E Browne, Jens Eisert, Stefan Scheel, and Martin B Plenio. Driving non-gaussian to gaussian states with linear optics. *Physical Review A*, 67(6):062320, 2003.
- [BGNP01] David Beckman, Daniel Gottesman, MA Nielsen, and John Preskill. Causal and localizable quantum operations. *Physical Review A*, 64(5):052309, 2001.
- [BHO<sup>+</sup>13] Fernando GSL Brandao, Michal Horodecki, Jonathan Oppenheim, Joseph M Renes, and Robert W Spekkens. Resource theory of quantum states out of thermal equilibrium. *Physical review letters*, 111(25):250404, 2013.
- [BLM96] Paul Busch, Pekka J. Lahti, and Peter Mittelstaedt. *The Quantum Theory of Measurement*, volume 2 of *Lecture Notes in Physics Monographs*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2 edition, 1996.
- [Bon01] Blai Bonet. Instrumentality tests revisited. In *Proceedings of the Seventeenth Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, UAI'01, page 48–55, San Francisco, CA, USA, 2001. Morgan Kaufmann Publishers Inc.
- [Bra11] Cyril Branciard. Detection loophole in bell experiments: How postselection modifies the requirements to observe nonlocality. *Phys. Rev. A*, 83:032123, Mar 2011.
- [BRGP12] Cyril Branciard, Denis Rosset, Nicolas Gisin, and Stefano Pironio. Bilocal versus nonbilocal correlations in entanglement-swapping experiments. *Phys. Rev. A*, 85:032119, Mar 2012.
- [Bus12] Francesco Buscemi. All entangled quantum states are nonlocal. *Phys. Rev. Lett.*, 108:200401, May 2012.
- [Cab12] Adan Cabello. Specker’s fundamental principle of quantum mechanics. *arXiv preprint arXiv:1212.1756*, 2012.
- [Cab13] Adán Cabello. Simple explanation of the quantum violation of a fundamental inequality. *Physical review letters*, 110(6):060402, 2013.
- [CDP10] Giulio Chiribella, Giacomo Mauro D’Ariano, and Paolo Perinotti. Probabilistic theories with purification. *Phys. Rev. A*, 81:062348, Jun 2010.
- [CFS16] Bob Coecke, Tobias Fritz, and Robert W Spekkens. A mathematical theory of resources. *Information and Computation*, 250:59–86, 2016.
- [CHSH69] John F. Clauser, Michael A. Horne, Abner Shimony, and Richard A. Holt. Proposed experiment to test local hidden-variable theories. *Phys. Rev. Lett.*, 23:880–884, Oct 1969.
- [Cir80] Boris S Cirel’son. Quantum generalizations of bell’s inequality. *Letters in Mathematical Physics*, 4(2):93–100, 1980.

- [CS16] Daniel Cavalcanti and Paul Skrzypczyk. Quantum steering: a review with focus on semidefinite programming. *Reports on Progress in Physics*, 80(2):024001, 2016.
- [CSA<sup>+</sup>15] Daniel Cavalcanti, Paul Skrzypczyk, GH Aguilar, RV Nery, PH Souto Ribeiro, and SP Walborn. Detection of entanglement in asymmetric quantum networks and multipartite quantum steering. *Nature communications*, 6(1):7941, 2015.
- [CSivac17] Daniel Cavalcanti, Paul Skrzypczyk, and Ivan Šupić. All entangled states can demonstrate nonclassical teleportation. *Phys. Rev. Lett.*, 119:110501, Sep 2017.
- [CSW10] Adan Cabello, Simone Severini, and Andreas Winter. (non-) contextuality of physical theories as an axiom. *arXiv preprint arXiv:1010.2163*, 2010.
- [DRKR15] Lídia Del Rio, Lea Kraemer, and Renato Renner. Resource theories of knowledge. *arXiv preprint arXiv:1511.08818*, 2015.
- [DV14] Julio I De Vicente. On nonlocality as a resource theory and nonlocality measures. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 47(42):424017, 2014.
- [Ebe93] Philippe H. Eberhard. Background level and counter efficiencies required for a loophole-free einstein-podolsky-rosen experiment. *Phys. Rev. A*, 47:R747–R750, Feb 1993.
- [EPR35] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, 47:777–780, May 1935.
- [ERIR<sup>+</sup>08] Kai Eckert, Oriol Romero-Isart, Mirta Rodriguez, Maciej Lewenstein, Eugene S Polzik, and Anna Sanpera. Quantum non-demolition detection of strongly correlated systems. *Nature Physics*, 4(1):50–54, 2008.
- [FR81] David James Foulis and Charles Hamilton Randall. Empirical logic and tensor products. In *Interpretations and foundations of quantum theory*, volume 13, pages 9–20. Bibliographisches Inst, 1981.
- [GA17] Rodrigo Gallego and Leandro Aolita. Nonlocality free wirings and the distinguishability between bell boxes. *Physical Review A*, 95(3):032118, 2017.
- [Gar10] G. Garbarino. Minimum detection efficiencies for a loophole-free observable-asymmetric bell-type test. *Phys. Rev. A*, 81:032106, Mar 2010.
- [GHH<sup>+</sup>14] Andrzej Grudka, Karol Horodecki, Michał Horodecki, Paweł Horodecki, Ryszard Horodecki, Panakaj Joshi, Waldemar Kłobus, and Antoni Wójcik. Quantifying contextuality. *Physical review letters*, 112(12):120401, 2014.
- [Gis89] Nicolas Gisin. Stochastic quantum dynamics and relativity. *Helvetica Physica Acta*, 62(4):363–371, 1989.
- [GP14] Joshua Geller and Marco Piani. Quantifying non-classical and beyond-quantum correlations in the unified operator formalism. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 47(42):424030, 2014.
- [GS08] Gilad Gour and Robert W Spekkens. The resource theory of quantum reference frames: manipulations and monotones. *New Journal of Physics*, 10(3):033023, 2008.

- [Har07] Lucien Hardy. Towards quantum gravity: a framework for probabilistic theories with non-fixed causal structure. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 40(12):3081, 2007.
- [Hen12] Joe Henson. Quantum contextuality from a simple principle? *arXiv preprint arXiv:1210.5978*, 2012.
- [HHHH09] Ryszard Horodecki, Pawel Horodecki, Michal Horodecki, and Karol Horodecki. Quantum entanglement. *Reviews of modern physics*, 81(2):865, 2009.
- [HJW93] Lane P Hughston, Richard Jozsa, and William K Wootters. A complete classification of quantum ensembles having a given density matrix. *Physics Letters A*, 183(1):14–18, 1993.
- [HLP14] Joe Henson, Raymond Lal, and Matthew F Pusey. Theory-independent limits on correlations from generalized bayesian networks. *New Journal of Physics*, 16(11):113043, 2014.
- [HMZ16] Teiko Heinosaari, Takayuki Miyadera, and Mário Ziman. An invitation to quantum incompatibility. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 49(12):123001, 2016.
- [HR13] Q. Y. He and M. D. Reid. Genuine multipartite einstein-podolsky-rosen steering. *Phys. Rev. Lett.*, 111:250403, Dec 2013.
- [HSP10] Klemens Hammerer, Anders S Sørensen, and Eugene S Polzik. Quantum interface between light and atomic ensembles. *Reviews of Modern Physics*, 82(2):1041, 2010.
- [HWVE14] Mark Howard, Joel Wallman, Victor Veitch, and Joseph Emerson. Contextuality supplies the ‘magic’ for quantum computation. *Nature*, 510(7505):351–355, 2014.
- [JL13] Peter Janotta and Raymond Lal. Generalized probabilistic theories without the no-restriction hypothesis. *Phys. Rev. A*, 87:052131, May 2013.
- [KS67] Simon Kochen and E. P. Specker. The problem of hidden variables in quantum mechanics. *J. Math. Mech.*, 17:59–87, 1967.
- [LMG65] Harry J Lipkin, N Meshkov, and AJ Glick. Validity of many-body approximation methods for a solvable model:(i). exact solutions and perturbation theory. *Nuclear Physics*, 62(2):188–198, 1965.
- [Lov79] László Lovász. On the shannon capacity of a graph. *IEEE Transactions on Information theory*, 25(1):1–7, 1979.
- [Mer90] N. David Mermin. Extreme quantum entanglement in a superposition of macroscopically distinct states. *Phys. Rev. Lett.*, 65:1838–1840, Oct 1990.
- [NGHA15] Miguel Navascués, Yelena Guryanova, Matty J Hoban, and Antonio Acín. Almost quantum correlations. *Nature communications*, 6(1):1–7, 2015.
- [NPA07] Miguel Navascués, Stefano Pironio, and Antonio Acín. Bounding the set of quantum correlations. *Physical Review Letters*, 98(1):010401, 2007.
- [NPA08] Miguel Navascués, Stefano Pironio, and Antonio Acín. A convergent hierarchy of semidefinite programs characterizing the set of quantum correlations. *New Journal of Physics*, 10(7):073013, 2008.



- [NTCA18] R. V. Nery, M. M. Taddei, R. Chaves, and L. Aolita. Quantum steering beyond instrumental causal networks. *Phys. Rev. Lett.*, 120:140408, Apr 2018.
- [NW10] Miguel Navascués and Harald Wunderlich. A glance beyond the quantum model. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 466(2115):881–890, 2010.
- [Pea95] Judea Pearl. On the testability of causal models with latent and instrumental variables. In *Proceedings of the Eleventh Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence, UAI’95*, page 435–443, San Francisco, CA, USA, 1995. Morgan Kaufmann Publishers Inc.
- [Pea09] Judea Pearl. *Causality. Models, Reasoning, and Inference*. Cambridge University Press, 2 edition, 2009.
- [PNA10] Stefano Pironio, Miguel Navascués, and Antonio Acín. Convergent relaxations of polynomial optimization problems with noncommuting variables. *SIAM Journal on Optimization*, 20(5):2157–2180, 2010.
- [Pol98] Joseph Polchinski. *String Theory*. Cambridge University Press, 8 1998.
- [PPK<sup>+</sup>09] Marcin Pawłowski, Tomasz Paterek, Dagomir Kaszlikowski, Valerio Scarani, Andreas Winter, and Marek Żukowski. Information causality as a physical principle. *Nature*, 461(7267):1101–1104, 2009.
- [PR94] Sandu Popescu and Daniel Rohrlich. Quantum nonlocality as an axiom. *Foundations of Physics*, 24(3):379–385, 1994.
- [Pus13] Matthew F Pusey. Negativity and steering: A stronger peres conjecture. *Physical Review A*, 88(3):032313, 2013.
- [PW15] Marco Piani and John Watrous. Necessary and sufficient quantum information characterization of einstein-podolsky-rosen steering. *Physical review letters*, 114(6):060404, 2015.
- [QVC<sup>+</sup>15] Marco Túlio Quintino, Tamás Vértesi, Daniel Cavalcanti, Remigiusz Augusiak, Maciej Demianowicz, Antonio Acín, and Nicolas Brunner. Inequivalence of entanglement, steering, and bell nonlocality for general measurements. *Physical Review A*, 92(3):032107, 2015.
- [RHP14] Angel Rivas, Susana F Huelga, and Martin B Plenio. Quantum non-markovianity: characterization, quantification and detection. *Reports on Progress in Physics*, 77(9):094001, 2014.
- [RT09] Oded Regev and Ben Toner. Simulating quantum correlations with finite communication. *SIAM Journal on Computing*, 39(4):1562–1580, 2009. Preliminary version in FOCS’07.
- [Sch35] Erwin Schrödinger. Discussion of probability relations between separated systems. In *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, volume 31, pages 555 – 563. Cambridge University Press, 1935.
- [Sch36] Erwin Schrödinger. Probability relations between separated systems. In *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, volume 32, pages 446 – 452. Cambridge University Press, 1936.

- [SGDA<sup>+</sup>12] Devin H Smith, Geoff Gillett, Marcelo P De Almeida, Cyril Branciard, Alessandro Fedrizzi, Till J Weinhold, Adriana Lita, Brice Calkins, Thomas Gerrits, Howard M Wiseman, Sae Woo Nam, and Andrew G. White. Conclusive quantum steering with superconducting transition-edge sensors. *Nature communications*, 3(1):625, 2012.
- [SL19] John H Selby and Ciarán M Lee. Compositional resource theories of coherence. *arXiv preprint arXiv:1911.04513*, 2019.
- [Śli03] Cezary Śliwa. Symmetries of the bell correlation inequalities. *Physics Letters A*, 317(3-4):165–168, 2003.
- [SNC14] Paul Skrzypczyk, Miguel Navascués, and Daniel Cavalcanti. Quantifying einstein-podolsky-rosen steering. *Phys. Rev. Lett.*, 112:180404, May 2014.
- [Spe07] Robert W. Spekkens. Evidence for the epistemic view of quantum states: A toy theory. *Phys. Rev. A*, 75:032110, Mar 2007.
- [TB03] Benjamin F Toner and Dave Bacon. Communication cost of simulating bell correlations. *Physical Review Letters*, 91(18):187904, 2003.
- [Tij07] Henk Tijms. *Understanding Probability: Chance Rules in Everyday Life*. Cambridge University Press, 2 edition, 2007.
- [Tsi93] Boris S Tsirelson. Some results and problems on quantum bell-type inequalities. *Hadronic Journal Supplement*, 8(4):329–345, 1993.
- [VD13] Wim Van Dam. Implausible consequences of superstrong nonlocality. *Natural Computing*, 12(1):9–12, 2013.
- [VMGE14] Victor Veitch, SA Hamed Mousavian, Daniel Gottesman, and Joseph Emerson. The resource theory of stabilizer quantum computation. *New Journal of Physics*, 16(1):013009, 2014.
- [Wis14] Howard M. Wiseman. The two bell’s theorems of john bell. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 47(42):424001, 2014.
- [WJD07] Howard M Wiseman, Steve James Jones, and Andrew C Doherty. Steering, entanglement, nonlocality, and the einstein-podolsky-rosen paradox. *Physical review letters*, 98(14):140402, 2007.
- [WS15] Christopher J Wood and Robert W Spekkens. The lesson of causal discovery algorithms for quantum correlations: Causal explanations of bell-inequality violations require fine-tuning. *New Journal of Physics*, 17(3):033002, 2015.

 Ana Belén Sainz