Recenzja rozprawy doktorskiej zatytułowanej "Different levels of approximations in Open Quantum Systems and their applications" autorstwa mgr Ricarda Ravella Rodrígueza.

Rozprawa doktorska mgr Ricarda Ravella Rodrígueza została przygotowana w International Centre for Theory of Quantum Technologies Uniwersytetu Gdańskiego pod kierunkiem prof. dr hab. Michała Horodeckiego.

Rozprawa napisana jest w języku angielskim, składa się z czterech rozdziałów, wstępu, podsumowania, oraz wykazu bibliograficznego, na który składają się 151 pozycji: książki oraz artykuły naukowe. Rozdziały uporządkowane są według rosnącej komplikacji modeli oddziaływania pomiędzy dwoma układami, rozpoczynając od najprostszego układu markowskiego poprzez niemarkowskie słabo oddziałujące układy do niemarkowskich układów fermionowych.

Rozprawa doktorska dotyczy teoretycznych aspektów optyki kwantowej istotnych dla układów otwartych, tzn. układów oddziałujących z zewnętrznym środowiskiem (rezerwuarem). W rozprawie podjęto tematykę dotyczącą sposobów transportu energii do układu, w którym będzie przechowywana. Inaczej mówiąc tematyka rozprawy dotyczy sposobów efektywnego ładowania baterii.

Tematyka pracy wpisuje się w prężnie rozwijający się obecnie nurt badań optyki kwantowej; tak więc podjęty w doktoracie temat jest zarówno aktualny, jak i bardzo interesujący. Jak wynika z informacji zawartych w pracy, w chwili jej złożenie Autor był współautorem siedmiu publikacji naukowych spośród których trzy zostały już opublikowane w czasopismach o wysokim poziomie. Na zagadnienia omawiane w rozprawie składają sie cztery prace, jedna opublikowana w czasopiśmie Physical Review A, jedna wysłana do czasopisma Physical Review Applied, jedna umieszczona w systemie arXiv i dwie prace w przygotowaniu.

Polsko- i angielskojęzyczne Streszczenie rozprawy napisane zwięźle jest zrozumiałe, przejrzyste i zawiera podstawowe jej tezy. Autor przedstawia cel pracy, uzasadnia znaczenie bardziej ogólnych badań dynamiki układów otwartych. Następnie Autor sygnalizuje zawartość czterech rozdziałów stanowiących właściwą część pracy. Dwa początkowe rozdziały stanowią wstęp teoretyczny, zaś dwa kolejne zawierają prezentację i dyskusje wyników uzyskanych przez Doktoranta. Struktura pracy jest więc logiczna i poprawna.

We wstępie, który stanowi teoretyczny opis zagadnień ujętych w rozprawie Autor przedstawił zagadnienie dynamiki układów "otwartych", zarys historyczny rozwoju badań teoretycznych układów otwartych oraz przybliżeń stosowanych przy wyprowadzeniu równania ruchu dla operatora gęstości układu oddziałującego z zewnętrznym rezerwuarem.

W rozdziale drugim zatytułowanym "Open Systems Dynamics" (Dynamika Układów Otwartych) autor przedstawia szczegółowe wyprowadzenie równania mistrzowskiego dla macierzy gęstości dowolnego układu fizycznego będącego w kontakcie z otoczeniem, które traktowane jest jako rezerwuar markowski. W podrozdziale 2.1 Autor przedstawia zaproponowane przez Daviesa wyprowadzenie równania mistrzowskiego "master" znanego w literaturze jako równanie Goriniego-Kossakowskiego-Lindblada-Sudarshana (GKLS). Wspomniano, że równanie może prowadzić do dynamiki układu, która nie jest całkowicie dodatnia. Brakuje choćby krótkiego komentarza, w którym wyjaśniono by pojęce dynamiki całkowicie dodatniej (CP). Odniesienie do literatury gdzie czytelnik może znaleźć wyjaśnienie znacznie utrudnia czytanie rozprawy. Ponadto, nie rozumiem dlaczego Autor rozprawy nie podjął próby wyprowadzenia równania mistrzowskiego "master" uwzględniającego wkłady do równania pochodzące od występujących w ścisłym Hamiltonianie wyrazów nierezonansowych (ang. counter rotating terms). W podrozdziale 2.1.2 porównano przybliżenia stosowane przy wyprowadzeniu równania, tzw. przybliżenia "lokalne" i "całkowite". W podrozdziale 2.2 na przykładzie oddziaływania układu fermionowego z bozonowym przedstawiono wyprowadzenie równania mistrzowskiego "master" stosując przybliżenie słabego oddziaływania pomiędzy tymi układami. Pokazano w jakiej sytuacji równanie to przechodzi w równanie GKLS.

Rozdział trzeci zatytułowany jest "Markovian dynamics" (Dynamika Markowska). W podrozdziale 3.1.1 przedstawiono wyniki otrzymane dla ładowania baterii w przypadku markowskim przyjmując, że jedynie ładowarka (mod a) podlega tłumieniu przez kontakt z rezerwuarem będącym w stanie termicznym. Przyjmując, że stan układu jest Gaussowski przedstawiono układ równań dla momentów statystycznych pierwszego i drugiego rzędu. Z postaci macierzy A_f, równanie (3.27) łatwo zauważyć, że układ równań dla momentów statystycznych pierwszego rzędu jest niezależny od momentów drugiego rzędu. Dlatego układ równań (3.26) można by rozbić na dwa układy równań co znacznie uprościło by rachunki. W rozdziale 3.1.2 pokazane jest, że silne sprzężenie między ładowarką i baterią prowadzi do znacznego zmniejszenia efektywności ładowania baterii. Wynika to z faktu, że silnie sprzężony układ ładowarka plus bateria zachowuje się jak pojedynczy kolektywny układ o dwóch niezdegerowanych częstościach przejść pomiędzy kolektywnymi stanami. Pokazano, czego można było się spodziewać, że efektywność ładowania wzrośnie gdy zmieni się częstość lasera pompującego ładowarkę na równą jednej z dwóch częstości układu kolektywnego. Następnie pokazano, że podobny efekt można uzyskać nie zmieniając częstości lasera, a umieszczając dodatkowy układ "qubit" pomiędzy ładowarką i baterią.

Rozdział czwarty zatytułowany jest "non-Markovian dynamics" (Dynamika niemarkowska). W rozdziale tym Autor porównuje dynamiki dwóch sprzężonych układów wyznaczone dla trzech różnych przybliżeń, tzw. "całkowitego", "lokalnego" i słabego sprzężenia.

- Nie rozumiem dlaczego Autor zamiast porównać wyniki dla efektywności ładowania baterii przedstawił graficznie, Rysunki 4.1 i 4.2, wyniki dla sumy populacji tych dwóch modów? Równanie mistrzowskie "master" (4.9), (tutaj i również w wielu miejscach rozprawy mamy do czynienia z niepoprawną numeracją równań. Na przykład, równania (4.9)-(4.12) to jest jedno równanie i powinien być temu równaniu przypisany tylko jeden numer), jest równaniem markowskim, więc dlaczego zagadnienia związane z tym równaniem omawiane są w rozdziale "non-Markovian dynamics"? Mamy tutaj do czynienia z rezerwuarem, który ma skończoną szerokość i z sytuacją gdzie sprzężenie g jest znacznie większe od szerokości rezerwuaru, która z drugiej strony jest znacznie większa od szerokości (współczynników tłumienia) modów c_1 i c_2. Tak więc jest to przypadek markowski. W tym przypadku współczynniki tłumienia γ_+ i γ_- modów c_1 i c_2 mogą być równe zeru jeśli centralna częstość rezerwuaru jest np. ω_0 i jego szerokość jest znacznie mniejsza niż g. Takiego typu problemy znane są w literaturze, na przykład, były rozważane w spektroskopii atomowej w zagadnieniach oddziaływania atomów z ściśniętą próżnią (squeezed vacuum) o skończonej szerokości (A.C. Parkins, Phys. Rev. **A**42, 6873 (1990)), atomów umieszczonych we wnęce (cavity) o skończonej szerokości (M. Lewenstein, T.W. Mossberg, Phys. Rev. **A**37, 2048 (1988)). Polecam również prace C.H. Keitel *et al.*, Optics Commun. **118**, 143 (1995), G. Yeoman, S.M. Barnett, J. Mod. Opt. **43**, 2037 (1995), R. Tanaś, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **4**, S142 (2002).

- Autor dokonał przejścia od modów a, b do modów kolektywnych, c_1, c_2, w wyniku czego otrzymał równanie mistrzowskie "master", w którym współczynniki tłumienia zależą od częstości. Równanie mistrzowskie (4.9)-(4.12) prowadzi do znacznie prostszych równań ruch dla modów c_1 i c_2 i funkcji korelacji niż dla modów a i b. Dlatego nie rozumiem dlaczego mając równanie mistrzowskie w terminach modów c_1 i c_2 Autor przedstawia równania ruchu dla średnich i funkcji korelacji, równania (4.19a)-(4.19c), dla modów a i b. W terminach modów c_1 i c_2 równania ruchu dla średnich i funkcji korelacji są znacznie prostsze co pozwala na ich analityczne rozwiązania. Na przykład, równania (4.19a) to układ dwóch sprzężonych równań, w terminach c_1 i c_2 otrzymujemy dwa niezależne i proste równania różniczkowe, które można łatwo bezpośrednio scałkować.

- Mam zastrzeżenia co do poprawności stwierdzenie zamieszczonego na stronie 36, że w granicy $g \to 0$ wyniki pracy Andolina *et al.* [AFM$^+$18], równanie (4.68), prowadzą do nieskończoności. Moim zdaniem to stwierdzenie jest niepoprawne. Mianowicie zapisując układ równań (4.20a) w postaci macierzowej, $\dot{\mathbf{y}} = A\mathbf{y} + \mathbf{u}$, gdzie $\mathbf{y} = (\langle a \rangle, \langle b \rangle)^T$, łatwo widać, że w granicy $g \to 0$ wyznacznik macierzy A równy jest zeru. Oznacza to, że w układzie tych dwóch równań występuje stała ruchu, tzn. wielkość, która nie zmienia się w czasie. Łatwo zauważyć, że jest to średnia $\langle b(t) \rangle$. Przyjmując, że początkowo w chwili czasu $t = 0$, $\langle b(0) \rangle = 0$ otrzymujemy, że $\langle b(t) \rangle = 0$ dla wszystkich czasów t, czyli wynik zgodny z wynikiem (4.70). Niepoprawność interpretacji wyników Andolina *et al.* wynika stąd, że rozwiązanie układu równań zależy od kolejności przejść granicznych, tzn. od tego czy najpierw przejdziemy z $t \to \infty$ a później z $g \to 0$, czy odwrotnie najpierw $g \to 0$ a później $t \to \infty$. Takiego typu problemy z wynikami rozwiązań znane są w literaturze. Różnice w rozwiązaniach wynikające z kolejności przejść granicznych odnotowano np. w populacji stanów układu dwóch wzajemnie oddziałujących atomów (Z. Ficek, R. Tanaś, S. Kielich, Optics Commun. **36**, 121 (1981), H.S. Freedhoff, Phys. Rev. **A**26, 684 (1982)), czy w populacji stanów atomu trójpoziomowego. W tym ostatnim przypadku polecam pracę P.R. Bermana, Phys. Rev. A72, 035801 (2005), gdzie jest to bardzo ładnie wyjaśnione.

Rozdział piąty zatytułowany "Exact dynamics" przedstawia wyniki dla przypadku, w którym dynamiki układu wyprowadzone są bez stosowania przybliżeń. Wymagało to jednak rozważenia rezerwuaru fermionowego zamiast bozonowego. W tym przypadku otrzymano rozwiązania "pół" analityczne. Przedstawiono graficznie różnice rozwiązań dla liczby obsadzeń w przypadku rozwiązania ścisłego i przybliżenia markowskiego. Pokazano również wyniki dla termometrii i kwantowej informacji Fishera.

Na zakończenie chciałbym zaznaczyć, że recenzjowana rozprawa miałaby znacznie większą wartość gdyby omawiane różne poziomy przybliżeń stosowanych przy wyprowadzeniu równania mistrzowskiego "master" były zastosowane do tego samego problemu, np. efektywnego ładowania baterii. W przedstawionej rozprawie omawiane metody zastosowane są do różnych jedynie częściowo związanych ze sobą problemów. Dynamiki układu markowskiego zastosowane są w rozdziale trzecim do problemu efektywnego ładowania baterii. Dynamiki układu niemarkowskiego zastosowane są w rozdziale czwartym do wyznaczenia populacji dwóch sprzężonych ze sobą modów oraz do wyznaczenia macierzy gęstości atomu dwupoziomowego. Dynamiki ścisłe bez przybliżeń zastosowane są w rozdziale piątym do wyznaczenia populacji stanów atomu dwupoziomowgo oraz kwantowej informacji Fishera. Ponadto, wyprowadzenia i wyniki prezentowane w końcowym rozdziale piątym dotyczą dwóch układów fermionowych, podczas gdy wyprowadzenia i wyniki przedstawione w poprzedzających rozdziałach odnoszą się do dwóch układów bozonowych oraz jednego układu bozonowego i drugiego fermionowego.

Mimo wielu krytycznych komentarzy pozytywnie oceniam wartość przedstawionej rozprawy doktorskiej. Stwierdzam, że cel założony we wstępie rozprawy został zrealizowany. Pokazano zarówno pozytywne jak i negatywne strony przybliżeń stosowanych przy wyprowadzaniu równania mistrzowskiego "master". Praca dostarcza informacji jak różnego typu przybliżenia wpływają na dynamiki układów fizycznych. Uważam, że recenzowana rozprawa spełnia wszelkie wymagania stawiane dysertacjom na stopień doktora. Dlatego wnioskuję dopuszczenie mgr Ricarda Ravella Rodrígueza do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Prof. dr Zbigniew Ficek
Instytut Fizyki
Uniwersytet Zielonogórski
Zielona Góra

ZBIGNIEW FICEK
Z. F