

Toruń, 05.09.2023

Prof. dr hab. Dariusz Chruściński  
Instytut Fizyki  
Uniwersytet Mikołaja Kopernika

### Recenzja dorobku naukowego dra Michała Grzegorza Studzińskiego w postępowaniu habilitacyjnym

Pan dr Michał Grzegorz Studziński uzyskał stopień doktora nauk fizycznych na Wydziale Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwersytetu Gdańskiego w roku 2015 przedstawiając rozprawę doktorską pt. „Zastosowanie teorii reprezentacji grup i algebr do niektórych problemów informatyki kwantowej”. Promotorem rozprawy był prof. dr hab. Michał Horodecki. Po uzyskaniu stopnia doktora w latach 2016-2018 odbył staż podoktorski na uniwersytecie Cambridge (Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics) pracując w zespole profesora Richarda Jozsa. Od stycznia 2019 jest zatrudniony na stanowisku adiunkta na Wydziale Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwersytetu Gdańskiego.

Na rozprawę habilitacyjną dra Studzińskiego składa się cykl 10 prac oryginalnych [H1-H10] opublikowanych w prestiżowych czasopismach naukowych w latach 2017-2022 pt. „**Teoria reprezentacji grup i algebr jako narzędzie do opisu i konstrukcji nowych kwantowych protokołów przetwarzania informacji**”. Prace [H1-H10] to łącznie około 250 stron wyrafinowanej fizyki matematycznej. Wszystkie prace wchodzące w skład rozprawy są wieloautorskie. Dołączona dokumentacja zawiera oświadczenia wszystkich współautorów określające ich rolę w procesie tworzenia artykułów. Sześć prac ma po czterech autorów i 4 prace mają po trzech autorów. Lista współautorów obejmuje:

- Marek Mozrzyk (9 prac)
- Michał Horodecki (5 prac)
- Piotr Kopszak (5 prac)
- Sergii Strelchuk [H3,H4,H6]
- Nilanjana Data [H1], Daniel Franca [H6].

Habilitant dołączył również do dokumentacji profesjonalnie napisany autoreferat (w języku polskim i angielskim). Pisanie w języku polskim jest zadaniem dość wymagającym ponieważ duża część używanych terminów istnieje jedynie w języku angielskim i tłumaczenie często jest problematyczne. Autoreferat zawiera zgrabnie wprowadzenie do problematyki badanej przez Habilitanta i syntetycznie omawia najważniejsze wyniki rozprawy. Autor udowadnia, że jest bez wątpienia ekspertem w dziedzinie zaawansowanych metod matematycznych (w szczególności teorii grup) stosowanych w kwantowej teorii informacji.

## Ocena osiągnięcia naukowego

Przedstawione prace dotyczą matematycznych aspektów kwantowej teorii informacji. Teoria ta powstała na bazie tradycyjnej teorii informacji i mechaniki kwantowej. Szczególne własności kwantowej informacji bazujące na kwantowych zasobach (takich jak np. kwantowe splątanie) szybko znalazły szereg spektakularnych zastosowań. Wymieńmy tutaj kryptografię kwantową czy też kwantową teleportację. Kwantowa teoria informacji używa zaawansowanych metod matematycznych i praca habilitacyjna dra Studzińskiego poświęcona jest analizie i konstrukcji nowych zaawansowanych narzędzi matematycznych bazujących na teorii reprezentacji grup i algebr, które znajdują zastosowanie w analizie ważnych problemów kwantowej teorii informacji. Taka analiza oprócz aspektu czysto poznawczego ma również ważne praktyczne zastosowania w teorii kwantowej informacji oraz wielu nowoczesnych technologiach kwantowych. Tym samym rozprawa dra Studzińskiego wpisuje się w bardzo ważny i aktualny nurt badań.

Do głównych wyników rozprawy należy zaliczyć:

1. Klasyfikacja i konstrukcja liniowych odwzorowań nieredukowalnie kowariantnych względem grup skończonych i wybranych grup zwartych [H1,H5].

Jednym z centralnych pojęć kwantowej teorii informacji jest pojęcie kanału kwantowego. Jego matematyczna reprezentacja to liniowe odwzorowanie kompletnie dodatnie zachowujące ślad. Jest to kolejny doskonały przykład potwierdzający znaną tezę Wignera o „*Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences*”. Abstrakcyjna klasa odwzorowań kompletnie dodatnich w  $C^*$ -algebrach zaproponowana przez Stinespringa w 1955r stała się w latach 90. XX wieku kluczowym obiektem w kwantowej teorii informacji. Nikogo nie trzeba przekonywać, że symetrie odgrywają niezwykle istotną rolę w fizyce. Bardzo często istnienie symetrii upraszcza problem lub nawet prowadzi do analitycznych rozwiązań. W pracach [H1,H5] dr Studziński analizuje konstrukcję kanałów kowariantnych względem nieredukowalnych reprezentacji grupy dyskretnej lub bardziej ogólnie grupy zwartej. Własność bycia kanałem kowariantnym zdecydowanie upraszcza analizę własności kanału, np. pojemności Holevo czy minimalnej entropii wyjściowej. Habilitant stawia nawet bardziej ogólny problem konstrukcji kowariantnych odwzorowań liniowych w algebrach macierzowych i znajduje ogólną postać takiego odwzorowania. Dodatkowy warunek na dodatnią określoność odpowiedniej macierzy Choi wprowadza dodatkowe więzy na wartości własne w rozkładzie spektralnym, które zapewniają kompletną dodatniość odwzorowania. Wybierając jako grupę symetrii grupę kwaternionów Habilitant znajduje ważną klasę kanałów Pauliego, które odgrywają istotną rolę w kwantowej teorii informacji. Ciekawym aspektem całej analizy jest wyjście poza odwzorowania kompletnie dodatnie i próba konstrukcji odwzorowań dodatnich. Jak wiadomo problem klasyfikacji i konstrukcji odwzorowań jest bardzo złożony. Natomiast odwzorowania takie odgrywają fundamentalną rolę w teorii splątania. Dr Studziński znajduje ciekawe klasy takich odwzorowań i przeprowadza analizę porównawczą z odwzorowaniami zaproponowanymi w latach 80. przez Choi oraz ich uogólnieniami. Ponieważ sam przez wiele lat próbowałem różnych konstrukcji odwzorowań dodatnich wyniki zaprezentowane w [H1,H5] w pełni doceniam.

2. Opracowanie nowatorskiego zestawu narzędzi matematycznych

W teorii kwantowego splątania odwzorowanie transpozycji odgrywa bardzo ważną rolę prowadząc do jednego z podstawowych narzędzi wykrywania kwantowego splątania. Każdy stan separowalny zachowuje dodatniość po częściowej transpozycji. W układach  $2 \times 2$  i  $2 \times 3$  zachodzi również implikacja odwrotna. W układach wyżej wymiarowych stany PPT (dodatnie po częściowej transpozycji) mogą posiadać specjalny rodzaj splątania zwany splątaniem związanym. W układach wielocząstkowych mamy dużo większą swobodę wykonania częściowych transpozycji, która prowadzi do bardzo ciekawej struktury matematycznej znanej jako algebra częściowo transponowanych operatorów permutacji  $A_n^{(k)}(d)$ , gdzie „d” jest lokalnym wymiarem podukładów, „n” ich liczbą, a „k” oznacza, że transpozycja wykonywana jest dokładnie na k podukładach. Elementy tej algebry są macierzowymi reprezentacjami algebry Brauera, która odgrywa podobną rolę w teorii reprezentacji grup ortogonalnych, jaką grupa symetryczna pełni w teorii reprezentacji ogólnych grup liniowych w słynnej dualności Schura-Weyla. Okazuje się, że do scharakteryzowania reprezentacji algebry Brauera nie wystarcza standardowe narzędzia znane z teorii reprezentacji grupy symetrycznej. W cyklu prac [H3,H9,H2,H10] dr Studziński rozwinął cały zestaw narzędzi matematycznych do pełnej analizy nieprzywiedlnym reprezentacji algebry  $A_n^{(k)}(d)$ . W szczególności:

- wprowadzono efektywne narzędzia do obliczania śladów częściowych względem dowolnej liczby podukładów z nieredukowalnych operatorów bazowych rozpinających nieprzywiedlne reprezentacje grupy symetrycznej,
- wykazano istnienie nowych relacji ortogonalności dla grupy symetrycznej będących analogonem tradycyjnych relacji ortogonalności Schura znanych z teorii reprezentacji grup dyskretnych,
- zaproponowano metodę konstrukcji nieredukowalnej bazy operatorowej macierzowych reprezentacji algebr Brauera na przestrzeni  $(\mathbb{C}^d)^{\otimes n}$ , która odgrywa kluczową rolę w teorii układów wielocząstkowych.

Wyniki dra Studzińskiego są bez wątpienia nietrywialnym rozszerzeniem standardowych narzędzi wykorzystywanych w dualizmie Schura-Weyla. Istotna różnica polega na zmianie symetrii ze standardowej  $U \otimes U^*$  na symetrię związaną z operacją transpozycji na k podukładach (spośród n). Narzędzia te zostały przez Habilitanta zastosowane do analizy ważnych protokołów kwantowo-informacyjnych.

3. Analiza protokołów kwantowej teleportacji „port-based” z wykorzystaniem własności algebry częściowo transponowanych operatorów [H3,H4,H2].

Kwantowa teleportacja „port-based” jest istotną modyfikacją standardowego protokołu teleportacji kwantowej. Istotna różnica polega na tym, że w standardowym protokole po przesłaniu informacji klasycznym kanałem odbiorca musi na swoim podukładzie wykonać dodatkową operację unitarną. W wariacie „port-based” dysponujemy wieloma kopiami stanu maksymalnie splątanego (tak zwane porty) co w efekcie nie wymaga wykonania końcowej operacji unitarnej. Cena jaką za to płacimy to obniżenie wydajności całego procesu. Teleportacja jest wierna tylko w granicy nieskończonej liczby portów.

Dr Studziński podał pełną charakteryzację wydajności wszystkich istniejących wariantów teleportacji „port-based”, tzn. dla dowolnego wymiaru d układu kwantowego oraz dowolnej liczby portów N. Było to możliwe dzięki zastosowaniu efektywnych metod matematycznych rozwiniętych wcześniej przez Habilitanta. Kluczowa jest identyfikacja symetrii występujących w protokołach teleportacji „port-based” oraz powiązanie ich z nieredukowalnymi reprezentacjami algebry częściowo transponowanych operatorów permutacji. Metody teorio-grupowe rozwinięte przez Habilitanta pozwalają na znalezienie dodatkowej symetrii tzw. stanów sygnałowych odgrywających kluczową rolę w całym

procesie i w konsekwencji znalezienie rozkładu spektralnego sumy operatorów sygnałowych. Końcowym efektem przeprowadzonej analizy jest Twierdzenie 12 w [H3], które podaje formułę na wierność procesu teleportacji. Istotnie, jak pokazano [H2], wierność dąży do 1 w granicy gdy liczba portów  $N$  dąży do nieskończoności. Należy podkreślić, że prace dra Studzińskiego (i współautorów) cechują się wysoką precyzją i kulturą matematyczną. Cała analiza protokołów teleportacji „port-based” jest bardzo elegancka i czytelna pozostaje pod dużym wrażeniem jak abstrakcyjny formalizm matematyczny został wykorzystany do analizy praktycznego problemu w kwantowej teorii informacji.

4. Konstrukcja i analiza nowych kowariantnych protokołów teleportacji kwantowej „multiport-based”.

Kolejnym ciekawym problemem analizowanym przez Habilitanta to w jaki sposób wykorzystując teleportację „port-based” efektywnie przesyłać stany układów złożonych lub po prostu wiele stanów pojedynczych układów. Szereg specyficznych protokołów realizujących taką teleportację było rozważanych wcześniej przez innych autorów. Jednak ze względu na brak odpowiednich narzędzi matematycznych we wcześniejszych analizach brakowało analizy wydajności takiego protokołu oraz jego uogólnienia zarówno na optymalny przypadek protokołu deterministycznego, jak i protokołu probabilistycznego. Dr Studziński ponownie wykorzystując rozwinięte wcześniej narzędzia matematyczne dokonał wyczerpującej analizy w serii artykułów [H7, H10, H8]. Ponownie podstawą całej analizy jest teoria reprezentacji algebry częściowo transponowanych operatorów permutacji (dla więcej niż jednej częściowej transpozycji  $A_n^{(k)}(d)$ ). Wykorzystując wspomniane symetrie Habilitant znajduje rozkład spektralny operatora gęstości powiązanego z procesem teleportacji (Twierdzenie 17 w [H10]), a w końcu wyprowadza formułę na wierność procesu (Twierdzenie 22 z pracy [H10]).

### **Ocena pozostałego dorobku naukowego**

Pozostały dorobek naukowy dra Studzińskiego jest również bardzo wartościowy i dowodzi bardzo wysokiej aktywności naukowej. Składa się na niego 25 publikacji z listy filadelfijskiej (w tym 16 po uzyskaniu stopnia doktora). Według Google Scholar prace Habilitanta były cytowane 610 razy a indeks  $h=12$  (wg Web of Science 345 oraz  $h=9$ ). Warto dodać, że dr Studziński na początku swojej kariery zajmował się zupełnie inną tematyką badawczą dotyczącą całkowalności klasycznych układów Hamiltonowskich (praca [P10]). Tematyką związaną z kwantową teorią informacji zajmuje się zatem od około 10 lat. Lista ciekawych prac, które nie weszły do cyklu habilitacyjnego jest również imponująca. Wymienię tu prace [P3,P4] poświęcone analizie układów z symetrią unitarną  $U \otimes U \otimes U$  oraz prace dotyczące uniwersalnych kwantowych maszyn klonujących [P2,P5], w których ponownie metody teorii grupowe pozwoliły uogólnić wyniki znane dla kubitów na wyżej wymiarowe układy.

Dr Studziński aktywnie uczestniczył w wielu konferencjach międzynarodowych. Z przyjemnością dodam, że brał udział w kilku Sympozjach Fizyki Matematycznej w Toruniu. Wygłaszał również w ubiegłym roku referat na seminarium Katedry Fizyki Matematycznej UMK związany z tematyką rozprawy habilitacyjnej. Bez wątpliwości udowodnił niezwykłą biegłość w referowanych zagadnieniach. Znam dra Studzińskiego od wielu lat (pracę magisterską bronił w Instytucie Fizyki UMK) i z wielką przyjemnością obserwuję jego dynamiczny rozwój naukowy.

## **Pozyskiwanie środków na badania naukowe**

Dr Studziński był kierownikiem grantu

Mobilność Plus IV, Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego, *Zastosowanie teorii reprezentacji grup i algebra w problemach kwantowej teorii informacji*, 2016-2018

Obecnie kieruje dwoma projektami Narodowego Centrum Nauki:

Sonata 16, *Symetrie i splątanie w obwodach kwantowych*, od 2021

Sonatina2, *Nowe bezkorekcyjne protokoły teleportacji kwantowej*, od 2019

Był również wykonawcą w kilku projektach (m.in. w 7th EU Framework Programme on Research, Technological Development and Demonstration, *RAndomness and QUantum EntangLement* (RAQUEL))

Na tym polu aktywność Habilitanta jest godna podkreślenia.

## **Odbyte staże i wizyty w instytucjach naukowych**

Dr Studziński odbył w latach 2016-2018 staż podoktorski na uniwersytecie w Cambridge (Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics). Przebywał również krótkookresowo w różnych instytucjach naukowych na świecie.

**Podsumowanie:** uważam, że dorobek naukowy dra Michała Grzegorza Studzińskiego jest bardzo wartościowy, a przedstawiony cykl 10 prac, składający się na rozprawę habilitacyjną, stanowi znaczący wkład w rozwój dyscypliny naukowej zgodnie z wymogami ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki. Prace dotyczące nowych narzędzi matematycznych związanych z algebrami częściowo transponowanych operatorów permutacji bez wątpienia wejdą do kanonu literatury. Dlatego wniosek o nadanie panu dr. Michałowi Grzegorzowi Studzińskiemu stopnia doktora habilitowanego uważam za całkowicie uzasadniony i z pełnym przekonaniem wnoszę o jego przyjęcie przez Radę Dyscypliny Nauki Fizyczne Uniwersytetu Gdańskiego.

Dariusz Chruściński