

Streszczenie

Celem niniejszej rozprawy jest systematyczna analiza dowolnych odwzorowań dodatnich, które pojawiają się w teorii informacji kwantowej. W szczególności pokażemy jak można scharakteryzować dowolne odwzorowanie ze względu na k -dodatniość używając pomocniczego parametru μ_k który to określa k -dodatniość rozważanego odwzorowania. Dyskutujemy tutaj problematykę struktury odwzorowań k -dodatnich na niskowymiarowych algebrach macierzowych.

Rozdział pierwszy stanowi krótki wstęp historyczny oraz przedstawia motywację do badania odwzorowań dodatnich w kwantowej teorii informacji.

Drugi rozdział rozprawy stanowi przypomnienie podstawowych definicji i faktów związanych z pojęciem wypukłości, przestrzeni Hilberta, obiektów żyjących na tych przestrzeniach, konceptem kwantowego splątania a także narzędzia potrzebne do opisu pomiarów i detekcji splątania w formalizmie mechaniki kwantowej.

Rozdział trzeci stanowi przypomnienie podstawowych własności dotyczących odwzorowań dodatnich, pewne ich klasy oraz reprezentacje a także znane konstrukcje. Dyskutujemy tutaj zagadnienia związane z charakteryzacją odwzorowań k -dodatnich oraz dodatkowych ich własności takich jak rozkładalność. Pokazujemy powszechnie stosowane metody do badania odwzorowań dodatnich oraz szczegółowo omawiamy pewne znane konstrukcje odwzorowań dodatnich a także ich ograniczenia. Ograniczenia te w szczególności stanowią motywację do przedstawienia nowej metody konstrukcji odwzorowań k -dodatnich które nie są $(k + 1)$ -dodatnie.

Rozdział czwarty prezentuje oryginalną koncepcję charakteryzacji dowolnego odwzorowania dodatniego wykorzystując reprezentację Choi-Krausa-Stinespringa, w szczególności przedstawia charakteryzację k -dodatniości przy pomocy pomocniczego parametru μ_k . Pokazujemy, że w szczególnym wypadku gdy wymiary pomiędzy którymi działa odwzorowanie różnią się o 1 to potrafimy analitycznie obliczyć parametr μ_k dla którego odwzorowanie jest k -dodatnie. Zastosowanie podanej charakteryzacji przedstawiamy na szeroko opisanym przykładzie zaproponowanego odwzorowania. W szczególności rozważamy modyfikacje i uogólnienia zaproponowanego odwzorowania takie aby uzyskać pewne własności takie jak nierozkładalność.

W rozdziale piątym aplikujemy naszą metodę charakteryzacji do odwzorowania eksponowanego Millera-Olkiewicza które jest eksponowane w stożku odwzorowań dodatnich i pokazujemy, że dokonując pewnej modyfikacji możemy otrzymać odwzorowanie dla którego 2-dodatniość implikuje całkowitą dodatniość co przekłada się na następującą interpretację geometryczną: przesuając eksponowane odwzorowanie Millera-Olkiewicza w stronę odwzorowań całkowicie dodatnich poprzez dodatnie na λTr , gdzie $\lambda \in \mathbb{R}$ pokazujemy, że stożek odwzorowań 2-dodatnich oraz stożek odwzorowań całkowicie dodatnich musi mieć wspólną ścianę. Dodatkowo przedstawiamy algorytm pozwalający badać własności stożków odwzorowań k -dodatnich, na przykładzie odwzorowania Choi.

Rozprawę kończy krótkie podsumowanie prezentowanego materiału, zawierające wybrane sugestie dalszych kierunków badań.