

Podsumowanie osiągnięć zawodowych

Thomas Złosnik

Maj 2024

Spis treści

1	Imię i nazwisko	2
2	Posiadane dyplomy, stopnie naukowe lub artystyczne - z podaniem podmiotu nadającego stopień, roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej	2
3	Informacja o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych lub artystycznych	2
4	Omówienie osiągnięć, o których mowa w art. 219 ust. 1 pkt. 2 Ustawy	2
4.1	Tytuł osiągnięcia naukowego	2
4.2	Publikacje (autor/autorzy, tytuł/tytuły publikacji, rok wydania, nazwa wydawnictwa, recenzenci wydawniczy	2
5	Omówienie celu naukowego/artystycznego ww. pracy/prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania	3
5.1	Wstęp	3
5.2	Motywacja i cele	4
5.3	Streszczenie	5
5.3.1	Modele typu A	5
5.3.2	Modele typu B	6
5.4	Model A	7
5.4.1	Geometria i grawitacja Cartana	7
5.4.2	Hamiltonowskie sformułowanie grawitacji jako samoistnie q złamanej teorii cechowania grupy Lorentza	9
5.4.3	Grawitacja poprzez cechowanie sparametryzowanych teorii pola	14
5.4.4	Fenomenologia modelu i perspektywy dalszego badania	21
5.5	Model B	24
5.5.1	Ogólna klasa teorii grawitacyjnych jako alternatyw dla DM , w których prędkość grawitacji zawsze równa się prędkości światła.	24
5.5.2	Nowa teoria relatywistyczna dla Zmodyfikowanej Dynamiki Newtona	28
5.5.3	Teoria skalarno-tensorowa Aether'a: Stabilność liniowa na przestrzeni Minkowskiego	34
5.5.4	Teoria skalarno-tensorowa Aether'a: Formalizm hamiltonowski	41
5.5.5	Dodatkowe wyniki	46
6	Prezentacja osiągnięć dydaktycznych, organizacyjnych oraz popularyzujących naukę	47
6.1	Osiągnięcia dydaktyczne	47
6.2	Osiągnięcia organizacyjne	47
6.3	Osiągnięcia w popularyzowaniu nauki	47
7	Inne osiągnięcia naukowe	47
7.1	Nadzorowanie pracy studentów	47
7.2	Nagrody i Członkostwo w Organizacjach Naukowych	48
7.3	Lista osiągnięć przed uzyskaniem doktoratu	48
7.4	Dodatkowe osiągnięcia po uzyskaniu doktoratu	48

1 Imię i nazwisko

Thomas George Zlosnik

2 Posiadane dyplomy, stopnie naukowe lub artystyczne - z podaniem podmiotu nadającego stopień, roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej

- **Doktorat (DPhil) z astrofizyki** – Październik 2005 - wrzesień 2008
Institucja: Uniwersytet Oksfordzki, Wielka Brytania, Wydział Astrofizyki
Praca doktorska: Kosmologiczne konsekwencje zmodyfikowanych teorii grawitacji
 kierownik studiów doktoranckich: Profesor Pedro Ferreira
- **MPhys** – Październik 2001 - wrzesień 2005
Institucja: Uniwersytet Oksfordzki, Wielka Brytania, Wydział Fizyki

3 Informacja o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych lub artystycznych

- **Post-Doc** – Październik 2008 – listopad 2011
Institucja: Perimeter Institute for Theoretical Physics, Waterloo, Kanada
- **Post-Doc** – Maj 2012 – maj 2014
Institucja: Wydział Fizyki Teoretycznej, Imperial College London, Wielka Brytania
- **Vědecký Pracovník (pracownik naukowy)** – Wrzesień 2016 – wrzesień 2022
Institucja: Czeska Akademia Nauk, Praga, Czechy.
- **NCN Polonez Bis Fellow** – Październik 2022 – dzień dzisiejszy
Institucja: Instytut Fizyki Teoretycznej i Astrofizyki, Uniwersytet Gdański, Polska

4 Omówienie osiągnięć, o których mowa w art. 219 ust. 1 pkt. 2 Ustawy

4.1 Tytuł osiągnięcia naukowego

Jednotematyczny cykl publikacji pt.: *Symetria Lorentza w grawitacji i problem ciemnej materii*.

4.2 Publikacje (autor/autorzy, tytuł/tytuły publikacji, rok wydania, nazwa wydawnictwa, recenzenci wydawniczy

Publikacje należące do serii będą cytowane z użyciem litery [H], publikacje z udziałem wnioskodawcy będą, które nie należą do serii będą cytowane z użyciem litery [O], natomiast cytowania prac zewnętrznych bez udziału wnioskodawcy będą cytowane z użyciem litery [E]. Lista publikacji powiązanych tematycznie:

1. *Wstęp do fizyki grawitacji Cartana* [H1]
 Hans Westman, Tom Zlosnik
Annals Phys. **361** 330-376 (2015)
2. *Czasoprzestrzeń i ciemna materia pochodząca z samoistnego łamania symetrii Lorentza* [H2]
 Tom Zlosnik, Federico Urban, Luca Marzola, and Tomi Koivisto
Class. Quant. Grav., **35**(23), 235003 (2018)

3. *Grawitacyjne alternatywy dla ciemnej materii, której prędkość Q rodzaju/modu tensora jest równa prędkości światła* [H3]
Constantinos Skordis i Tom Zlosnik
Phys. Rev. D, **100**(10), 104013 (2019)
4. *Nowa teoria relatywistyczna zmodyfikowanej dynamiki Newtona* [H4]
Constantinos Skordis i Tom Zlosnik
Phys. Rev. Lett., **127**(16), 161302 (2021)
5. *Teoria skalarno-tensorowa Aether'a: Liniowa stabilność na przestrzeni Minkowskiego* [H5]
Constantinos Skordis i Tom Zlosnik
Phys. Rev. D, **106**(1), 104041 (2022)
6. *Ścieżki prowadzące do grawitacji poprzez cechowanie teorii pola sparametryzowanego* [H6]
Tomi Koivisto i Tom Zlosnik
Phys. Rev. D, **107**(12), 124013 (2023)
7. *Hamiltonowskie sformułowanie grawitacji jako samoistnie q złamanej teorii cechowania grupy Lorentza* [H8]
Mehraveh Nikjoo i Tom Zlosnik
Class. Quant. Grav., **40**(1), 015007 (2023)
8. *Teoria skalarno-tensorowa Aether'a: Formalizm hamiltonowski* [H7]
Marianthi Batakis, Constantinos Skordis oraz Tom Zlosnik
Phys. Rev. D, **110**, 044015 (2024)
9. *Analiza systemu dynamicznego ewolucji kosmologicznej w teorii skalarno-tensorowej Aether'a* [H9]
João Luís Rosa i Tom Zlosnik
Phys. Rev. D, **109**(2), 024018 (2024)

5 Omówienie celu naukowego/artystycznego ww. pracy/prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania

5.1 Wstęp

Nasza epoka jest świadkiem ogromnego postępu w kosmologii, w której dystrybucja struktur o wielkiej skali we wszechświecie i promieniowania pozostałego z wielkiego wybuchu są mierzone z niespotykaną dotąd precyzją. Dane te zawierają mnóstwo informacji na temat ewolucji i składu wszechświata w okresie od najwcześniejszych znanych do dnia dzisiejszego.

W międzyczasie, w poprzednim stuleciu nastąpił równoległy rozwój dwóch teorii fizycznych, z których każda posiada niebywały potencjał by wyjaśnić pewne zjawiska. Pierwszą z nich jest ogólna teoria względności Einsteina (dalej określana skrótem GR), która opisuje grawitację przy pomocy zakrzywienia przestrzeni (identyfikując pole grawitacyjne z samą czasoprzestrzenią). Teoria ta została poddana wszelkim testom w Układzie Słonecznym, a niedawno otrzymała dalsze poparcie dzięki bezpośredniemu wykryciu fal grawitacyjnych, które przewidywała. Drugą teorią jest Model Standardowy (dalej zwany: SM) fizyki cząstek elementarnych, który nie tylko odniósł nadzwyczajny sukces w opisywaniu danych o cząstkach w momencie ich powstania, ale z powodzeniem przewidział istnienie rozmaitych cząstek, z których ostatnią jest bozon Higgsa.

Jednakże, jego istnienie stwierdzono w skali rozciągającej się od galaktyk do gromad galaktyk w kosmosie, w którym zastosowanie GR wraz z modelem SM daje prognozy sprzeczne z danymi. W każdym z tych przypadków materia widoczna zachowuje się tak, jakby istniała jakaś dodatkowa, niewidzialna materia, która emituje pole grawitacyjne.

Co ciekawe, ogromna ilość tej materii kosmicznej – zwanej ciemną materią (dalej zwana: DM) – jest kilkakrotnie większa od ilości materii znanej w ramach SM.

Problem DM zapoczątkował badania teoretyczne na dużą skalę. Ograniczenia kosmologiczne i astrofizyczne wskazują, że DM nie składa się ze składników istniejących w SM. Większość poszukiwań kandydatów na DM koncentrowało się na badaniu nowych obszarów fizyki cząstek, które wykraczają poza SM, takich jak neutrino sterylne, najlżejsze supersymetryczne cząstki partnerskie LSP i aksjony.

Wiele wysiłku włożono w wykrywanie sygnatur cząstek-kandydatów na DM. Jednak, do dziś nie ma powszechnie akceptowanych dowodów na istnienie takich podpisów.

Wszystkie znane efekty przypisywane ciemnej materii (DM) są obserwowane poprzez jej wpływ na pole grawitacyjne, a tym samym ruch materii, na przykład orbity gwiazd w galaktykach lub soczewkowanie grawitacyjne światła w pobliżu galaktyk. Dlatego możliwe jest, że efekty DM nie pochodzą z nowych cząstek, ale z alternatywnego modelu pola grawitacyjnego wytwarzanego przez znane źródła materii. W pewnym sensie nie jest to nowa sytuacja w fizyce. W 1846 roku odkryto planetę Neptun, której istnienie postulowano wcześniej, gdy wykorzystano teorię grawitacji Newtona do modelowania jego zaburzającego wpływu Neptuna na orbitę Urana. Kilkadziesiąt lat później zaproponowano hipotetyczną planetę Vulcan, mającą być źródłem rozbieżności między obserwowaną precesją peryhelium Merkurego a przewidywaniami teorii Newtona. Jednakże słynne rozwiązanie tego problemu nie wynikało z odkrycia nowej materii, ale z modyfikacji prawa Newtona, które było implikacją GR.

W kosmologii istnieje inny, niezależny i nierozwiązany problem, który przypomina stopniowe odkrywanie elementów Układu Słonecznego. Biorąc pod uwagę ogromne ilości cząstek SM we wszechświecie i DM, a także ‘standardowe’ sprzężenia między materią a grawitacją, teoria GR przewiduje geometrię wszechświata w przeszłości. Zgodnie z GR, gdy cofamy się w czasie wszechświat osiąga coraz wyższe temperatury i krzywiznę czasoprzestrzeni aż do punktu, w którym ten klasyczny opis czasoprzestrzeni przestaje działać. W ten sposób kształtuje się historia ‘ekspansji’ wszechświata trwająca około 13,7 miliardów lat [E110]. Na nocnym niebie możemy odkryć pozostałości promieniowania z wczesnego wszechświata nazywane mikrofalowym promieniowaniem tła (CMB). Jego temperatura jest jednakowa na całym niebie wyłącznie z niewielkimi odchyleniami. Jest to problematyczne dla powyższej historii kosmosu ponieważ fotony CMB, powstałe w uniwersum, a ostatecznie docierające do Ziemi z przeciwnych kierunków nieba mogły pochodzić z regionów kosmosu, które nigdy nie miały styczności przyczynowej zgodnie z GR i zakładaną zawartością materii. Jest to problem horyzontu CMB, którego rozwiązanie przyjmuje postać inflacji kosmicznej, czyli okresu ekstremalnie szybkiej ekspansji we wczesnym Wszechświecie wynikającym z nowych stopni swobody w fizyce. Rozwiązanie nie tylko pokonuje problem horyzontu CMB, ale wydaje się również, że modele inflacji, zawierające kwantowe fluktuacje próżniowe nowych stopni swobody, dobrze wyjaśniają początek pierwotnych niejednorodności rozkładu materii w uniwersum, które następnie ewoluują, tworząc galaktyki. Aktualne dane nie zapewniają rozróżnienia pomiędzy inflacją kosmiczną z pola nowej materii w fizyce [E80], efektem nieminimalnego sprzężenia znanej materii i grawitacji [E69], a modyfikacjami teorii Einsteina [E12].

Seria habilitacyjna dotyczy dwóch zestawów modeli, współtworzonych przez wnioskodawcę, które mają na celu rozszerzenie Ogólnej teorii względności o efekt ciemnej materii jak przejaw grawitacji. Wszystkie modele mają wspólną cechę, to znaczy symetria Lorentza jest łamana spontanicznie na poziomie ich równań pola. Prowadzi to do określenia preferowanego kierunku/stanu spoczynku w każdym punkcie czasoprzestrzeni. Modele te dzielą się na dwa typy:

- **Typ A:** Są to modele, w których grawitacyjne stopnie swobody wynikają z opisu czasoprzestrzeni zgodnego z geometrią Cartana, a nie z opisu opartego na geometrii Riemanna. Jednak ciekawe jest, że zostanie wykazane powstawanie metryki czasoprzestrzeni i przedłużenia do GR zawierającego efektywną składową materii podobnej do DM.
- **Type B:** Są to modele, w których opis geometryczny grawitacji pozostaje podobny do opisu w GR, ale są w nim nowe, dodatkowe pola w wycinku grawitacyjnym. Obok tensora metrycznego $g_{\mu\nu}$, który występuje w GR, dodatkowo postuluje się parę pól (ϕ, A_μ) . Efekt tych nowych stopni swobody będzie przypominał DM w kosmologii, przy czym ciekawe jest, że bardziej przypomina załamanie granicy newtonowskiej GR w reżimie słabych pól grawitacyjnych.

5.2 Motywacja i cele

Celem serii publikacji jest zbadanie koncepcji mówiącej, że efekty przypisywane DM są raczej spowodowane w pewnej części przez interakcję między znaną materią a polem grawitacyjnym lub czasoprzestrzenią, a czynnik ten nie jest uwzględniany przez GR.

Zostaną zbadane dwa modele grawitacji, które współtworzył wnioskodawca. Każdy model może być uważany za rozszerzenie GR w tym sensie, że każdy model może przypominać GR w pewnych reżimach, wskutek czego spełnia te same ograniczenia eksperymentalne, co GR.

W standardowym modelu kosmologii, DM o dużej skali przewyższa (masowo) całość materii SM około sześciokrotnie [E110], zatem rozwój w naszym rozumieniu efektów przypisanych DM oznaczałby znaczny postęp w zrozumieniu składników wszechświata. Analizując, czy niektóre z tych efektów mogą być spowodowane nowymi stopniami swobody w sektorze grawitacyjnym, wszelkie przekonujące wyniki w tym kierunku musiałyby pogłębić nasze zrozumienie pola grawitacyjnego lub czasoprzestrzeni. Miałyby to kluczowe znaczenie dla otwartych pytań, takich jak natura grawitacji jako teorii kwantowej. Chociaż wyjaśnienie DM w ramach rozszerzeń do GR jest „mniej uczęszczaną drogą”, znaczenie efektu DM w naszym wszechświecie i nieuniknione postępy teoretyczne, które towarzyszyłyby sukcesowi w tej dziedzinie badań, jest silną motywacją.

Seria prezentowanych publikacji dotyczy dwóch niezależnych rozszerzeń GR współtworzonych przez wnioskodawcę. Szczegółowe cele tych publikacji można podsumować w następujący sposób:

- Wprowadzenie nowatorskich rozszerzeń do GR [H1, H2, H4].
- Opracowanie rozwiązań dla tych modeli [H3, H5, H9]. W tym przypadku celem jest albo a) użycie rozwiązań do porównania prognoz modelu z ograniczeniami obserwacyjnymi, albo b) użycie rozwiązań do scharakteryzowania zdrowia modelu, na przykład szukania odpowiedzi na pytanie, czy model zachowuje się patologicznie w sensie klasycznym lub sensie mechaniki kwantowej.
- Opracowanie sformułowania kanonicznego/hamiltonowskiego tych modeli. Pozwala na wyprowadzenie ważnych, ogólnych wyników dotyczących modeli jako klasycznych teorii grawitacji (na przykład liczby rozchodzących się stopni swobody, właściwości stabilności), ujmuje równania ruchu teorii w formie (równania ruchu Hamiltona), która może pomóc w opracowaniu rozwiązań analitycznych i numerycznych i jest potencjalnie ważnym krokiem w kierunku przyszłych modeli [H7, H8].
- Uogólnienia modeli i badania ich podstaw teoretycznych [H6].

5.3 Streszczenie

5.3.1 Modele typu A

Opracowanie przez Einsteina Ogólnej teorii względności zapowiadało niezwykle wynik: przestrzeń i czas wygodniej jest traktować jako scalony obiekt, czyli czasoprzestrzeń, która *jest* polem grawitacyjnym. Einstein był w stanie wykorzystać matematyczne narzędzia geometrii Riemanna do opisanie czasoprzestrzeni jako czterowymiarowej rozmaitości, na której jest zdefiniowana (pseudo-) riemannowska metryka $g_{\mu\nu}$. W pewnym punkcie czasoprzestrzeni metryka podaje informacje o lokalnych odległościach fizycznych, natomiast pochodne metryki umożliwiają budowę połączenia $\tilde{\Gamma}_{\mu\nu}^{\rho}(g, \partial g)$, które można wykorzystać do określenia pochodnych kowariantnych pól tensorowych na rozmaitości. Wreszcie inny tensor oparty na $\tilde{\Gamma}_{\mu\nu}^{\rho}(g, \partial g)$ i jej pochodnych, czyli tensor krzywizny Riemanna $R^{\rho}_{\mu\nu\sigma}$, charakteryzuje ‘brak płaskości’ czasoprzestrzeni. Fizycznym przejawem tego jest oddziaływanie grawitacyjne, które obserwujemy.

Ten opis grawitacji okazał się niezwykle skuteczny, jednak dotyczą go powyższe zastrzeżenia, wymienione w Sekcji 5.1, odnoszące się do potrzeby wprowadzenia nowych form materii, gdyż wyjaśniłyby one rozkład i dynamikę pod działaniem grawitacji znanej materii we wszechświecie. Jeśli DM i inflacja kosmiczna wskazują na niedociągnięcia w naszym rozumieniu pola grawitacyjnego, może być tak, że jego opis w kategoriach geometrii Riemanna, a mianowicie jego opis wyłącznie za pomocą tensora metrycznego $g_{\mu\nu}$, może być przybliżeniem nawet w klasycznej grawitacji. Będziemy argumentować, że alternatywne sformułowanie geometrii różniczkowej opracowane przez francuskiego matematyka Élie Cartana [E32] umożliwi opis pola grawitacyjnego, które rozszerza GR o te stopnie swobody, które mogą prowadzić do ważnych implikacji fenomenologicznych. W szczególności skoncentrujemy się na modelu, który może być istotny dla problemu DM.

W sekcji 5.4.1 przedstawiamy krótkie wprowadzenie do geometrii Cartana i jej zastosowania w opisie pola grawitacyjnego. W sekcji 5.4.2 opracowujemy zestaw modeli grawitacji opartych na regułach geometrii Cartana, a poprzez analizę hamiltonianu i analizę kanoniczną pokazujemy, że określony podzbiór modeli zapewnia rozszerzenie do GR i dodaje efektywny człon typu DM do równań pola grawitacyjnego. W sekcji

5.4.3 modele te są badane z innej perspektywy: rozważamy je jako wynik ‘cechowania’ niegravitacyjnych teorii fizycznych, które jednak wykazują symetrię dyfeomorfizmu czasoprzestrzeni. Przegląd fenomenologii modeli i zakres uogólnienia modelu podano w sekcji 5.4.4.

Wyniki w kontekście: MacDowell i Mansouri [E9] dokonali niezwykłego odkrycia, że Ogólna Teoria Względności może być interpretowana jako spontanicznie złamana teoria cechowania grupy de Sittera ($SO(1,4)$) grupy anty-de Sittera ($SO(2,3)$), przy czym koncepcja ta została wkrótce potem znacznie rozwinięta przez Stelle i West [E13]. W tych ramach grawitacja może być opisana jako pole lub połączenie cechowania, które jest wartościowane w algebrze Liego jednej z tych grup, wraz z gravitacyjnym polem ‘Higgsa’, które rozkłada symetrię na symetrię grupy Lorentza ($SO(1,3)$). Należy je uważać za symetrie ‘wewnętrzne’ i niezależne od symetrii dyfeomorfizmu czasoprzestrzeni powszechnie obecnej w teorii grawitacji. Związek pracy z [E13] z podejściem Cartana do geometrii został szczegółowo zbadany w artykule serii [H1].

Chociaż matematyczne składniki w podejściu takim, jak [E13] bardzo przypominają teorie cechowania istniejące w fizyce cząstek stałych, istniała kluczowa różnica. Mianowicie, przyjęto, że pole ‘Higgsa’ jest niedynamiczne i nie ma stopni swobody i ogólnie tak je traktowano je w tej dziedzinie badań. Takie podejście wyraźnie kontrastuje z polem Higgsa w modelu standardowym. Uważam, że moim bardzo znaczącym osiągnięciem, jakiego dokonałem w tej dziedzinie jest odkrycie kilku modeli grawitacji z geometrią Cartana, w których pole Higgsa jest rzeczywiście polem dynamicznym, które wprowadza fascynującą fenomenologię, która może być związana z otwartymi problemami kosmologii, np. naturą DM.

5.3.2 Modele typu B

Najwcześniejsze dowody na istnienie DM pochodzą nie z największych obiektów we Wszechświecie, ale z systemów astrofizycznych, takich jak gromady galaktyk, w których stwierdzono, że galaktyki wydawały się być pod wpływem grawitacyjnym większym niż mogłyby wytworzyć same z siebie [E1, E2, E3]. Podobne zjawisko na mniejszą skalę obserwowano później w odniesieniu do ruchu gwiazd w poszczególnych galaktykach [E8, E11]. Milgrom zaproponował [E15, E16, E17], że ten ostatni efekt może wynikać z modyfikacji inercji lub dynamiki barionów albo prawa grawitacji dla przyspieszeń mniejszych niż $a_0 \sim 1.2 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$. Ten ostatni element jest dalej badany w [E18], gdzie jeśli gradienty potencjału grawitacyjnego Φ są mniejsze niż a_0 , grawitacja nierelatywistyczna jest efektywnie opisana równaniem

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{|\vec{\nabla}\Phi|}{a_0} \vec{\nabla}\Phi \right) = 4\pi G_N \rho. \quad (1)$$

G_N jest tutaj stałą grawitacyjną Newtona, a ρ jest gęstością materii. Modele te są określane jako zmodyfikowana dynamika Newtona (zwana dalej: MOND).

Wiele pracy włożono w określenie astrofizycznych konsekwencji MOND, i jej spójności z danymi [E76]. Jest ona z natury nierelatywistyczna, a zatem niemożliwa do przetestowania w wielu reżimach, w których wiadomo, że GR wyjaśnia zjawisko grawitacyjne i w warunkach kosmologicznych, w których systemy takie jak CMB wymagają traktowania relatywistycznego. Ponadto, w przypadku braku w pełni relatywistycznego ‘sfinalizowania’, nie wiadomo, kiedy (1) ma się załamać. Można to porównać do sytuacji newtonowskiej granicy GR, gdzie GR dokładnie wyjaśnia, kiedy poprawki do teorii Newtona stają się niezbędne. Dlatego, aby przetestować równanie (1) należy opracować w pełni relatywistyczne teorie, których równania pola redukują się do tej formy przy odpowiedniej granicy. Przykładami takich teorii są modele typu B. Modele te są szczególnie godne uwagi, ponieważ stanowią pierwsze modele grawitacyjne, które nie tylko upraszczają się do równania (1) przy odpowiednich wartościach granicznych, ale także są realną alternatywą dla DM w największych skalach kosmicznych.

W sekcji 5.5.1, zbadamy ogólną klasę modeli, ilustrującą, jakie warunki muszą spełniać modele, aby fale grawitacyjne rozprzestrzeniały się z prędkością światła. Jest to niezwykle ważne ograniczenie dla teorii zmodyfikowanej grawitacji. W sekcji 5.5.2 proponujemy bardziej precyzyjny zestaw modeli (modele AeST) i wykazemy, że są to modele, które posiadają granicę MOND w odpowiednim reżimie i które opisują wielkoskalowe dane kosmologiczne równie dobrze jak standardowy model kosmologiczny, jednak bez DM. Odtworzenie tego wyniku i granicy (1) w tych samych ramach teoretycznych jest niewątpliwie znaczącym osiągnięciem. W sekcji 5.5.3 badana jest stabilność przestrzeni Minkowskiego w modelach AeST, natomiast w sekcji 5.5.4 opracowano pełne niezakłócające hamiltonowskie sformułowanie modeli. Na koniec w Sekcji 5.5.5, pokrótce omówiono szereg dalszych wyników kosmologicznych opartych na modelach AeST.

Wyniki w kontekście: MOND został zaproponowany jako nierelatywistyczna modyfikacja grawitacji w 1983 roku, kiedy dane dotyczące wielkoskalowej struktury Wszechświata były bardzo ograniczone. W następnych dziesięcioleciach, w szeregu eksperymentów (na przykład COBE [E29], WMAP [E40], oraz Planck [E111]) z coraz większą dokładnością mierzono obserwowalne zjawiska, takie jak wzór anizotropii w CMB. Na obrazie, który się wyłonił, GR wraz ze znacznym wkładem DM i stałą kosmologiczną Λ były doskonale dopasowane do danych. DM jest nieodzowną częścią standardowego modelu kosmologii, co doprowadziło do powszechnego przekonania w tej dziedzinie, że nawet jeśli modyfikacja prawa Newtona (1) może być osadzona w całkowitej relatywistycznej teorii grawitacji, jest mało prawdopodobne, aby taki model mógł z powodzeniem opisać wyniki z kosmologii precyzyjnej. Niezależnie od tego, obserwacja, że prędkość grawitacji jest z dużą dokładnością równa prędkości światła, doprowadziła do stwierdzeń [E101] że relatywistyczne zakończenia (1) prawdopodobnie byłyby w konflikcie z danymi.

Model typu B opisane w serii są dowodem na istnienie teorii grawitacji mających fenomenologię MOND, fal grawitacyjnych, które rozprzestrzeniają się z prędkością światła, i które z powodzeniem opisują dane kosmologiczne bez dodawania DM.

5.4 Model A

5.4.1 Geometria i grawitacja Cartana

Geometria Riemanna stanowi matematyczną podstawę Ogólnej Teorii Względności Einsteina. Reprezentacja metryczna geometrii Riemanna składa się z pary zmiennych $\{g_{\mu\nu}, \Gamma_{\mu\nu}^{\rho}\}$. Tensor metryczny $g_{\mu\nu}$ koduje wszystkie informacje o odległościach między punktami na rozmaitości, natomiast koneksja afiniczna $\Gamma_{\mu\nu}^{\rho}$ koduje informacje o równoległym transporcie wektorów stycznych u^{μ} , jak również umożliwia budowę pochodnej kowariantnej ∇_{μ} działającej na tensorach. Pojęciowo $g_{\mu\nu}$ and $\Gamma_{\mu\nu}^{\rho}$ są niezależnymi obiektami. Jednak w geometrii Riemanna koneksja $\Gamma_{\mu\nu}^{\rho}$ musi być zgodna z metryką i wolna od skręcenia:

- Zgodność metryczna: $\nabla_{\rho}g_{\mu\nu} \equiv \partial_{\rho}g_{\mu\nu} - \Gamma_{\mu\rho}^{\sigma}g_{\sigma\nu} - \Gamma_{\nu\rho}^{\sigma}g_{\mu\sigma} = 0$.
- Skręcenie równe zero: $\Gamma_{\mu\nu}^{\rho} - \Gamma_{\nu\mu}^{\rho} = 0$

Koneksja afiniczna może zatem być jednoznacznie określona na podstawie metryki

$$\overset{\circ}{\Gamma}_{\mu\nu}^{\rho} = \frac{1}{2}g^{\rho\sigma} \left(\partial_{\mu}g_{\sigma\nu} + \partial_{\nu}g_{\mu\sigma} - \partial_{\sigma}g_{\mu\nu} \right) \quad (2)$$

i staje się naturalne spojrzenie na metrykę jako zmienną podstawową, a na koneksję afiniczną jako wielkość drugorzędą i pochodną.

Alternatywne podejście autorstwa Cartana [E32] jest uogólnieniem intuicyjnego sposobu sondowania geometrii powierzchni. Rozważmy zakrzywioną powierzchnię dwuwymiarową. Jeśli chcemy poznać długość ścieżki między dwoma punktami na tej powierzchni, możemy sobie wyobrazić piłkę, którą przetaczamy wzdłuż ścieżki (bez poślizgu i skręcania). Długość krzywej na potencjalnie skomplikowanej zakrzywionej powierzchni zostaje w ten sposób połączona ze zbiorem nieskończenie małych obrotów piłki. Dodatkowo [H1] można wykazać, że wewnętrzna krzywizna tej powierzchni w pewnym punkcie odpowiada liczbie obrotów piłki po przetoczeniu (bez poślizgu lub skręcenia) wokół małej pętli mającej początek i koniec w tym punkcie. Na przykład rozważmy dwuwymiarową powierzchnię koordynowaną współrzędnymi x^{μ} osadzoną w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej \mathbb{R}^3 (koordynowaną przez współrzędne euklidesowe X^A z metryką euklidesową δ_{AB}). Kula umieszczona na powierzchni w punkcie p_1 definiuje wektor $V^A(p_1)$ odpowiadający linii, której kwadrat długości to $\delta_{AB}V^AV^B$ ¹. Jeśli kula jest toczona do znajdującego się blisko punktu p_2 , wówczas styczność piłki z powierzchnią definiuje nowy wektor

$$V^A(p_2) = V^A(p_1) + \partial_{\mu}V^A(p_1)\delta x^{\mu} + \dots \quad (3)$$

gdzie kropki oznaczają wyrazy wyższego rzędu w małych przyrostach współrzędnych δx^{μ} . Z kolei pierwotny wektor $V^A(p_1)$ został ‘przetoczony’ przez obrót kuli i możemy określić ten przetoczony wektor $V_1(p_2)$ w punkcie p_2 tak, aby był powiązany z jego pierwotną wartością w p_1 wzorem

¹W tym miejscu i całym tym dokumencie będziemy używać konwencji sumowania Einsteina, zgodnie z którą sumowanie odbywa się po powtarzających się indeksach.

$$V_{|}^A(p_2) = V^A(p_1) - A^A_{B\mu}(p_1)V^B\delta x^\mu + \dots \quad (4)$$

Zwróćmy uwagę, że przetaczanie zachowuje normę wektora, stąd $V_{A|}(p_2)V_{|}^A(p_2) = V_A(p_1)V^A(p_1)$ ². Następnie użycie (4) prowadzi do:

$$A^{AB}_{\mu} = -A^{BA}_{\mu} \quad (5)$$

Jeśli powierzchnia ma metrykę $g_{\mu\nu}$, to nieskończenie mała ścieżka łącząca p_1 i p_2 ma kwadrat długości $\delta s_g^2 = g_{\mu\nu}\delta x^\mu\delta x^\nu$. Ponieważ kula została przetoczona bez poślizgu, jej tor powinien być kwadratem długości łuku o nieskończenie małej długości δs_b^2 leżącego obok kuli, gdzie

$$\begin{aligned} \delta s_B^2 &= \delta_{AB}(V^A(p_2) - V_{|}^A(p_2))(V^B(p_2) - V_{|}^B(p_2)) \\ &= \delta_{AB}D_\mu V^A D_\nu V^B \delta x^\mu \delta x^\nu \end{aligned} \quad (6)$$

$$D_\mu V^A \equiv \partial_\mu V^A + A^A_{B\mu} V^B \quad (7)$$

Użycie tożsamości $\delta s_g^2 = \delta s_b^2$ częściowo ustala symbole $A^A_{B\mu}$, przy czym odpowiada to toczeniu kuli bez poślizgu w tym obrazie włożenia. Krzywizna powinna być miarą tego, jak bardzo piłka została obrócona podczas toczenia po ścieżce. Ten fakt odpowiada toczeniu się również bez poślizgu, dzięki czemu zostaje ustalona reszta $A^A_{B\mu}$ [H1].

W ten sposób geometrię powierzchni można scharakteryzować wyrażeniem $\{g_{\mu\nu}(x), \Gamma_{\mu\nu}^\rho(x)\}$, lub równoważnie zmiennymi $\{V^A(x), A^A_{B\mu}(x)\}$. Proces toczenia można traktować jako obrót w przestrzeni 3D, który zależy od położenia x^μ na powierzchni, tj. serii lokalnych przekształceń $SO(3)$. Następnie $A^A_{B\mu}(x)$ spełnia rolę koneksji /pola cechowania, które może służyć do skonstruowania pochodnej kowariantnej $D_\mu V^A(x)$ działającej na wektor $V^A(x)$, który rozróżnia części koneksji $A^A_{B\mu}$, które zawierają informacje o metryce i części, które zawierają informacje o krzywiznie. Rzeczywiście można całkowicie pominąć obraz włożenia i skonstruować opis geometrii na podstawie $\{V^A(x), A^A_{B\mu}(x)\}$. Istotną cechą tych zmiennych jest duże podobieństwo do matematycznych składników spontanicznie załamujących się teorii cechowania z modelu standardowego: $A^A_{B\mu}$ jest polem cechowania o wartościach w algebrze Liego dla $SO(3)$, natomiast V^A jest ‘grawitacyjnym’ polem Higgsa, którego niezerowa wartość oczekiwana w próżni spontanicznie rozбивa pierwotną symetrię (tutaj $SO(3)$) na mniejszą symetrię ($SO(2)$).

Transformacje w czterowymiarowej czasoprzestrzeni naszego wszechświata mogą być traktowane jako lokalne przekształcenia $SO(1,4)$ (grupa de Sittera) lub $SO(2,3)$ (grupa anty-de Sittera), w których jeśli pole V^A w dynamiczny sposób osiąga niezerowe przestrzenne (de Sitter) lub czasowe (anty-de Sitter) wartości oczekiwane, pozostałościowa symetria grawitacji jest lokalną symetrią $SO(1,3)$ (grupa Lorentza) jak w sformułowaniu grawitacji Einsteina-Cartana. Można skonstruować działania dla pola grawitacyjnego, które obrazują tę strukturę [E10, E14]. W podejściu [H1] nowatorskie było uznanie V^A za pole rzeczywiście dynamiczne, co odróżnia je od wcześniejszych podejść [E14], które wiążą V^A w taki sposób, że nie ma dynamicznych stopni swobody. Niewątpliwie procedura ta jest sztuczna i byłaby analogiczna do użycia więzów w elektroslabym polu Higgsa, co w zasadzie usunęłoby bozon Higgsa z modelu SM. W [H1] wykazano, że modele grawitacji z geometrią Cartana i dynamicznym łamaniem symetrii $SO(2,3)$ lub symetrią cechowania $SO(1,4)$ mogą prowadzić do szeregu nowatorskich rozszerzeń do GR. Na przykład proste działanie wielomianowe na polach $\{V^A, A^A_{B\mu}\}$ uwzględnia teorię skalarno-tensorową Peebles-Ratra [O15, E39], przy czym rozszerzenie tego działania przynosi rozwiązania kosmologiczne wraz z klasyczną zmianą sygnatury metrycznej z euklidesowej na lorentzowską we wczesnym Wszechświecie [O14].

Niezwykłą cechą GR jest jej symetria lokalnego dyfeomorfizmu czasoprzestrzeni. Pomimo tej eleganckiej teorii czasoprzestrzeni, w której podstawowe zmienne to metryka czasoprzestrzeni $g_{\mu\nu}$ i koneksja czasoprzestrzeni $\Gamma_{\mu\nu}^\rho$, teoria może być rzutowana do współrzędnych kanonicznych/hamiltonowskich, w których można założyć, że rozmaitość czasoprzestrzenna posiada topologię $R \times \Sigma$. Można także przyjąć, że powierzchnia Σ może zostać skoordynowana współrzędnymi x^a , przy czym R będzie skoordynowana współrzędną czasu t , a cofnięcie do metryki czasoprzestrzeni do Σ jest metryką przestrzenną h_{ab} (będzie temu towarzyszyło

²gdzie używane są indeksy dolne i górne, odpowiednio: δ_{AB} oraz δ^{AB}

cofnięcie γ_{ab}^c obiektu $\Gamma_{\mu\nu}^\rho$ do Σ). Właśnie pole h_{ab} i jego pęd $\tilde{\pi}^{ab}$ stają się dynamicznymi polami opisującymi grawitację. Widzieliśmy jak koneksja toczone może zawierać informacje o wewnętrznej geometrii $\{h_{ab}, \gamma_{ab}^c\}$ powierzchni.

Czy pojęcie koneksji Cartana może zostać rozszerzone tak, aby zawierało informacje o tym, jak powierzchnia ewoluuje względem czasoprzestrzeni, której jest podrozmaitością, tj. czy koneksja toczone może zawierać informacje o $\{h_{ab}, \gamma_{ab}^c, \tilde{\pi}^{ab}\}$? Jest to przedmiotem serii publikacji [H2], a rezultatem jest zaskakujący związek między geometrią Cartana, teorią reprezentacji grupy Lorentza nad liczbami zespolonymi i wcześniejszym sformułowaniem grawitacji autorstwa Ashtekar [E19], który okazało się znacznie upraszczać formalizm kanoniczny grawitacji.

Zamiast rozważać dwuwymiarową powierzchnię zanurzoną w \mathbb{R}^3 , rozważamy trójwymiarową powierzchnię (koordynowaną przez x^a) zanurzoną w $\mathbb{C}^{1,3}$ (koordynowaną przez Z^I), przy czym zamiast kuli, rozważa się ‘toczony’ obiekt z wektorem styczności ϕ^I spełniający $\eta_{IJ}\phi^I\phi^J \equiv \phi^2 < 0 \in \mathbb{R}$. Następnie można transportować obiekt na rozmaitość zgodnie z koneksją $\mathcal{A}^I_{J_a}$, która zachowuje normę ϕ^2 . Przekształcenie konfiguracji obiektu jest zatem opisany przez element grupy Lorentza *nad liczbami zespolonymi* $SO(1,3)_C$, przy czym $\mathcal{A}^I_{J_a}$ osiąga wartości w jej algebrze Liego. Toczywanie w \mathbb{C}^4 uogólnia wcześniejszy przykład \mathbb{R}^3 poprzez fakt, że toczenie może obejmować ‘urojone skręcanie’, które tworzy czysto urojoną część wektora toczenia ϕ^I .

Przyjmijmy, że postać obiektu F^{IJ} o wartościach algebrze Liego $SO(1,3)_C$ (i.e. $F^{IJ} = -F^{JI}$) można rozłożyć na *samodualne* (+) oraz *anty-samodualne* (-) ponieważ $F^{IJ} = F^{+IJ} + F^{-IJ}$, $F^{\pm IJ} = \frac{1}{2}(F^{IJ} \mp i\epsilon^{IJKL}F^{KL}/2)$, gdzie $\epsilon^{IJKL}F^{\pm KKL} = \pm 2iF^{\pm IJ}$ ³. Zatem \mathcal{A}^{IJ}_μ może być rozłożony na samodualne i anty-samodualne części $\mathcal{A}^{\pm IJ}_a$. W [H2] zostało pokazane, że metryka h_{ab} na powierzchni może być skojarzona z

$$h_{ab} = \eta_{IJ}D_a\phi^I D_b\phi^J \quad (8)$$

gdzie $D_a\phi^I \equiv \partial_a\phi^I + \mathcal{A}^I_{J_a}\phi^J$. Ponadto, utożsamiamy \mathcal{A}_a^{+IJ} z zespoloną kombinacją symboli Christoffel’a γ_{ab}^c skojarzoną z h_{ab} i krzywizną zewnętrzną K_{ab} powierzchni, jakby była zanurzona w zakrzywionej czasoprzestrzeni z metryką $g_{\mu\nu}$. Ta specyficzna kombinacja jest właśnie cofnięciem samodualnej koneksji Ashtekar do hiperpowierzchni przestrzennych [E19]. Zatem na powierzchni trójwymiarowej, można skonstruować koneksję $\mathcal{A}^I_{J_a}$ w taki sposób, aby zawierała informacje o odległościach na powierzchni, wewnętrznej krzywiznie powierzchni, oraz zewnętrznej krzywiznie powierzchni jakby była zanurzona w konkretnej zakrzywionej czasoprzestrzeni czterowymiarowej. Istotne jest, że w pracy [H2] stwierdzono, że istnieje proste wielomianowe działanie dla pól $\{\phi^I, \mathcal{A}^I_{J_\mu}\}$, które prowadzi do równań pola z rozwiązaniami dynamicznymi, w których cofnięcie $\mathcal{A}^I_{J_a}$ czasoprzestrzennej koneksji Cartana $\mathcal{A}^I_{J_\mu}$ do powierzchni o stałej ϕ^2 przyniosło dokładnie zawartość $\mathcal{A}^I_{J_a}$ opisaną w powyższej konstrukcji. Co więcej, wstępna analiza sugerowała, że ta zasada działania posiada granicę w Ogólnej Teorii Względności (odpowiadającą chiralnemu sformułowaniu GR Ashtekara), przy czym jednocześnie posiada rozwiązania, które reprezentują efektywny wkład DM do równań Einsteina. Szczegółowa analiza tego działania w postaci hamiltonianu zostanie omówiona w sekcji 5.4.2, natomiast działanie w postaci lagranżjanu zostanie omówione w sekcji 5.4.3.

5.4.2 Hamiltonowskie sformułowanie grawitacji jako samoistnie q złamanej teorii cechowania grupy Lorentza

Zachowanie ogólnej kowariancji czasoprzestrzeni jest typowym wymaganie w teoriach grawitacyjnych. Pola dynamiczne są tensorami czasoprzestrzeni, a na tych polach budowane są działania, czyli funkcjonały niezależne od współrzędnych. Nie istnieje żadne z założenia preferowane pojęcie czasu w teorii grawitacji. Jednak znaczące spostrzeżenia o ogólnych teoriach kowariantnych można uzyskać, wybierając pojedynczą współrzędną, za pomocą której mierzy się zmiany pól na rozmaitości czasoprzestrzeni. Jest to rozkład typu 3+1 teorii fizycznych, który umożliwia kanoniczną/hamiltonowską analizę teorii. Kanoniczna/hamiltonowska analiza klasycznej teorii pola jest bardzo cennym narzędziem. Umożliwia ona określenie liczby stopni swobody w danej teorii. Co więcej, rzutowanie równań Eulera-Lagrange’a jako zestawu równań różniczkowych pierwszego rzędu w czasie — poprzez równania ruchu Hamiltona — co jest zwykle nieocenione przy znajdowaniu rozwiązań teorii, zarówno metodami analitycznymi, jak i numerycznymi. Dodatkowo, z natury rzeczy, rzutowanie teorii na postać kanoniczną toruje drogę do kanonicznej kwantyzacji teorii. Kanoniczne sformułowanie

³Stosujemy konwencję $\eta_{IJ} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ i wprowadzamy nowy symbol Leviego-Civity $\epsilon_{IJKL} = \epsilon_{[IJKL]}$.

Ogólnej teorii względności (GR) posłużyło również jako podstawa dla alternatywnych nieperturbacyjnych metod kwantyzacji, takich jak pętlowa grawitacja kwantowa [E23].

Punktem wyjścia jest uogólnienie działania rozważanego w [H2]:

$$S[\phi^I, \omega_\mu^{+IJ}, \omega_\mu^{-IJ}] = \int d^4x \tilde{\epsilon}^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_{IJKL} D_\mu \phi^I D_\nu \phi^J \left(g_+ R^{KL}{}_{\alpha\beta}(\omega^+) + g_- R^{KL}{}_{\alpha\beta}(\omega^-) \right) \quad (9)$$

Zakładamy, że rozmaitość czasoprzestrzeni M jest topologicznie $R \times \Sigma$, gdzie Σ jest trójwymiarową podrozmaitością M oraz R może być koordynowane przez liczbę t , która może być uważana za ‘czas współrzędnych’. Podkreślimy jednak, że t powinno być traktowane jako liczbowa etykieta dla różnych podrozmaitości M i może nie być bezpośrednio związana z czasem własnym wyznaczonym przez metrykę czasoprzestrzenną (rzeczywiście napotkamy rozwiązania dla modeli (9) w których nie istnieje pojęcie czasu własnego). Interesują nas przede wszystkim rozwiązania teorii w masowej czasoprzestrzeni i dlatego zaniedbamy warunki brzegowe i całki powierzchniowe. Z tego powodu nasze ujęcie będzie dokładne tylko w przypadkach, gdzie Σ jest domkniętą rozmaitością [E27]. Wraz z etykietą t dla czasu współrzędnych, użyjemy zbioru trzech współrzędnych $\{x^a\}$ ($a = 1, 2, 3$) do pokrycia rozmaitości Σ . Zgodnie z rozkładem typu 3+1, wprowadzamy następujący rozkład pól $\omega_\mu^{\pm IJ}$:

$$\omega_\mu^{\pm IJ} dx^\mu = \Omega^{\pm IJ} dt + \beta^{\pm IJ}{}_a dx^a \quad (10)$$

Ponadto, dla zwięzłości zapisu wprowadzamy następujące wielkości:

$$R_{ab}^{\pm IJ} \equiv 2 \left(\partial_{[a} \beta^{\pm IJ}{}_{b]} + \beta^{\pm IK}{}_{[a} \beta^{\pm J}{}_{|b]} \right) \quad (11)$$

$$e_a^I \equiv \partial_a \phi^I + \beta^I{}_{Ja} \phi^J \quad (12)$$

Gęstość lagranżjanu dla działania (9) może być rzutowana do następującej postaci, która daje takie same równania pola jak pierwotne działanie:

$$\tilde{\mathcal{L}}(\phi^I, \tilde{P}_I, \beta_a^{\pm IJ}, \tilde{P}_{IJ}^{\pm}, \Omega^{\pm IJ}, V^I, V_a^{\pm IJ}) = \tilde{P}_I \dot{\phi}^I + \tilde{P}_{IJ}^{+c} \dot{\beta}^{+IJ}{}_c + \tilde{P}_{IJ}^{-c} \dot{\beta}^{-IJ}{}_c - \tilde{\mathcal{H}} + \partial_a \tilde{\ell}^a \quad (13)$$

gdzie

$$\tilde{\mathcal{H}} = -\Omega^{+IJ} \tilde{\mathcal{G}}_{IJ}^+ - \Omega^{-IJ} \tilde{\mathcal{G}}_{IJ}^- + V^I \tilde{C}_I + V_a^{+IJ} \tilde{C}_{IJ}^{+a} + V_a^{-IJ} \tilde{C}_{IJ}^{-a} \quad (14)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{IJ}^+ \equiv D_c^{(\beta^+)} \tilde{P}_{IJ}^{+c} + [\tilde{P}_{[I} \phi_{J]}]^+ \quad (15)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{IJ}^- \equiv D_c^{(\beta^-)} \tilde{P}_{IJ}^{-c} + [\tilde{P}_{[I} \phi_{J]}]^- \quad (16)$$

$$\tilde{C}_I = \tilde{P}_I - 2g_+ \epsilon_{IJKL} \tilde{\epsilon}^{abc} e_a^J R_{bc}^{+KL} - 2g_- \epsilon_{IJKL} \tilde{\epsilon}^{abc} e_a^J R_{bc}^{-KL} \quad (17)$$

$$\tilde{C}_{IJ}^{+c} = \tilde{P}_{IJ}^{+c} - 2g_+ [\epsilon_{IJKL} \tilde{\epsilon}^{abc} e_a^K e_b^L]^+ \quad (18)$$

$$\tilde{C}_{IJ}^{-c} = \tilde{P}_{IJ}^{-c} - 2g_- [\epsilon_{IJKL} \tilde{\epsilon}^{abc} e_a^K e_b^L]^- \quad (19)$$

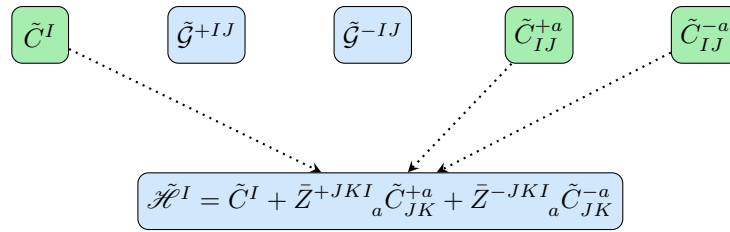
gdzie wprowadziliśmy ‘przestrzenną pochodną kowariantną’ względem dowolnego $\mathcal{B} = \{\beta, \beta^+, \beta^-\}$:

$$\begin{aligned} D_a^{(\mathcal{B})} Y^{AB\dots}{}_{CD\dots} &\equiv \partial_a Y^{AB\dots}{}_{CD\dots} + \mathcal{B}^A{}_{Ea} Y^{EB\dots}{}_{CD\dots} + \mathcal{B}^B{}_{Ea} Y^{AE\dots}{}_{CD\dots} + \dots \\ &\quad - \mathcal{B}^E{}_{Ca} Y^{AB\dots}{}_{ED\dots} - \mathcal{B}^E{}_{Da} Y^{AB\dots}{}_{CE\dots} + \dots \end{aligned} \quad (20)$$

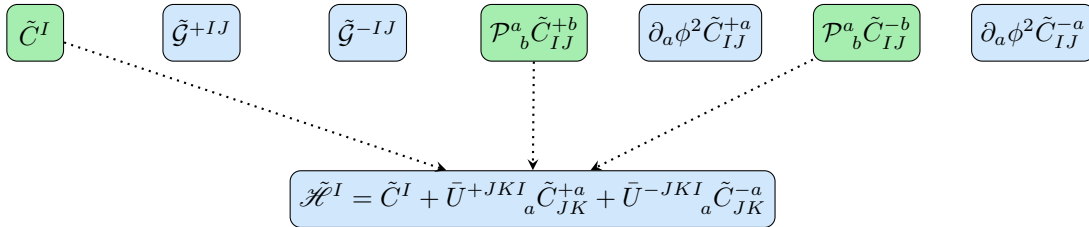
Pochodna funkcji wielu zmiennych $\partial_a \tilde{\ell}^a$ zostanie pominięta jako nieistotny wyraz brzegowy. Gęstość lagranżjanu (13) jest w postaci kanonicznej, przy czym przestrzeń fazowa jest koordynowaną przez pola $(\phi^I, \beta_a^{\pm IJ})$,

ich pędy ($\tilde{P}_a, \tilde{P}_{IJ}^{a\pm}$) podlegają więzom (15)-(19), które są wymuszone przez stacjonarność działania względem pól mnożników Lagrange'a ($\Omega^{\pm IJ}, V^I, V_a^{\pm IJ}$).

Następnie analiza hamiltonianu polega na obliczeniu ewolucji czasowej więzów przy użyciu równań Eulera-Lagrange'a, które wynikają z (13). Należy wymagać, aby ewolucja czasu zachowała więzy, przy czym fakt ten w równaniach ruchu albo ustala pola mnożników Lagrange'a w kategoriach pól przestrzeni fazowej, albo prowadzi do nowych więzów między zmiennymi przestrzeni fazowej. Zachowanie tych ostatnich więzów pod działaniem ewolucji czasowej musi być dalej weryfikowane do czasu wygenerowania nowych więzów. Gdy ta analiza więzów jest zakończona, ostateczny zestaw więzów można podzielić na dwie klasy: *więzy pierwszej klasy*: są to więzy, które komutują z innymi więzami zgodnie z nawiasem Poissona przestrzeni fazowej bez więzów; *więzy drugiej klasy*: są to więzy, które nie komutują z żadnymi innymi więzami. Okazuje się, że struktura więzów zależy w głównej mierze od wartości więzów (g_+, g_-). Jeśli $g_+ \neq g_-$, to teoria ma strukturę więzów przedstawioną na rysunku 1. Jeśli $g_+ = g_-$, to teoria ma strukturę więzów przedstawioną na rysunku 2.



Rysunek 1: Struktura więzów w przypadku $g_+ \neq g_-$. Więzy pierwszej klasy są wskazane jako niebieskie, a więzy, które są pojedynczo drugiej klasy, są wskazane jako zielone. Analiza więzów ujawnia, że kombinacja liniowa więzów drugiej klasy prowadzi do więzów pierwszej klasy $\tilde{\mathcal{H}}^I$. Symbole $\tilde{Z}^{\pm JKI}_a$ są wyprowadzone z pól przestrzeni fazowych i zdefiniowane w [H8].



Rysunek 2: Struktura warunków ograniczających w przypadku $g_+ = g_-$. Warunki ograniczające pierwszej klasy są koloru niebieskiego, a warunki ograniczające drugiej klasy są koloru zielonego. W przeciwieństwie do przypadku $g_+ \neq g_-$, podzbiór warunków ograniczających $\tilde{C}_{IJ}^{\pm a}$ stanowi pierwszą klasę. Podobnie jak dla warunku ograniczającego $g_+ \neq g_-$ analiza ujawnia, że kombinacja liniowa poszczególnych warunków ograniczających drugiej klasy daje warunki ograniczające pierwszej klasy $\tilde{\mathcal{H}}^I$. Symbole $\tilde{U}^{\pm JKI}_a$ są wyprowadzone z pól przestrzeni fazowych i zdefiniowane w [H8].

W przypadku ogólnym $g_+ \neq g_-$, klasyfikacja więzów jest zilustrowana na rysunku 1. Biorąc pod uwagę klasyfikację więzów, możemy teraz policzyć ile q złożonych Q zespolonych stopni swobody posiada model. Wymiarowość przestrzeni fazowej dla punktu przestrzennego wynosi

$$P = 8(\phi^I, \tilde{P}_I) + 18(\beta_a^{+IJ}, \tilde{P}_{IJ}^{+a}) + 18(\beta_a^{-IJ}, \tilde{P}_{IJ}^{-a}) = 44$$

Liczba więzów pierwszej klasy wynosi

$$F = 3(\tilde{G}^{+IJ}) + 3(\tilde{G}^{-IJ}) + 4(\tilde{\mathcal{H}}^I) = 10$$

a liczba więzów drugiej klasy wynosi

$$S = 9(\tilde{C}_{IJ}^{+a}) + 9(\tilde{C}_{IJ}^{-a}) = 18$$

Liczba stopni swobody na punkt przestrzenny wynosi

$$\begin{aligned} DOF &= \frac{1}{2}(P - 2F - S) \\ &= 3 \end{aligned} \quad (21)$$

W przypadku szczególnym $g_+ = g_-$, klasyfikacja więzów jest zilustrowana na rysunku 2. Jak w poprzednim przypadku wymiarowość przestrzeni fazowej dla punktu przestrzennego wynosi

$$P = 8(\phi^I, \tilde{P}_I) + 18(\beta_a^{+IJ}, \tilde{P}_{IJ}^{+a}) + 18(\beta_a^{-IJ}, \tilde{P}_{IJ}^{-a}) = 44$$

Jednak teraz liczba więzów pierwszej klasy wynosi

$$F = 3(\tilde{G}^{+IJ}) + 3(\tilde{G}^{-IJ}) + 4(\tilde{\mathcal{H}}^I) + 3(\partial_a \phi^2 \tilde{C}_{IJ}^{+a}) + 3(\partial_a \phi^2 \tilde{C}_{IJ}^{-a}) = 16$$

a liczba więzów drugiej klasy wynosi

$$S = 6(\mathcal{P}_b^a \tilde{C}_{IJ}^{+b}) + 6(\mathcal{P}_b^a \tilde{C}_{IJ}^{-b}) = 12$$

Liczba stopni swobody na punkt przestrzenny wynosi

$$\begin{aligned} DOF &= \frac{1}{2}(P - 2F - S) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

Dlatego też teoria, w której $g_+ = g_-$ nie posiada stopni swobody. Rzeczywiście, ten przypadek ma więcej więzów pierwszej klasy niż przypadek $g_+ \neq g_-$ i dlatego należy się spodziewać, że ten konkretny przypadek ma większą symetrię niż przypadek ogólny. Faktycznie w tym przypadku działanie (9) posiada symetrię pod transformacją:

$$\phi^I \rightarrow \phi^I, \quad \omega_\mu^{IJ\pm} \rightarrow \omega_\mu^{IJ\pm} + \partial_\mu \phi^2 \xi^{\pm IJ} \quad (23)$$

Badając propagację liniowych zaburzeń na przestrzeń Minkowskiego, można wykazać, że tylko w przypadkach ($g_+ = 1, g_- = 0$) oraz ($g_- = 0, g_+ = 1$) odtwarzane jest wyrażenie GR [H8]. Ograniczymy się do tych dwóch przypadków i najpierw skupimy się na pierwszym przypadku. Następnie pokażemy, w jaki sposób można łatwo odtworzyć ten drugi przypadek. Gdy ($g_+ = 1, g_- = 0$), pierwotna gęstość hamiltonianu $\tilde{\mathcal{H}}$ znacznie się upraszcza. Przywołując jego ogólną postać

$$\tilde{\mathcal{H}} = -\Omega^{+IJ} \tilde{\mathcal{G}}_{IJ}^+ - \Omega^{-IJ} \tilde{\mathcal{G}}_{IJ}^- + V^I \tilde{C}_I + V_a^{+IJ} \tilde{C}_{IJ}^{+a} + V_a^{-IJ} \tilde{C}_{IJ}^{-a}, \quad (24)$$

więzy teraz upraszczają się:

$$\tilde{\mathcal{G}}_{IJ}^+ \equiv D_c^{(\beta^+)} \tilde{P}_{IJ}^{+c} + [\tilde{P}_{[I} \phi_{J]}]^+ \quad (25)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{IJ}^- \equiv D_c^{(\beta^-)} \tilde{P}_{IJ}^{-c} + [\tilde{P}_{[I} \phi_{J]}]^- \quad (26)$$

$$\tilde{C}_I = \tilde{P}_I - 2\epsilon_{IJKL} \tilde{\epsilon}^{abc} e_a^J R_{bc}^{KL} \quad (27)$$

$$\tilde{C}_{IJ}^{+c} = \tilde{P}_{IJ}^{+c} - 2[\epsilon_{IJKL} \tilde{\epsilon}^{abc} e_a^K e_b^L]^+ \quad (28)$$

$$\tilde{C}_{IJ}^{-c} = \tilde{P}_{IJ}^{-c} \quad (29)$$

Dzięki tym uproszczeniom, można algebraicznie wyprowadzić wzór na $(\beta_a^{-IJ}, \tilde{P}_{IJ}^{-a})$ i wyeliminować je z zagadnienia wariacyjnego. Po pierwsze z (29) otrzymujemy $\tilde{P}_{IJ}^{-a} = 0$. Następnie przywołując definicję (12), warunek ograniczający \tilde{C}_{IJ}^{+c} może być traktowany jak równanie, z którego wyprowadzić $\beta_a^{-IJ} = \beta_a^{-IJ}(\beta^+, \tilde{P}^+, \phi, \partial\phi)$. W związku z tym można wyprowadzić warunki ograniczające drugiej klasy. Biorąc pod uwagę te rozwiązania, warunek ograniczający $\tilde{\mathcal{G}}_{IJ}^-$ upraszcza się do $[\tilde{P}_{[I} \phi_{J]}]^- = 0$. Jeśli rozłożymy $\tilde{P}^I = \tilde{\Pi} \phi^I + \tilde{P}_\perp^I$, gdzie

$\tilde{P}_\perp^I \phi_I = 0$, to można przyjąć, że $\tilde{G}_{IJ}^- = 0$ implikuje rozwiązanie $\tilde{P}_\perp^I = 0$, które teraz przyjmujemy. Ponadto wielkość $V^I \tilde{C}_I$ może być wyrażona w postaci funkcji zagęszczonego quipływu Arnowitt'a-Deser'a-Misner'a i funkcji przesunięcia ($\tilde{N} \equiv N/\sqrt{q}, N^a$) [E27] oraz pozostałych zmiennych przestrzeni fazowej, co pozwoli zapisać gęstość lagrangianu grawitacyjnego w postaci:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{L}}[\tilde{P}_{IJ}^{+a}, \beta_a^{+IJ}, \tilde{\Pi}, \phi^2, \Omega^{+IJ}, \tilde{N}, N^a] = & \frac{1}{2} \tilde{\Pi} \dot{\phi}^2 + \tilde{P}_{IJ}^{+a} \dot{\beta}_a^{+IJ} + \Omega^{+IJ} \left(D_a^{(\beta^+)} \tilde{P}_{IJ}^{+a} \right) \\ & - \tilde{N} \left(\xi \tilde{\Pi} \sqrt{q} \sqrt{-\phi^2 + \frac{1}{4} q^{ab} \partial_a \phi^2 \partial_b \phi^2} - \frac{1}{4} \tilde{P}_{IK}^{+a} \tilde{P}^{+bK} R^{+IJ}{}_{ab} \right) \\ & - N^a \left(\frac{1}{2} \tilde{\Pi} \partial_a \phi^2 + \tilde{P}_{IJ}^{+b} F_{ab}^{+IJ} - \beta_a^{+IJ} D_b^{(\beta^+)} \tilde{P}_{IJ}^{+b} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

gdzie \sqrt{q} and q^{ab} zostały wyrażone za pomocą \tilde{P}_{IJ}^{+a} [H8] i powtórnie zdefiniowaliśmy $\Omega^{+IJ} \rightarrow \Omega^{+IJ} + N^a \beta_a^{+IJ}$ w taki sposób, aby ograniczenie z równania ruchu N^a po rozmazaniu polem ζ^a generowało dyfeomorfizmy przestrzenne (niekowariantne względem transformacji Lorentza) $f \rightarrow f + \mathcal{L}_\zeta f$ nad polami f w przestrzeni fazowej koordynowanej przez $(\phi^2, \tilde{\Pi}, \beta_a^{+IJ}, \tilde{P}_{IJ}^{+a})$. Gęstość lagranżjanu, którą odtworzyliśmy odpowiada kanonicznemu sformułowaniu teorii grawitacji Ashtekara [E27] sprzężonej z polem $\phi^2 = \eta_{IJ} \phi^I \phi^J$, którego dynamika jest klasycznie taka jak w becznieniowej doskonałej cieczy $\phi^2 < 0$ [E77, H6]. Jeśli wybrano $\phi^2 < 0$ i lokalne współrzędne w taki sposób, że $\partial_a \phi^2$ dla pewnego regionu czasoprzestrzeni, to gęstość energii płynu jest tego znaku, co $\xi \tilde{\Pi}$, a więc wybór znaku $\xi = \mp 1$ odzwierciedla względny znak gęstości energii oraz $\tilde{\Pi}$. Ujmując rzecz ogólniej, z definicji ϕ^2 nie ma stale dodatniego znaku, a równanie ruchu jest następujące:

$$\frac{1}{2} \partial_t \phi^2 = N \xi \sqrt{-\phi^2 + \frac{1}{4} q^{ab} \partial_a \phi^2 \partial_b \phi^2} + \frac{1}{2} N^a \partial_a \phi^2 \quad (31)$$

Równanie ruchu dla ϕ^2 jest różne od równania ruchu dla bozonu Higgsa z modelu standardowego. W odróżnieniu od tego przypadku $\partial_t \phi^2$ jest niezależne od pędu pola $\tilde{\Pi}$ i w ogólności prawa strona (31) będzie niezerowa, gdy metryka czasoprzestrzeni jest niezdegenerowana, co oznacza, że na ogół wielkość ϕ^2 będzie zmieniać się w czasoprzestrzeni. Warto zauważyć, że istnieją rozwiązania równań pola, w których dodatkowo znak ϕ^2 zmienia się w czasie [H6]. Gdybyśmy zamiast tego wybrali parametry ($g_+ = 0, g_- = 1$), odtworzylibyśmy *anty*-samodualne sformułowanie teorii Ashtekara sprzężone z efektywnym składnikiem materii opisanym przez $(\phi^2, \tilde{\Pi})$, którego gęstość lagranżjanu może zostać odtworzona w oparciu o (30) przez podstawienie za $(\beta_a^{+IJ}, \tilde{P}_{IJ}^{+a})$ wyrazu $(\beta_a^{-IJ}, \tilde{P}_{IJ}^{-a})$. Czy stopień swobody $\phi^2 = \eta_{IJ} \phi^I \phi^J$ może działać jako użyteczne 'pole zegara' w fizyce? Jeśli wybierzemy początkowe dane takie, że $\partial_a \phi^2|_{t=t_0} = 0$ to równanie ruchu dla ϕ^2 w chwili początkowej przyjmuje postać:

$$\frac{1}{2} \partial_t \phi^2 = \xi N \sqrt{-\phi^2} \quad (32)$$

Warunek mówiący, że $\partial_a \phi = 0$ zostanie zachowany jeśli $N = N(t)$. Biorąc pod uwagę ten warunek, możemy uznać, że całkowanie równania (32) dostarcza relację funkcyjną między ϕ^2 a t . Jeśli $N = 1/\xi$ (co implikuje, że t odpowiada czasowi własnemu [H8]), to $\phi^2 = -t^2$ jest rozwiązaniem. Natomiast jeśli $N = 1/(2\xi\sqrt{t})$, to $\phi^2 = -t$ jest rozwiązaniem. W związku z tym będziemy kojarzyć wybór $N(t)$ z częściowym ustaleniem cechowania czasoprzestrzeni (N^a pozostaje nieokreślone) i oznaczać skojarzoną współrzędną czasu jako t_ϕ . Możemy dodatkowo rozwiązać warunek ograniczający hamiltonianu dla $\tilde{\Pi}$ w tym cechowaniu, aby uzyskać następującą gęstość lagranżjanu:

$$\tilde{\mathcal{L}}[\tilde{P}_{IJ}^{+a}, \beta_a^{+IJ}, \Omega^{+IJ}, N^a] \stackrel{*}{=} \tilde{P}_{IJ}^{+a} \frac{\partial}{\partial t_\phi} \beta_a^{+IJ} - \mathcal{H}_{Phys} + \Omega^{+IJ} \left(D_a^{(\beta^+)} \tilde{P}_{IJ}^{+a} \right) - N^a \left(\tilde{P}_{IJ}^{+b} F_{ab}^{+IJ} - \beta_a^{+IJ} D_b^{(\beta^+)} \tilde{P}_{IJ}^{+b} \right) \quad (33)$$

$$\mathcal{H}_{Phys} = -\frac{N(t_\phi)}{4\sqrt{q}} \tilde{P}_{IK}^{+a} \tilde{P}^{+bK} R^{+IJ}{}_{ab} \quad (34)$$

Dlatego odtwarzamy zasadę działania dla grawitacji z przestrzenią fazową koordynowaną przez pola $(\tilde{P}_{IJ}^{+a}, \beta_a^{+IJ})$, z fizyczną gęstością hamiltonianu \mathcal{H}_{Phys} i więzami przestrzeni fazowej realizowanymi przez stacjonarność działania przy wariacji (Ω^{+IJ}, N^a) . Zauważmy, że teraz N występuje nie jako niezależne pole, ale jako stała funkcja czasu, przy czym tylko w cechowaniach $\partial_{t_\phi} N(t_\phi) = 0$ fizyczny Hamiltonian nie jest w sposób jawny zależny od czasu (choć istnieje jego uwikłana zależność od czasu za pośrednictwem zależności od pól przestrzeni fazowej, które są zależne od czasu). Odpowiada to przypadkowi, w którym $\sqrt{-\phi^2}$ mierzy metryczny czas własny. Rozszerzenie do GR jest zakodowane w fakcie, że \mathcal{H}_{Phys} nie jest zmuszone do zanikania. Wartości niezerowe mogłyby być interpretowane jako efektywna gęstość energii dodatkowego pyłopodobnego składnika emitującego grawitację [H6].

Obecność stopni swobody, które w klasycznym ujęciu odpowiadałyby bezciśnieniowemu płynowi doskonałemu zostały zaproponowane jako rozwiązanie ‘problemu czasu’ w grawitacji kwantowej [E24, E26, E28, E77]. W szczególności w [E77] został zaproponowany lagranżjan bezciśnieniowego płynu doskonałego opisany przez pola przestrzeni fazowej $(T(x^a), P_T(x^2))$ oraz argumentowano, że wybór kanonicznego cechowania $T = t$ może zostać narzucony przed kwantowaniem. Warto zauważyć, że klasyczne równania ruchu w ogólności nie pozwalają na użycie T jako globalnej zmiennej czasowej ze względu na typową formację kaustyk na powierzchniach o stałej T [E92]. Sugeruje to, że *jeśli* przepływ czasu T w teorii kwantowej pozostaje niezakłócony, zatem poprawki kwantowe do klasycznych równań ruchu mogą stać się ważne blisko potencjalnej formacji kaustyki. Można to ciekawie zilustrować faktem, że klasyczna osobliwość Wielkiego Wybuchu zdominowanego przez pył wszechświata może zostać zastąpiona przez skuteczne odbicie, gdy użyjemy pyłoczasu do kwantowo-kosmologicznego opisu układu [E114]. Jeśli stopnie swobody opisane przez (ϕ^I, \tilde{P}_I) lub (T, \tilde{P}_T) mają odgrywać rolę DM, to poprawki te mogą mieć sygnaturę eksperymentalną poprzez ich wpływ na rozkład i ewolucję gęstości DM. Fenomenologia modelu B jest omówiona bardziej szczegółowo w sekcji 5.4.4.

5.4.3 Grawitacja poprzez cechowanie parametryzowanych teorii pola

Model (9) może być interpretowany z perspektywy grawitacji Cartana. Alternatywna perspektywa wyraża się poprzez cechowanie niegrawitacyjnych teorii fizycznych w celu odtworzenia oddziaływań grawitacyjnych, na czym koncentruje się seria publikacji [H6].

Pojęcie symetrii cechowania jest kluczową częścią struktury matematycznej standardowego modelu fizyki cząstek elementarnych. Rozważmy działanie $S_\chi[\chi]$, które opisuje dynamikę pola materii χ , które jest niezmiennicze w globalnej ciągłej symetrii (tj. niezależnej od lokalizacji w czasoprzestrzeni) reprezentowanej przez transformację $\chi \rightarrow U\chi$ (indeksy pominięto dla zwięzłości notacyjnej). Zazwyczaj działanie nie będzie niezmiennicze pod lokalnymi transformacjami symetrii ($U = U(x^\mu)$) ponieważ wyrazy pochodnej $\partial_\mu \chi$ występujące w lagranżjanie nie przekształcają się jednorodnie w tej transformacji. Jednak globalna symetria może być w zasadzie sprowadzona do lokalnej poprzez wprowadzenie dodatkowego pola A_μ , zwanego polem cechowania lub koneksją, co pozwala na utworzenie *pochoďnej kowariantnej*, która, jeśli transformacja U może być reprezentowana przez macierz, a χ należy do podstawowej reprezentacji grupy symetrii, przyjmuje postać:

$$\partial_\mu \chi \rightarrow D_\mu^{(A)} \chi \equiv \partial_\mu \chi + A_\mu \chi \quad (35)$$

Jeśli pod działaniem transformacji U zachodzi $A_\mu \rightarrow UA_\mu U^{-1} - \partial_\mu U U^{-1}$, to wtedy $D_\mu^{(A)} \chi \rightarrow U D_\mu^{(A)} \chi$. Rozszerzenie definicji $D_\mu^{(A)}$ na pola materii w innych reprezentacjach grupy symetrii jest natychmiastowe. Wraz z modyfikacją $S_\chi[\chi] \rightarrow S_\chi[\chi, A_\mu]$, cały proces zakończy się wprowadzaniem działania $S_A[A_\mu, \chi]$, które pozwala na dobre zdefiniowanie dynamiki A_μ . Przykładem tego procesu jest teoria pola skalarnego na liczbach zespolonych, w której gęstość lagranżjanu we współrzędnych inercyjnych w czasoprzestrzeni Minkowskiego wynosi $\mathcal{L}_\phi = -\frac{1}{2}\eta^{\mu\nu}\partial_\mu\phi^*\partial_\nu\phi - V(\phi^*\phi)$, jest niezmiennicza przy globalnych $U(1)$ transformacjach $\phi \rightarrow e^{i\alpha}\phi$. Niezmienniczość $U(1)$ może być zadana lokalnie przez wprowadzenie pola A_μ w celu zbudowania pochodnej kowariantnej $D_\mu^{(A)}\phi = \partial_\mu\phi + A_\mu\phi$. Otrzymane lokalnie niezmiennicze działanie $U(1)$ dla ϕ jest uzupełniane przez gęstość lagranżjanu $\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$, gdzie $F_{\mu\nu} = 2\partial_{[\mu}A_{\nu]}$, co opisuje dynamikę dla pola A_μ .

Rozważmy podobny proces cechowania w kontekście grawitacji, najpierw analizując istniejące wyniki, które pokazują w jaki sposób można go wykorzystać do odtworzenia modelu (9). Podsumowując, specjalne teorie relatywistyczne są powszechnie formułowane w kategoriach pól materii istniejących w przestrzeni o stałej strukturze geometrycznej, tj. przestrzeni Minkowskiego z tensorem metrycznym $\eta_{\mu\nu}$. Alternatywnym

podejściem jest by nie zakładać obecności $\eta_{\mu\nu}$, ale wprowadzić zbiór czterech pól skalarnych $X^I(x^\mu)$, które są dynamiczne w tym sensie, że działanie jest stacjonarne w odniesieniu do małych wariacji tych pól, a to powoduje, że mają własne równania ruchu. Działania mogą być skonstruowane w taki sposób, aby pod względem dynamiki pola te były ostatecznie przystosowane do roli inercyjnych pól współrzędnych w czasoprzestrzeni, z efektywną metryką pochodzącą z kombinacji $\tilde{\eta}_{\mu\nu} = \eta_{IJ}\partial_\mu X^I\partial_\nu X^J$, gdzie $\eta_{IJ} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$. Takie teorie nazywane są sparametryzowanymi teoriami pola. Interesującą własnością tych teorii jest to, że brak ustalonej struktury (takiej jak $\eta_{\mu\nu}$) oznacza, że takie działania posiadają symetrię względem dyfeomorfizmów czasoprzestrzeni, w sposób znany z teorii grawitacji. Ponadto działania dla sparametryzowanych teorii pola posiadają symetrię globalną:

$$X^I \rightarrow \Lambda^I{}_J X^J + P^I \quad (36)$$

Połączony efekt macierzy ortogonalnej $\Lambda^I{}_J$ (reprezentującej transformację Lorentza dla X^I) gdzie P^I jest efektem globalnej transformacji Poincarégo X^I , analogicznej do globalnych transformacji współrzędnych, które zachowują $\eta_{\mu\nu} = (-1, 1, 1, 1)$, tj. zachowują postać metryki Minkowskiego we współrzędnych inercyjnych.

Dla konkretności rozważmy przypadek pola elektromagnetycznego. Poniższe działanie prowadzi do równań Maxwella na małych wariacjach pola A_μ :

$$S[A_\mu] = -\frac{1}{4} \int d^4x \sqrt{-\det[\eta]} \eta^{\mu\alpha} \eta^{\nu\beta} F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta} \quad (37)$$

gdzie $\eta_{\mu\nu}$ jest niedynamicznym tensorem metrycznym czasoprzestrzeni Minkowskiego, $F_{\mu\nu} \equiv 2\partial_{[\mu} A_{\nu]}$, oraz $\{x^\mu\}$ są pewnym zbiorem współrzędnych opisujących punkty w czasoprzestrzeni (niekoniecznie współrzędnymi Minkowskiego). Ze względu na ustaloną, płaską geometrię czasoprzestrzeni istnieją ‘inercjalne’ układy współrzędnych koordynowane przez $\{X^I\}$, dla których w ogólnym układzie współrzędnych $\{x^\mu\}$

$$\eta_{\mu\nu} = \eta_{IJ} \frac{\partial X^I}{\partial x^\mu} \frac{\partial X^J}{\partial x^\nu} \quad (38)$$

gdzie $\eta_{IJ} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$. Można sobie wyobrazić próbę odtworzenia struktury metryki na podstawie $\eta_{IJ} \frac{\partial X^I}{\partial x^\mu} \frac{\partial X^J}{\partial x^\nu}$ zamiast [używać] ustalonej metryki tła $\eta_{\mu\nu}$ i podniesienia X^I do rangi pól dynamicznych. Następnie rozważmy poniższe działanie:

$$S[A_\mu, X^I] = -\frac{1}{4} \int d^4x \sqrt{-\det[\tilde{\eta}]} \tilde{\eta}^{\mu\alpha} \tilde{\eta}^{\nu\beta} F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta} \quad (39)$$

gdzie

$$\tilde{\eta}_{\mu\nu} \equiv \eta_{IJ} \frac{\partial X^I}{\partial x^\mu} \frac{\partial X^J}{\partial x^\nu} \quad (40)$$

oraz gdzie $\eta_{IJ} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ oraz $\tilde{\eta}^{\mu\nu}$ jest odwrotnością macierzy $\tilde{\eta}_{\mu\nu}$, o której zakładamy, że istnieje. Działanie (39) jest oczywiście niezmiennicze pod działaniem globalnej transformacji (36) i można pokazać, że równanie ruchu dla X^I jest następujące:

$$0 = \partial_\mu \left(\sqrt{-\det[\tilde{\eta}]} \frac{\partial X_I}{\partial x^\nu} T^{\mu\nu} \right) \quad (41)$$

gdzie $T_{\mu\nu}$ jest tensorem energii naprężenia pola elektromagnetycznego, w związku z czym równanie ruchu dla X^I oddaje zachowanie tensora energii naprężenia. Istnieją rozwiązania $X^I(x^\mu)$, dla których istnieją współrzędne, takie, że $\partial X^I / \partial x^\mu \equiv \delta_\mu^I$. W tych współrzędnych, $\tilde{\eta}_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ i dostrzegamy, że X^I odgrywają tutaj rolę współrzędnych inercyjnych w czasoprzestrzeni Minkowskiego. Zgodnie z oczekiwaniami dla tych rozwiązań ta postać $\tilde{\eta}_{\mu\nu}$ jest zachowywana przez transformację (36). Zasadniczo, odtworzenie znanej

klasycznej teorii pola i teorii kwantowej w przestrzeni Minkowskiego jest możliwe w podejściu parametryzowanym, choć co ciekawe, to ostatnie wykorzystuje techniki z programu badań nad pętlową grawitacją kwantową [E55].

Standardowa droga do grawitacji prowadziła przez GR Einsteina, w której $\eta_{\mu\nu}$ jest podniesiona do rangi pola dynamicznego (oznaczonego $g_{\mu\nu}$) z własnym działaniem, które jest podane przez działanie Einsteina-Hilberta (do niezbędnej wyrazu Gibbonsa-Hawkinga-Yorka):

$$S_g[g_{\mu\nu}] = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} R(g, \partial g) \quad (42)$$

gdzie R jest skalarem Ricci'ego pochodzącym z koneksji Levi-Civity oraz G jest stałą grawitacyjną Newtona. To podejście musi być nieco zmodyfikowane, gdy występują pola fermionowe. Działania modelu standardowego fizyki cząstek elementarnych składają się z następujących pól dynamicznych: pola cechowania A_μ (jednoformy czasoprzestrzenne), elektroślabe pole Higgsa ϕ (skalar czasoprzestrzenny) oraz pola fermionowe Ψ_A i $\chi^{A'}$ (spiny Weyla, tj. skalary czasoprzestrzeni w fundamentalnych reprezentacjach $SL(2, C)$) wraz z niedynamicznym obiektem \bar{e}_μ^I (czasoprzestrzenna jednoforma w fundamentalnej reprezentacji $SO(1, 3)$ taka, że $\eta_{IJ} \bar{e}_\mu^I \bar{e}_\nu^J \equiv \eta_{\mu\nu}$). Działania te są niezmiennicze przez globalne $SL(2, C)$ transformacje, które działają tylko na spinory Weyla i na \bar{e}_μ^I poprzez homomorfizm grup pomiędzy $SL(2, C)$ i $SO(1, 3)$. Czteroformy lagranżjanu \mathcal{L} , które są całkowane, aby stworzyć działania modelu standardowego, są przekształcane jako formy różniczkowe pod działaniem dyfeomorfizmów, które działają zarówno na pola dynamiczne, jak i niedynamiczne. Te czteroformy przekształcają się także jako formy pod działaniem dyfeomorfizmów, które działają *tylko* na pola dynamiczne dla dyfeomorfizmów generowanych przez pola wektorowe ξ^μ , które spełniają $\mathcal{L}_\xi \eta_{\mu\nu} = 0$ (gdzie \mathcal{L}_ξ oznacza pochodną Liego), mianowicie ξ^μ , które spełniają to równanie, są wektorami Killinga z przestrzeni Minkowskiego. Istnieje dziesięć niezależnych $\xi^{(i)\mu}$ i ich komutator $[\xi^{(i)}, \xi^{(j)}]$ spełnia algebrę Liego grupy Poincarégo $ISO(1, 3)$. W tym sensie działania modelu standardowego posiadają globalną symetrię $SL(2, C)$ a formy lagranżjanu wykazują globalną kowariancję $ISO(1, 3)$. Kibble pokazał [E6] (bazując na wcześniejszej pracy Utiyamy [E4]), że globalna symetria $SL(2, C)$ może zostać przekształcona w lokalną przez wprowadzenie pola cechowania ω o wartościach w algebrze Liego $SL(2, C)$ - takiego, że pochodna kowariantna $D_\mu^{(\omega)} \chi^{A'} \equiv \partial_\mu \chi^{A'} + \omega^{A'}_{B'\mu} \chi^{B'}$, gdzie $\omega^{A'}_{B'\mu} = \frac{1}{8} \omega_{IJ\mu} (\bar{\sigma}^I \sigma^J - \bar{\sigma}^J \sigma^I)^{A'}_{B'}$, przekształca się jednorodnie pod wpływem tej transformacji. Dodatkowo, pozostała obecność niedynamicznej, istniejącej geometrii została usunięta przez wprowadzenie dynamicznego pola e_μ^I w miejsce \bar{e}_μ^I - takiego, że $\eta_{IJ} e_\mu^I e_\nu^J \equiv g_{\mu\nu}$. Wprowadzenie zbioru pól dynamicznych $\{e_\mu^I, \omega^{A'}_{B'\mu}\}$ do oddziaływań materii sugeruje, że proces cechowania powinien zostać zakończony poprzez dostarczenie działania pozwalającego na spójną dynamikę tych stopni swobody, tj. wprowadzenie grawitacji jako oddziaływania dynamicznego. Prostą możliwością jest następujące działanie:

$$S_g[\omega, e] = \frac{1}{64\pi G} \int d^4x \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_{IJKL} e_\mu^I e_\nu^J R^{KL}{}_{\alpha\beta}(\omega) \quad (43)$$

gdzie $\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ jest *gęstością* Levi-Civity i zachodzi $R^{IJ}{}_{\mu\nu} \equiv 2\partial_{[\alpha} \omega^{IJ}{}_{\beta]} + 2\omega^I{}_{K[\alpha} \omega^{KJ}{}_{\beta]}$. Działanie (43) jest działaniem Palatiniego w sformułowaniu grawitacji Einsteina-Cartana, natomiast jej równania ruchu są klasycznie równoważne GR z dodatkowym wyrazem zależnym od kwadratu prądów fermionowych.

Procedura ta może być interpretowana jako łączne cechowanie symetrii wewnętrznych i ograniczonych kowariancji czasoprzestrzennych pierwotnych działań niegrawitacyjnych, co prowadzi do teorii materii i grawitacji, które posiadają lokalną wewnętrzną symetrię $SL(2, C)$ i jest ogólnie kowariantna w tym sensie, że działanie jest niezmiennicze w nieskończenie małych dyfeomorfizmach generowanych przez pola wektorowe ζ^μ , które zanikają na granicy całkowania działania i działają na pola dynamiczne χ jako $\chi \rightarrow \chi + \mathcal{L}_\zeta \chi$ [E115]. Zwracamy uwagę, że procedura cechowania nie ustala jednoznacznie działania grawitacyjnego, ale raczej sugeruje rodzinę potencjalnych działań, z których każde musi posiadać symetrię zarówno w lokalnych transformacjach $SL(2, C)$ jak i dyfeomorfizmach czasoprzestrzeni. Jeżeli pozwoli się, aby działanie grawitacyjne składało się z wyrazów rzędu kwadratowego $R^{KL}(\omega)$ oraz $T^I \equiv de^I + \omega^{IJ} \wedge e_J$, to jest to podejście teorii cechowania Poincarégo, które jest bogate w interesującą fenomenologię [E79].

Teraz wracamy do sparametryzowanego podejścia stosowanego do działań z modelu standardowego fizyki cząstek elementarnych. W miejsce niedynamicznego pola \bar{e}_μ^I przyjmujemy $\partial_\mu X^I$. Z uwagi na to, że pola X^I są teraz dynamiczne, działania są na ogół kowariantne i posiadają dodatkową niezmienniczość względem globalnych transformacji:

$$X^I \rightarrow \Lambda^I{}_J X^J + P^I \quad (44)$$

gdzie $\Lambda_{JI} = \Lambda_{IJ}^{-1}$ (zmieniono indeksy na dolne jak w η_{IJ}). Rozważamy przypadek, w którym tylko transformacja Lorentza $X^I \rightarrow \Lambda^I{}_J X^J$ we (36) otrzymuje lokalną niezmienniczość. Może zostać skonstruowana pochodna, która przekształca się homogenicznie pod lokalnymi transformacjami Lorentza:

$$D_\mu^{(A)} X^I = \partial_\mu X^I + \mathcal{A}^I{}_{J\mu} X^J \quad (45)$$

to znaczy, pod transformacją reprezentowaną przez $\Lambda^I{}_J(x)$ otrzymujemy $D_\mu^{(A)} X^I \rightarrow \Lambda^I{}_J D_\mu^{(A)} X^J$ jeśli $\mathcal{A}^I{}_{J\mu} \rightarrow \Lambda^I{}_K \mathcal{A}^K{}_{L\mu} (\Lambda^{-1})^L{}_J - \partial_\mu \Lambda^I{}_K (\Lambda^{-1})^K{}_J$. Ponadto, pochodna kowariantna $D_\mu^{(A)}$ działająca na spinory Weyla może zostać zdefiniowana za pomocą $\mathcal{A}^I{}_{J\mu}$ w taki sposób, aby na przykład $D_\mu^{(A)} \chi^{A'}$ przekształca się homogenicznie przy lokalnych transformacjach $SO(1,3) \simeq SL(2,C)$. Działania materii, które pierwotnie posiadały globalną niezmienniczość Poincarégo (44), następnie posiadają lokalną niezmienniczość Lorentza przy zastąpieniu $\partial_\mu X^I \rightarrow D_\mu^{(A)} X^I$ i $\partial_\mu \Psi \rightarrow D_\mu^{(A)} \Psi$ polami spinorowymi Ψ . Dla uzyskania pełnego obrazu, konieczne jest wprowadzenie działania dla samej grawitacji. Potencjalne działanie grawitacji to:

$$S_g[\mathcal{A}, X] = \frac{1}{2} \int d^4x \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} c_{IJKL} D_\mu^{(A)} X^I D_\nu^{(A)} X^J R_{\alpha\beta}^{KL}(\mathcal{A}) \quad (46)$$

gdzie

$$c_{IJKL} = \alpha(\epsilon_{IJKL} + 2\beta\eta_{I[K}\eta_{L]J}) \quad (47)$$

$$R^I{}_J{}_{\alpha\beta}(\mathcal{A}) = 2\partial_{[\alpha}\mathcal{A}^I{}_{\beta]} + 2\mathcal{A}^I{}_{K[\alpha}\mathcal{A}^{KJ}{}_{\beta]} \quad (48)$$

Zauważmy, że jest to takie samo, jak (9) przy utożsamieniu $X^I \rightarrow \phi^I$, $\mathcal{A}_\mu^{IJ} \rightarrow \omega_\mu^{IJ}$ oraz $g_\pm = \frac{\alpha}{2}(1 \mp i\beta)$. Cechowanie globalnej symetrii sparametryzowanych teorii pola nie sugeruje unikalnego pola grawitacyjnego z możliwymi dodatkowymi wyrazami wyższego rzędu. W ramach lagranżjanowego odpowiednika analizy hamiltonianu [H8], zobaczymy teraz, że czterowymiarowa struktura metryczna i dynamika grawitacyjna opisane przez rozszerzenie do GR mogą wyłonić się z teorii, której polami grawitacyjnymi są $\{\mathcal{A}_\mu^{IJ}, X^I\}$. Sprzężenie z polami materii χ jest realizowane przez promocję $\partial_\mu X^I \rightarrow D_\mu^{(A)} X^I$ jak i użycie pochodnej kowariantnej Lorentza $D_\mu^{(A)} = \partial_\mu + \frac{1}{2}\mathcal{A}_{IJ\mu} J^{IJ}$ działającej na spinory, gdzie J^{IJ} są generatorami $SL(2,C)$:

$$S_m = S_m[\chi^{(m)}, D^{(A)} X^I, \mathcal{A}^{IJ}(J)] = \int \mathcal{L}_m \quad (49)$$

gdzie $\chi^{(m)}$ są polami materii. Skalar niezmienniczy $X_I X^I$ w sensie Lorentza może pojawić się w działaniach, ale nie rozpatrujemy sprzężenia tej wielkości z materią. Żadne działania mające symetrię pod 'kowariantnie stałymi' translacjami $X^I \rightarrow X^I + P^I$ zgodnie z $D_\mu^{(A)} P^I = 0$ nie mogą zawierać takich terminów, jak ten skalar. Podniesienie $\partial_\mu X^I \rightarrow D_\mu^{(A)} X^I$ w działaniach z materią sugeruje, że wielkość $g_{\mu\nu} \equiv \eta_{IJ} D_\mu^{(A)} X^I D_\nu^{(A)} X^J$ będzie odgrywać rolę tensora metrycznego czasoprzestrzeni. Aby pokazać związek tego modelu GR w formalizmie lagranżjanu wprowadzamy pole pomocnicze e_μ^I , które jest równe $D_\mu^{(A)} X^I$ 'na warstwie' i zastępuje każde $D_\mu^{(A)} X^I$ w S_g i S_m , przy czym równość ta jest realizowana poprzez działanie, które wprowadza trójformę mnożnika Lagrange'a λ_I , która jest zapisana w języku form różniczkowych $S_\lambda = \int \lambda_I \wedge (D^{(A)} X^I - e^I)$ w taki sposób, że całkowite działanie $S = S_g + S_\lambda + S_m$ przyjmuje postać:

$$S[e, \mathcal{A}, X, \lambda, \chi^{(m)}] = \int \left[c_{IJKL} e^I \wedge e^J \wedge R^{KL} + \lambda_I \wedge (D^{(A)} X^I - e^I) \right] + S_m[\chi^{(m)}, e, \mathcal{A}] \quad (50)$$

Równania ruchu uzyskane przez dokonanie wariacji S względem e , \mathcal{A} , X oraz λ są następujące:

$$-2c_{IJKL}e^J \wedge R^{KL} + \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial e^I} - \lambda_I = 0 \quad (51)$$

$$-D^{(\mathcal{A})}(c_{IJ[MN]}e^I \wedge e^J) + \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial \mathcal{A}^{MN}(J)} + \lambda_{[M}X_{N]} = 0 \quad (52)$$

$$D^{(\mathcal{A})}\lambda_I = 0 \quad (53)$$

$$D^{(\mathcal{A})}X^I - e^I = 0 \quad (54)$$

gdzie, na przykład, $\delta_e \mathcal{L}_m = \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial e^I} \wedge \delta e^I$. Zakładamy teraz, że $X_I X^I \neq 0$ na danym obszarze czasoprzestrzeni, aby móc zdefiniować operator rzutowy ortogonalny do X^I : $\mathcal{P}^I_J = \delta^I_J - \frac{1}{X_K X^K} X^I X_J$. Otrzymujemy zatem:

$$e^I_\mu = \frac{1}{X^2} \mathcal{E}_\mu X^I + E^I_\mu \quad (55)$$

gdzie $E^I_\mu \equiv \mathcal{P}^I_J D^{(\mathcal{A})}_\mu X^J$, stąd $X_I E^I_\mu = 0$. Z definicji $D^{(\mathcal{A})}_\mu X^I = e^I_\mu$ otrzymujemy $\mathcal{E}_\mu = \frac{1}{2} \partial_\mu X^2$ skąd wynika:

$$g_{\mu\nu} \equiv \eta_{IJ} e^I_\mu e^J_\nu = \eta_{IJ} D^{(\mathcal{A})}_\mu X^I D^{(\mathcal{A})}_\nu X^J = \frac{1}{4X^2} \partial_\mu X^2 \partial_\nu X^2 + E^I_\mu E_{I\nu} \quad (56)$$

Aby uwzględnić różne przypadki, możemy zdefiniować $X_I X^I = \xi \mathcal{X}^2$, gdzie $\xi = -1$ jeśli $X_I X^I$ jest czasopodobne, natomiast $\xi = 1$ jeśli $X_I X^I$ jest przestrzeniopodobne. Użyteczne jest wyjaśnienie sygnatury tensora $h_{\mu\nu} \equiv E^I_\mu E_{I\nu}$. Wielkości $g_{\mu\nu}$ są $h_{\mu\nu}$ niezależne od cechowania Lorentza. W przypadku, gdy $\xi = -1$ oraz X^I jest rzeczywiste, możemy znaleźć cechowanie, w którym $X^I \stackrel{*}{=} \sqrt{-X_J X^J} \delta^I_0$ gdzie $\eta_{00} = -1$ — stąd, gdy $X_I E^I = 0$, sygnatura $h_{\mu\nu}$ wynosi $(0, +, +, +)$ i może być traktowana jako przestrzenna metryka ortogonalna do wektora czasopodobnego $\partial^\mu X^2$. Alternatywnie, gdy $\xi = 1$ i X^I jest rzeczywiste, możemy znaleźć cechowanie, w którym $X^I \stackrel{*}{=} \sqrt{X_J X^J} \delta^I_1$, gdzie η_{11} , co oznacza, że w tym przypadku sygnatura $h_{\mu\nu}$ wynosi $(0, -, +, +)$ i może być traktowana jako przestrzenna metryka ortogonalna do wektora przestrzeniopodobnego $\partial^\mu X^2$. Jak zauważyliśmy, tylko dla wartości $\beta = \pm i$ istnieje granica teorii w sensie ogólnorelatywistycznym [H2]. Dla konkretności rozważmy przypadek $\beta = i$. Biorąc anty-samodualną część (52) i zakładając, że $\mathcal{A}^{IJ}(J) = \mathcal{A}^{+IJ}$, tj. pochodne kowariantne pól spinorowych będą skonstruowane na \mathcal{A}^{+IJ} (co jest niesprzeczne z wyborem sprzężenia dla pól spinorowych [E21]) wnioskujemy, że $\lambda_I \propto X_I$ i możemy zdefiniować pole ϱ jako $\lambda_I = (\varrho/\mathcal{X})X_I$, co doprowadzi równania ruchu do postaci:

$$-4\alpha \epsilon_{IJKL} e^J \wedge R^{KL}(\mathcal{A}^+) + \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial e^I} - \frac{1}{\mathcal{X}} X_I \varrho = 0 \quad (57)$$

$$-2\alpha D^{(\mathcal{A}^+)}(\epsilon_{IJ[KL]} e^I \wedge e^J)^+ + \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial \mathcal{A}^{+KL}} = 0 \quad (58)$$

$$\partial_\mu \mathcal{X} \partial^\mu \mathcal{X} = \xi \quad (59)$$

$$d\varrho = 0 \quad (60)$$

$$E_I \wedge \varrho = 0 \quad (61)$$

gdzie użyto indeksów górnych przy $g^{\mu\nu}$, co jest traktowane jako macierz odwrotna (56). Równanie (58) w przypadku braku sprzężenia wyrazu źródłowego związanego ze sprzężeniem spinora z \mathcal{A}^{+IJ} field⁴ prowadzi do wniosku, że [E27] rozwiązanie samodualnego \mathcal{A}^{+IJ} wyraża się przez samodualną część koneksji spinowej Levi-Civity $\Gamma^{IJ}_\mu(e, \partial e)$, która jest zdefiniowana jako rozwiązanie równania $de^I + \Gamma^I_J \wedge e^J = 0$ [E27]. Możemy osiągnąć spójność z notacją standardową zapisując równanie trzyformy Einsteina w postaci równania tensorowego:

$$4\alpha \epsilon_{IJKL} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} e^J_\mu R^{KL}{}_{\nu\alpha}(\mathcal{A}^+) = \frac{2}{3!} \left[\frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial e^I} \right]_{\mu\nu\alpha} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} + \frac{2}{3!} X_I \varrho_{\mu\nu\alpha} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \quad (62)$$

⁴Uwzględnienie takich źródeł zmodyfikuje rozwiązanie dla \mathcal{A}^{+IJ} sprawiając, że na etapie ostatecznego odtworzenia równań Einsteina pojawi się wyraz zawierający prądy spinorów.

Teraz dokonamy podstawienia za ϱ które spełnia (61):

$$\varrho_{\mu\nu\alpha} = -\frac{1}{2}\xi\sqrt{-g}\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\partial^\beta\mathcal{X}\rho \quad (63)$$

Teraz, mnożąc (62) przez e^I_ζ i wykorzystując $X_I e^I_\zeta = \frac{1}{2}\xi\partial_\zeta\mathcal{X}^2$ oraz definiując $\alpha \equiv 1/(64\pi G)$ otrzymujemy:

$$\bar{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\bar{R}g_{\mu\nu} = 8\pi G(T_{\mu\nu}^{(m)} + \rho\partial_\mu\mathcal{X}\partial_\nu\mathcal{X}) \quad (64)$$

gdzie $\bar{R}^{IJ}_{\mu\nu}$ jest krzywizną dwuformy skojarzonej z $\Gamma^{IJ}_\mu(e, \partial e)$, $R^\mu{}_\nu \equiv R^{\sigma\mu}{}_{\sigma\nu}$, stąd właśnie zdefiniowaliśmy tensor naprężenia energii dla pól materii:

$$T_{\mu\nu}^{(m)} = \frac{1}{3!2\sqrt{-g}}e^I_{(\nu}g_{\mu)\sigma}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma\sigma}\left[\frac{\partial\mathcal{L}_m}{\partial e^I}\right]_{\alpha\beta\gamma} \quad (65)$$

Równanie $d\varrho = 0$ przyjmuje postać:

$$0 = \partial_\mu\left(\sqrt{-g}\rho\partial^\mu\mathcal{X}\right) \quad (66)$$

Z równań (64) i (66), wnioskujemy, że gdy $\xi = -1$, możemy odtworzyć równania Einsteina w obecności dodatkowego składnika płynu pyłopodobnego o gęstości ρ i cztero-prędkości $V_{(\xi=-1)\mu} = \partial_\mu\mathcal{X}$. Dodatkowo, z (59) wynika, że

$$V_{(\xi=-1)}^\mu\bar{\nabla}_\mu V_{(\xi=-1)}^\nu = 0 \quad (67)$$

gdzie $\bar{\nabla}_\mu$ jest pochodną kowariantną zgodną z symbolami Christoffela $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha(g, \partial g)$, tj. $V_{(\xi=-1)}^\mu$ opisuje czasopodobne krzywe geodezyjne w czasoprzestrzeni. Alternatywnie, w przypadku $\xi = 1$ ($X^I X_I > 0$), równania (64) i (66) nadal obowiązują, ale interpretacja jest inna, tzn. wektor $V_{(\xi=1)}^\mu$ jest przestrzeniopodobny i jeśli jest spełnione $V_{(\xi=1)}^\mu\bar{\nabla}_\mu V_{(\xi=1)}^\nu = 0$, pola opisują czasopodobne krzywe geodezyjne w czasoprzestrzeni. Wyraz źródłowy związany z ρ w (64) jest łatwiej interpretować jako ‘ciemne ciśnienie’. Zobaczymy, że w pewnych obszarach czasoprzestrzeni istnieją proste rozwiązania $X^I X_I < 0$, w innych $X^I X_I > 0$ a w innych $X^I X_I = 0$ (tzn. X^I zanika albo jest zerowe), dlatego w takich przypadkach operator rzutowania \mathcal{P}^{IJ} nie może być zdefiniowany globalnie. Na podstawie ilustracji i porównania z GR, możemy rozważyć działanie obecnego modelu w symetrii FRW, w którym można pokazać, że działanie istnieje, po eliminacji składników \mathcal{A}_μ^{IJ} wykorzystując równania ruchu:

$$S[a, T] \stackrel{b}{=} \frac{3}{8\pi G} \int \sqrt{\bar{h}} d^3 x dt a^3 \dot{T} \left(-\frac{1}{a^2} \frac{\dot{a}^2}{T^2} + \frac{k}{a^2} \right) \quad (68)$$

Zauważmy, że działanie (68) zredukowało się do przypadku parametryzowanej mechaniki cząstek, która jest przeformulowaniem mechaniki newtonowskiej, w której czas newtonowski T jest wypromowany do pola dynamicznego [E25]. Możemy wprowadzić nowe pola P_T i N tak, że P_T jest wyrazem mnożnika Lagrange’a, który wymusza definicję ‘prędkości czasowej’ $N = \dot{T}$, natomiast działanie przyjmuje postać:

$$S[P_T, T, N, a, \phi] \stackrel{b}{=} \int \sqrt{\bar{h}} d^3 x dt \left[P_T \left(\dot{T} - N \right) + a^3 N \left(\frac{3}{8\pi G} \left(-\frac{1}{N^2} \frac{1}{a^2} \dot{a}^2 + \frac{k}{a^2} \right) \right) \right] \quad (69)$$

Dokonując wariacji T i N , otrzymujemy:

$$\frac{3}{8\pi G N^2} \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} \right) = \frac{P_T}{a^3} \quad (70)$$

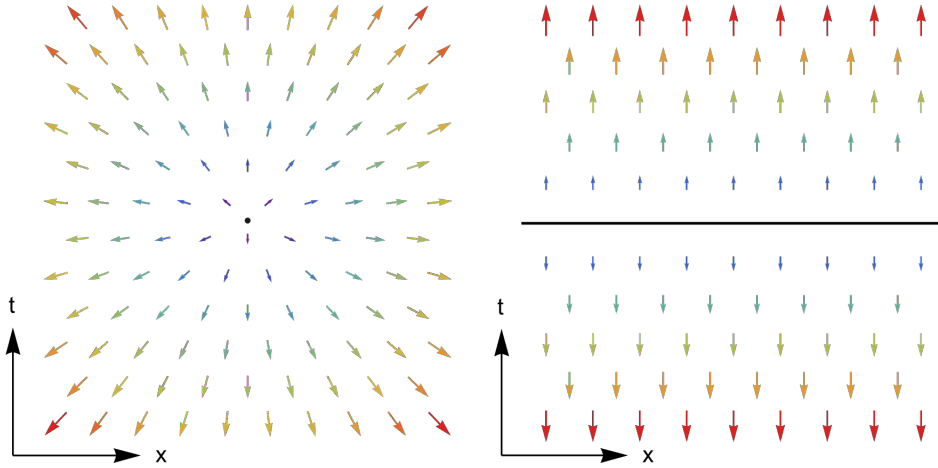
$$\dot{P}_T = 0 \quad (71)$$

zaś równania ruchu otrzymane przez dokonanie wariacji a są identyczne z równaniami w GR. Równania (70) i (71) wynikają z równań pola (57) i (60) ograniczonych do symetrii FRW. Dodatkowo, P_T jest odpowiednikiem stałej całkowania E - całkowitej energii układu - w parametryzowanej mechanice cząstek [E25], który ma efekt obserwacyjny, tj. interpretuje się ją jako składnik DM we wszechświecie.

Teraz pokażemy, że model dopuszcza kilka różnych konfiguracji, które rozwiązują równania pola i powodują, że metryka czasoprzestrzeni jest metryką przestrzeni Minkowskiego. Przypomnijmy, że w przypadku niegrawitacyjnej parametryzowanej teorii pola, metryka Minkowskiego została odtworzona poprzez

$$\tilde{\eta}_{\mu\nu} = \eta_{IJ} \frac{\partial X^I}{\partial x^\mu} \frac{\partial X^J}{\partial x^\nu} \quad (72)$$

Pokażemy teraz, że dwa odrębne rozwiązania w teorii grawitacji prowadzą do odtworzenia przestrzeni Minkowskiego. Co ciekawe, jedno z tych rozwiązań opisuje metrykę płaskiej czasoprzestrzeni z niezerową krzywizną $R^{IJ}{}_{\alpha\beta}(\mathcal{A})$. Aby ułatwić wizualizację, dane liczbowe opisujące profil pola X^I w przestrzeni Minkowskiego zostały przedstawione na Rysunku 5.4.3.



Rysunek 3: Profile dla X^I w płaszczyźnie skoordynowanej przez współrzędne inercjalne (x, t) prowadzące do metryki Minkowskiego z zerową (lewa strona) i niezerową (prawa strona) krzywizną czasoprzestrzeni. Punkty, w których $X^I = 0$ są oznaczone kolorem czarnym.

Oczywiste jest, że równania ruchu w próżni (51)-(54) dla $\beta = \pm i$ jest ?? jeśli dwuforma krzywizny $R^I{}_J = 0$. Następnie można znaleźć cechowanie, w którym $\mathcal{A}_\mu^{IJ} = 0$, przy czym w tym cechowaniu

$$g_{\mu\nu} = \eta_{IJ} \partial_\mu X^I \partial_\nu X^J \quad (73)$$

Równania ruchu dopuszczają rozwiązania, w których X^I może koordynować całą czasoprzestrzeń w taki sposób, że $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$. Zwróćmy uwagę, że $X^I = 0$ w jednym punkcie w czasoprzestrzeni. Takie rozwiązanie nie jest unikalne. Dodatkowe X^I związane z pierwotnym rozwiązaniem przez $X^I \rightarrow \Lambda^I{}_J X^J + P^I$ - gdzie $\Lambda^I{}_J \in SO(1,3)_C$, $P^I \in \mathbb{C}^4$ oraz $\partial_\mu \Lambda^I{}_J = \partial_\mu P^I = 0$ - są również rozwiązaniami, tj. istnieje rodzina rozwiązań powiązanych ze sobą globalne transformacje Poincarégo na liczbach złożonych. Alternatywą jest rozważenie przypadku czasopodobnego X^I w symetrii FRW i uzyskanie rozwiązania, w którym współczynnik skali $a(t) = \text{Cst.}$, co implikuje, że tensor metryczny $g_{\mu\nu}$ przyjmuje postać Minkowskiego. Rzeczywiście, z równań ruchu wynika, że koneksja $\mathcal{A}_\mu^{\pm IJ}$ nie zanika, a jej krzywizna ma postać:

$$R^{0i} = -\frac{1}{t^2} dt \wedge dx^i - \frac{i}{t^2} \epsilon^i{}_{jk} dx^j \wedge dx^k \quad (74)$$

$$R^{ij} = \frac{2}{t^2} dx^i \wedge dx^j - \frac{i}{t^2} \epsilon^{ij}{}_k dt \wedge dx^k \quad (75)$$

Tutaj X^I zanika na 3-powierzchni $t = 0$. Co ciekawe, tensor krzywizny jest niezerowy dla tego rozwiązania z płaską metryką czasoprzestrzeni⁵. Zwróćmy uwagę, że krzywizna jest rozbieżna przy $t \rightarrow 0$. Niemniej jednak działanie grawitacyjne S_g pozostaje zerowe we wszystkich chwilach czasu ponieważ zależy tylko od krzywizny *samodualnej*, która - jak można zweryfikować w oparciu o (74) i (75) - zawsze zanika. Istnienie rozwiązań o maksymalnie symetrycznej metryce w obecności pól, które spontanicznie łamią lokalną niezmienniczość względem Lorentza przypominają kondensat ducha [E41] i modele Einsteina-Aethera [E36], które dopuszczają przestrzeń Minkowskiego jako rozwiązanie równań pola pomimo obecności pola skalarnego ϕ z niezerową pochodną względem czasu lub pola wektorowego A^μ z czasopodobną wartością oczekiwaną. Ewolucja zaburzeń liniowych w pobliżu tych rozwiązań jest rozważana bardziej szczegółowo w [H6, H8].

Na koniec zauważamy, że możliwe jest również znalezienie rozwiązań równań pola grawitacyjnego, w których czterowymiarowa metryka odpowiada metryce płaskiej czterowymiarowej przestrzeni *Euklidesa*, tj. istnieją w niej takie współrzędne, że metryka może być globalnie ujęta w postaci $g_{\mu\nu} = \eta_{IJ} D_\mu^{(A)} X^I D_\nu^{(A)} X^J = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$. Można to odtworzyć w oparciu o niezanikającą krzywiznę rozwiązania Minkowskiego poprzez przedłużenie analityczne $\mathcal{A}_\mu^{\pm IJ}$ lub przez rozważenie rozwiązania o zerowej krzywiznie, dla którego w cechowaniu $\mathcal{A}_\mu^{IJ} \stackrel{*}{=} 0$ zachodzi $X^I = (it, x^i)$, gdzie (t, x^i) obejmuje zbiór współrzędnych inercyjnych w czasoprzestrzeni. Co ciekawe, pole X^I w rozwiązaniu o niezerowej krzywiznie wprowadza ‘preferowaną’ (urojoną) współrzędną czasu, a pomimo tego otrzymana geometria euklidesowa z metryką czterowymiarową $\delta_{\mu\nu}$ posiada symetrię pod grupą dyfeomorfizmów, które generują globalne transformacje współrzędnych $ISO(4)$. W bardziej ogólnym kontekście rozważmy przypadek, w którym istnieje cechowanie $SO(1, 3)_C$, w którym $X^I \equiv iS(x^\mu)\delta_0^I$, gdzie o $S(x^\mu)$ zakładamy, że jest rzeczywiste, skąd zachodzi $X_I X^I = S^2$. W tym cechowaniu zachodzi $E_\mu^I \stackrel{*}{=} iS A^I_{0\mu}$. Dlatego jedynymi niezanikającymi E_μ^I są E_μ^i , gdzie $i, j, k = 1 \dots 3$ i

$$g_{\mu\nu} = \frac{1}{S^2} \partial_\mu S^2 \partial_\nu S^2 - S^2 \eta_{ij} A^i_{0\mu} A^j_{0\nu} \quad (76)$$

Zatem, jeśli $A^i_{0\mu}$ w tym cechowaniu są czysto urojone, to metryka czasoprzestrzeni jest rzeczywista i należy do sygnatury euklidesowej.

5.4.4 Fenomenologia modelu i perspektywy dalszego badania

Rozszerzenie do (30) wygląda potencjalnie obiecująco: wymóg, aby granica w ogólnej teorii względności występowała tylko wtedy, gdy samodualne części cofnięcia przestrzennego w konieksji spinowej i jej pędach reprezentują grawitacyjne stopnie swobody, implikuje, że w tej granicy grawitacyjny Hamiltonian przyjmuje prostą postać wielomianową. Obecność nowego stopnia swobody ϕ^2 w tym modelu powoduje efekt grawitacyjny równoważny efektowi beczciśnieniowego płynu doskonałego w klasycznych równaniach ruchu. Biorąc pod uwagę, że niezwykle szeroka gama danych kosmologicznych i astrofizycznych wskazuje na obecność dodatkowego, nieznanego składnika grawitacyjnego, który w dużych skalach zachowuje się jak płyn [E110], kuszące jest, aby spekulować, czy nowy stopień swobody może odpowiadać za przynajmniej część tego efektu. Dobrym przybliżeniem dla wszystkich modeli DM w dużych, kosmologicznych skalach jest opis hydrodynamiczny, w którym DM jest opisana jako płyn o gęstości $\rho(x)$ i czteropędności u^μ , gdzie czteropędność jest podlega równaniu geodezyjnemu zgodnie z metryką $g_{\mu\nu}$. Ogólnie mówiąc, konfiguracja u^μ określona na pierwotnej powierzchni Cauchy’ego będzie ewoluować tak, że $\nabla_\mu u^\mu$ będzie rozbieżne w skończonym czasie (powstawanie kaustyk), co uniemożliwi dalszą ewolucję pola poprzez równanie ruchu (66) [E71]. Nie jest trudno znaleźć takie początkowe dane, aby patologiczne zachowanie ujawniało się w rzędach wielkości skali czasowej, o rząd wielkości krótszych niż wiek Wszechświata [E92], a zatem wiarygodność równań ruchu modelu klasycznego jest kwestionowana. Istnieje możliwość, że w takim scenariuszu pojawi się *kosmiczny szkielet* osobliwych struktur. Rezultatem byłoby to, że supermasywne czarne dziury tworzyłyby się z taką łatwością, że obserwowana masa domniemanej czarnej dziury w centrum galaktyk Drogi Mlecznej ograniczałaby kosmiczną obfitość tej ‘bezwirowej’ DM, że byłaby ona niewielką częścią zawartości materii w naszym wszechświecie [E81].

Jednak, model (9) należy najpierw rozumieć jako teorię kwantową. Jest możliwe, że jeśli pole ϕ^2 odgrywa rolę w określaniu uprzywilejowanego i globalnego czasu w grawitacji kwantowej, to konsekwencje

⁵Jest to sytuacja przeciwna do grawitacji telerównoległej, w której krzywizna czasoprzestrzeni jest zerowa, a pomimo tego jako rozwiązania równań pola istnieją metryki z niezanikającą krzywizną riemannowską (tj. krzywiznę zbudowaną na symbolach Christoffela) [E78].

tego mogą być obserwowalne. Na przykład, jednym z podejść [E28, E77] było skonstruowanie kanonicznego sformułowania działania GR sprzężonego z bezciśnieniową składową pyłu

$$S[g, \rho, \mathcal{X}] = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{16\pi G} R - \rho(\partial_\mu \mathcal{X} \partial^\mu \mathcal{X} + 1) \right], \quad (77)$$

a następnie cechowanie czasowe ustalające warunek ograniczający $\mathcal{X} \stackrel{*}{=} t$ przed kwantyzacją. Stąd, jeśli \mathcal{X} odgrywa rolę czasu w przypuszczalnej kwantowej teorii grawitacji (i pozwala na przepływ trwający wiecznie bez przeszkód), nie jest jasne, czy kaustyczne patologie, które uniemożliwiają użycie \mathcal{X} jako globalnego zegara w teorii klasycznej, mogą pojawić się jako granica teorii kwantowej. Rzeczywiście istnieją dowody na to, że kaustyki nie pojawiają się, gdy rozważana jest sferyczna zapaść bezciśnieniowego doskonałego płynu dla modelu GR sprzężonego z bezciśnieniowym płynem kwantyzowanym zgodnie z [E119]. Ponadto, w kontekście czasoprzestrzeni symetrycznych względem FRW znanym faktem jest, że w teorii kwantowej ograniczonej do tej symetrii [E114, E118] można uniknąć osobliwości Big Bang (Wielkiego Wybuchu) związanej z klasycznymi równaniami (64) i (66). Krytyka takich podejść [E26] polega na tym, że nie było jasne, w jaki sposób stopnie swobody (ρ, \mathcal{X}) mogą pojawić się w teorii fizycznej, natomiast my uważamy za zachęcający fakt, że wynikają one naturalnie z teorii opartej na działaniu (9).

Jednak należy podkreślić, że to podejście do kwantyzacji GR sprzężone z bezciśnieniowym płynem nie jest uniwersalne. Przeciwnie, [E58] rozważał płynną część działania niesprzężoną z grawitacją i oddzielnie skonstruował kanoniczne sformułowanie tej części, odtwarzając gęstość hamiltonianu $\mathcal{H} = \Pi_{(\mathcal{X})} \sqrt{1 + \partial^i \mathcal{X} \partial_i \mathcal{X}}$, gdzie $\Pi_{(\mathcal{X})}$ jest pędem kanonicznym \mathcal{X} oraz i oznacza indeks współrzędnych przestrzennych, który jest podniesiony płaską metryką odwrotną Euklidesa. Następnie autorzy rozważają rozwinięcie w pobliżu rozwiązania tła $\mathcal{X} = t$, $\Pi_{(\mathcal{X})} = \rho_0$ ($\partial_\mu \rho_0 = 0$) gdzie zachodzi $\delta \mathcal{X} = \chi / \sqrt{\rho_0}$, $\delta \Pi_{(\mathcal{X})} = \Pi_\chi \sqrt{\rho_0}$ gdzie ρ_0 należy interpretować jako gęstość tła bezciśnieniowego płynu doskonałego. Wynika z tego, że $\mathcal{H} = \frac{1}{2} \partial^i \chi \partial_i \chi + \frac{1}{2\sqrt{\rho_0}} \Pi_\chi \partial^i \chi \partial_i \chi + \dots$, co sugeruje, że rozwinięcie zakłócające załamuje się dla energii o skalach $\Lambda \sim \rho_0^{1/4}$, które dla obecnej gęstości kosmicznej DM odpowiadają $\Lambda \sim 10^{-3} eV$, co sugeruje, że zakłóceniewa kwantyzacja części płynnej (77) jest ograniczona do energii o skali $E \ll \Lambda$, co zostało uznane za niedopuszczalne dla składnika teorii kandydującej grawitacji kwantowej. Jest mało prawdopodobne, aby teoria kwantowa oparta na tym zakłóceniewym podejściu była równoważna teorii opartej na cechowaniu ustalającym $\mathcal{X} = t$ przed kwantyzacją.

Inną możliwością jest to, że nowe stopnie swobody wykraczające poza te obecne w Modelu A lub (77) stają się aktywne w reżimach bliskich powstawaniu kaustyki, powodując, że pole prędkości u_μ odchodzi od ruchu geodezyjnego i prowadzi do unikania kaustyk. Dobrze znanym przykładem tego jest ‘zakończenie UV’ (77) w kategoriach rozległego, złożonego pola skalarnego $\Phi = \lambda e^{i\phi}$. W zakrzywionej czasoprzestrzeni lagranżjanu dla takiego pola jest

$$L_\Phi = \frac{1}{2} \sqrt{-g} (-g^{\mu\nu} \partial_\mu \Phi^* \partial_\nu \Phi - M^2 |\Phi|^2) = \frac{1}{2} \sqrt{-g} \left(-\frac{g^{\mu\nu} \partial_\mu \tilde{\lambda} \partial_\nu \tilde{\lambda}}{M^2} - \tilde{\lambda}^2 (g^{\mu\nu} \partial_\mu \tilde{\phi} \partial_\nu \tilde{\phi} + 1) \right) \quad (78)$$

gdzie $\tilde{\lambda} = M\lambda$, $\tilde{\phi} = \phi/M$. W granicy $M \rightarrow \infty$ i przy utożsamieniu $\tilde{\lambda}^2 = 2\rho$, $\tilde{\phi} = \mathcal{X}$, stwierdzamy, że L_Φ dąży do postaci wyrazu dotyczącego płynu (77) i rzeczywiście można wykazać, że grawitacja sprzężona z L_Φ może zbliżać się do rozwiązań (77) dla dostatecznie wielkiego M . Dla skończonego M z równania ruchu $\tilde{\lambda}$ wynika, że ‘czteroprędkość’ $u_\mu \equiv \partial_\mu \tilde{\phi} / \sqrt{-(\partial_\nu \tilde{\phi} \partial^\nu \tilde{\phi})}$ nie spełnia równania geodezyjnego i można wykazać, że nie powstają kaustyki związane z tym polem [E92]. Zatem alternatywą dla ważnych poprawek kwantowych do klasycznych równań ruchu z Modelu A lub (77) powstałoby takie ‘zakończenie UV’ modelu (46), aby wprowadzić nowe stopnie swobody w celu udoskonalenia problemu kaustyki. Taki scenariusz jest nie do pomyślenia—na przykład, pomimo wielkiego sukcesu GR, czołowym kandydatem do inflacji kosmicznej i początkiem struktur we wszechświecie jest model inflacji Starobinsky’ego [E12], który rozważa korektę $\sqrt{-g} R^2$ w lagranżjanie Einsteina-Hilberta. Ten model jest równoważny teorii skalarno-tensorowej i nowy skalarny stopień swobody w grawitacji może mieć duże znaczenie przy energiach dużych skal, na przykład stanowiących źródło struktur dużej skali we wszechświecie [E45].

Ostateczna możliwość jest taka, że warunek ograniczający $u_\mu u^\mu + 1 = 0$ przy $u_\mu = \partial_\mu \mathcal{X}$ pozostaje w użyciu tak, że u_μ zawsze spełnia równanie geodezyjne, ale te nowe, dodatkowe wyrazy w działaniu stają się znaczące, gdy zbliża się formacja kaustyki i powstaje odpychający efekt grawitacyjny, który zapobiega rozbieżności $\nabla_\mu u^\mu$. Rzeczywiście, efekt DM o wielu cechach podobnych do tych, które wynikają z (46)

został odkryty w kontekście rzutowalnej grawitacji Hořava-Lifshitz [E62, E61] , w której czteropiędkość płynu DM przyjmuje postać $u_\mu = -\partial_\mu T$, gdzie $T(x)$ jest polem skalarnym, które działa na preferowaną współrzędną czasu w czasoprzestrzeni. Postuluje się, że kaustyka nie powinna powstawać w takich teoriach ze względu na a) poprawki do lagranżjanu, które zależą od zewnętrznej krzywizny powierzchni o stałym T (a więc mogą zawierać $\nabla_\mu u^\mu$) , które modyfikują klasyczną dynamikę grawitacyjną w taki sposób, aby zapewnić odpychający efekt, który zapobiega dywergencji $\nabla_\mu u^\mu$ oraz b) kwantowe zachowanie grawitacyjnych stopni swobody, co jest podobne do sposobu unikania osobliwości typu Big Bang w kwantowych modelach kosmologicznych mininadprzestrzeni systemu obejmujących GR i pył. Jak już wspomniano, zachowanie b) może również wynikać z działania (46) , przy czym niewykluczone są poprawki typu a): można sprawdzić, że równania ruchu dla modelu $\beta = \pm i$ (46) implikują, że zewnętrzna krzywizna powierzchni o stałej \mathcal{X} zawiera się w skręceniu $D^{(A)}e^I = R^I{}_J(\mathcal{A})X^J$ a stąd dodatkowe wyrazy w działaniu wyższego rzędu w tych częściach krzywizny mogą dynamicznie zapobiegać osobliwemu zachowaniu w tej zewnętrznej krzywiznie.

Otwartą pozostaje kwestia poprawek, których należy spodziewać się w równaniach (64) i (66) oraz ich wpływu na wiarygodność kandydata na DM wynikającego z opisu grawitacji w kategoriach spontanicznie łamanej teorii cechowania grupy Lorentza. Scenariusz, w którym ruch geodezyjny jest modyfikowany przez odpychające efekty grawitacyjne w pobliżu potencjalnych kaustyk, jest być może gotowy do jak najszybszego przetestowania, biorąc pod uwagę wpływ takiej modyfikacji na propagację światła, prowadząc do potencjalnej sygnatury soczewkowania grawitacyjnego.

Teraz krótko komentujemy sprzężenie Modelu A z materią. Zaskakującym rezultatem modelu jest istnienie rozwiązań z metryką Minkowskiego czasoprzestrzeni, ale posiadających niezerową krzywiznę pola cechowania $R^{IJ}(\mathcal{A})$. W bazie współrzędnych Minkowskiego (t, x^i) , z rozwiązania wynika, że $\mathcal{A}^{+IJ} = 0$, $\mathcal{A}^{-IJ} = (2/t)(n^I E^J + \frac{i}{2}\epsilon^{IJKL}n_K E_L)$, gdzie $n^I = X^I/\sqrt{-X_J X^J}$, gdzie E_L są jednoformami bazy współrzędnych przestrzennych spełniającymi $E_L n^L = 0$, natomiast metryka $g_{\mu\nu} = D_\mu^{(A)}X^I D_\nu^{(A)}X_I = \eta_{\mu\nu}$. Każde pole, które wchodzi w sprzężenie z \mathcal{A}^{-IJ} w izolacji (tj. poza sprzężeniem z \mathcal{A}^{-IJ} zawartym w $g_{\mu\nu}$) znajdzie się pod wpływem krzywizny tła. Tutaj pojawia się pozorny wybór w sprzężeniu dotyczący pól spinorowych i grawitacji. Rozważmy wyraz kinetyczny dla – (minus) spinora chiralności $\chi^{A'}$. Istnieją dwie niezależne możliwości:

$$i\epsilon_{IJKL}e^J \wedge e^K \wedge e^L \wedge (\chi^{*A}\sigma_{AA'}^I D^{(A^-)}\chi^{A'}) \quad (79)$$

$$-i\epsilon_{IJKL}e^J \wedge e^K \wedge e^L \wedge (D^{(A^+)}\chi^{*A}\sigma_{AA'}^I \chi^{A'}) \quad (80)$$

To tę ostatnią możliwość rozważali Ashtekar et al. [E21] w samodualnej teorii Einsteina-Cartana, w której pole \mathcal{A}^{-IJ} nie występuje w formalizmie i stąd wyraz (79) nie może być zbudowany. Wykazano, że sprzężenie (80) pozwoliło jednak na odtworzenie znanych wyników ze sprzężenia grawitacyjnego ze spinorami w teorii Einsteina-Cartana. W obecnym modelu, jeśli wybierzemy sprzężenie (80) , pole spinorowe nie ‘widzi’ krzywizny tła. Jeśli natomiast zostanie wybrane sprzężenie (79) , to proste obliczenie pokazuje, że jeśli $\chi^{A'}$ jest częścią spinora Diraca Ψ (na przykład lewoskrętne pary neutrino-elektron w modelu standardowym), to na tym tle pojawią się następujące sprzężenia w lagranżjanie spinora: $a_I \bar{\Psi} \gamma^I \Psi$ oraz $b_I \bar{\Psi} \gamma^5 \gamma^I \Psi$, gdzie $a_I, b_I \sim n_I/t$. Takie sprzężenia były szeroko badane w kontekście rozszerzeń naruszających ?równania? Lorentza modelu standardowego [E33] , natomiast współczesne więzy [E113] wielkości składowych b_I odpowiadałyby wartości t rzędu kilku miesięcy. Fakt, że $\{a_I, b_I\}$ jest rozbieżne ?przy? $t \rightarrow 0$ może wskazywać, że nie jest spójne traktowanie sprzężenia materii z grawitacją poprzez wyraz (79) jako małego zaburzenia tła opisującego przestrzeń Minkowskiego o niezanikającej krzywiznie. Niemniej jednak jest możliwe, że konfiguracja pola $\{X^I, \mathcal{A}^{IJ}\}$ wytwarzająca geometrię dostępną dla eksperymentu przybliży część tego rozwiązania, a zatem powyższe sprzężenia materii naruszające ?równania? Lorentza mogą być istotne, jednak ostateczna odpowiedź prawdopodobnie zależy od rozwiązania kwestii propagacji materii DM omówionej wcześniej. Bardziej szczegółowe badanie sprzężenia Modelu A z materią, z naciskiem na symetrie i zachowane prądy Noethera, zostało niedawno podjęte w [O20].

Model może również mieć charakterystyczne sygnatury eksperymentalne z fizyki wczesnego wszechświata. W przypadku chiralnego sformułowania grawitacji Ashtekara (którego kanoniczne sformułowanie wynika z (30) w granicy $\tilde{\Pi} \rightarrow 0$), argumentowano [E74] , że niezależnie od ostatecznej postaci, jaką przyjmie skwantowana teoria, powinna ona posiadać reżim, który może być odwzorowany na klasyczne tło kosmologiczne z zaburzeniami metrycznymi opisywalnymi z użyciem zwykłych obliczeń fluktuacji kwantowych próżni tensorowej. Przy tym założeniu, stwierdzono, że pierwotne spektrum rodzajów tensorów chiralności $+$ i $-$ były

różne [E74, E68], co było odmienne od przypadku Qmodów tensorów w standardowej kosmologii inflacyjnej, w której grawitacja jest opisana przez metrykę GR i taki efekt nie występuje. Co ciekawe, w pierwotnych rodzajach tensorów takie efekty mogą być obserwowane poprzez korelację wzajemną między temperaturą CMB a fluktuacjami polaryzacji [E56]. Biorąc to pod uwagę, pierwszym krokiem, który można podjąć w przypadku (30), byłoby umożliwienie efektu dodatkowych stopni swobody ($\tilde{\Pi}, \phi^2$) na kwantyzację zaburzeń kosmologicznych i odkrycie jak to wpływa na powyższy obraz.

Alternatywnym podejściem jest próba opisanie zachowania modelu jako teorii kwantowej w sytuacjach wysokiej symetrii. Zostało to przeprowadzone dla chiralnego sformułowania grawitacji Ashtekara w kontekście pętlowej kosmologii kwantowej [E86, E90, E83], a podejście to może być uogólnione na przypadek rozważanego tu modelu ⁶.

Na koniec krótko omówimy możliwe uogólnienia Modelu A. Naturalnym uogólnieniem (9) byłoby wprowadzenie pól (ψ_+, ψ_-) (potencjalnie z nietrywialną strukturą indeksu Lorentza) tak że dotychczasowe stałe (g_+, g_-) odzwierciedlają wartości oczekiwane tych pól. Granice ogólnorelatywistyczne ($g_+ = 1, g_- = 0$) i ($g_+ = 0, g_- = 1$) wynikałyby wówczas ze spontanicznego łamania symetrii (gdzie działanie jest formalnie symetryczne pod transformacjami (23) i towarzyszącymi transformacjami (ψ_+, ψ_-)), a uzmiennienie czasowe nowych pól dynamicznych miałyby znaczenie we wczesnym Wszechświecie.

Alternatywnym podejściem jest spojrzenie na zwiększenie symetrii cechowania modelu. W [O18] stwierdzono, że teoria cechowania ogólnej grupy liniowej w liczbach złożonych $GL(4, C)$ mogłaby uprościć się do (9) po procesie dynamicznego łamania symetrii.

5.5 Model B

5.5.1 Ogólna klasa teorii grawitacyjnych jako alternatyw dla DM, w których prędkość grawitacji zawsze równa się prędkości światła.

Wobec braku bezpośredniego wykrycia cząstki o odpowiednich właściwościach, która odpowiadałaby za całość DM, pozostaje możliwość, że efekty przypisywane DM reprezentują niedociągnięcia w naszym rozumieniu natury grawitacji. GR może nie opisywać grawitacji dokładnie w obszarach, w których wcześniej oczekiwano, że przypuszczalnie w dużych skalach istnieją dowody na efekt DM. Ogólnie rzecz biorąc, próby rozszerzenia GR tak, aby zmodyfikować ‘siłę grawitacji’ w dużych skalach tak, aby naśladować obecność DM wprowadzając dodatkowe pola do sektora grawitacyjnego. [E31, E43, E57, E59, E67] wprowadzają do sektora grawitacyjnego dodatkowe pola, których wpływ na widzialną materię wywołuje efekty podobne do DM. Wszelkie dodatkowe pola sprzężone nietrywialnie z krzywizną czasoprzestrzeni prowadzą zazwyczaj do prędkości fal grawitacyjnych różnej od tej w GR.

Fale grawitacyjne (GW) z połączenia binarnego układu gwiazd neutronowych zostały ostatnio zaobserwowane przez obserwatorium grawitacyjne z udoskonalonym interferometrem laserowym (aLIGO) oraz interferometr VIRGO [E91]. W ciągu kilku sekund od wykrycia tego zdarzenia (GW170817), rozbłysk promieniowania gamma obserwowano niezależnie z tego samego położenia [E96, E99]. Biorąc pod uwagę wysokie prawdopodobieństwo, że fale te reprezentują sygnały z tego samego zdarzenia oraz wielką odległość między lokalizacją emisji (galaktyka NGC 4993), typowo mała różnica czasu sugeruje, że (w jednostkach takich, że prędkość światła jest jednością), prędkość propagacji GW c_T jest zgodna ze wzorem

$$|c_T^2 - 1| \lesssim 10^{-15}. \quad (81)$$

Jest to niezwykle rygorystyczne ograniczenie, które doprowadziło do wykluczenia wielu zmodyfikowanych teorii grawitacji zaproponowanych jako wyjaśnienie zjawiska ciemnej energii [E93, E95, E94, E98, E108]. Równie ważny jest wpływ tych obserwacji na teorie grawitacyjne efektywnie spełniające funkcję DM. To rygorystyczne ograniczenie zostało również użyte w [E105] do nałożenia warunków ograniczających na teorię Einsteina-Aethera [E37].

Wczesne dowody na DM pojawiły się w postaci obserwacji ruchu gwiazd w galaktykach [E11], gdzie stwierdzono, że gwiazdy w kierunku zewnętrznych regionów galaktyk miały prędkość orbitalną znacznie większą niż oczekiwano na skutek pola grawitacyjnego Newtona wytwarzanego przez materię widzialną. W 1983 roku

⁶Warto zauważyć, że pomimo klasycznej równoważności sparametryzowanej teorii pola z teorią pól materii propagujących się w ustalonym tle przestrzeni Minkowskiego, kwantyzacja Diraca tej pierwszej teorii napotkała techniczne przeszkody [E34], których wyeliminowanie wymagało użycia technik pierwotnie opracowanych w paradygmacie pętlowej grawitacji kwantowej [E55].

Milgrom wykazał [E15], że ten ruch gwiazd może wynikać z modyfikacji inercji/dynamiki gwiazd przy małych przyspieszeniach Newtona. Wkrótce potem stwierdzono, że te same efekty mogą alternatywnie wynikać z nieliniowej modyfikacji równania Poissona dla grawitacji Newtona [E18]. Modele te są określane jako zModyfikowana Dynamika Newtona (MOND). Aby osiągnąć postęp, konieczne jest dążenie do odtworzenia MOND z teorii, która może również wyjaśnić eksperymentalne sukcesy GR. Być może najszerzej znaną teorią relatywistyczną prowadzącą do zachowania w stylu MOND jest teoria Tensor-Wektor-Skalar (TeVeS) Bekensteina-Sandersa [E31, E43], która zależy od metrycznego $\hat{g}_{\mu\nu}$, jednostkowo-czasopodobnego (względem metryki $\hat{g}_{\mu\nu}$) pola wektorowego A_μ i pola skalarnego ϕ . Przyjmuje się, że wszystkie rodzaje materii wchodzą w uniwersalne sprzężenie z metryką $g_{\mu\nu}$ poprzez

$$g_{\mu\nu} = e^{-2\phi}\hat{g}_{\mu\nu} - 2\sinh(2\phi)A_\mu A_\nu \quad (82)$$

gdzie przestrzegana jest zasada równoważności Einsteina. Ze względu na algebraiczny związek między tymi dwoma metrykami, w tej teorii, podobnie jak w GR, istnieje tylko jeden mod tensora propagujący zaburzenie fal grawitacyjnych (dwie polaryzacje) Kosmologia teorii TeVeS została szeroko zbadana w [E49, E51, E88, O17].

Prędkość modu tensora GW w teorii TeVeS jest na ogół inna niż prędkość światła, tak więc naturalne jest pytanie, jaki jest status paradygmatu TeVeS po GW170817. Za pomocą różnych metod szereg artykułów [E101, E102, E103] borykało się z tym pytaniem. Autorzy [E101] porównali opóźnienie czasowe Shapiro fal grawitacyjnych i elektromagnetycznych, w trakcie ich przechodzenia przez potencjalne studnie galaktyk, co było proponowane wcześniej jako ogólny test teorii TeVeS [E52]. Taki test jest lepszy od testowania prędkości propagacji na czasoprzestrzeni tła FRW rozpatrywanego w [E93, E95, E94, E98, E105] w przypadku innych teorii. Opóźnienie zostało obliczone poprzez porównanie linii geodezyjnych $\hat{g}_{\mu\nu}$ z liniami geodezyjnymi $g_{\mu\nu}$, jednak ogólność tego wyniku nie jest jasna ponieważ metryka nie jest obserwowalna. Na przykład, [O1] przeformułował teorię TeVeS przy użyciu pojedynczej metryki ($g_{\mu\nu}$) w taki sposób, że żadne porównania linii geodezyjnych nie są możliwe w tym sformułowaniu⁷. Inna metoda jest konieczna w [E102, E103], gdzie prędkość wszystkich sześciu rodzajów GW obecnych w teorii TeVeS [E66] była rozważana na tle Minkowskiego, a po nałożeniu warunku (81), analiza pozostałej przestrzeni parametrów przyniosła wniosek, że teoria TeVeS jest wykluczona.

W pracy [H3] badana była propagacja GW na zaburzone czasoprzestrzenie FRW, co obejmuje efekt opóźnienia czasowego Shapiro. Wykazano, że pierwotna teoria TeVeS [E43] i jej uogólnienie [E57, E63] są faktycznie wykluczone przez zdarzenia GW170817/GW170817a, co zgadza się z poprzednimi badaniami [E101, E102, E103]. Jednak, dodatkowo wykazano, że istnieje nieznaną wcześniej klasa teorii relatywistycznych MOND również opartych na paradygmacie Tensor-(czasopodobny)-Wektor-Skalar, w których prędkość grawitacji zawsze równa się prędkości światła, zachowując efektywny opis dwumetryczny, który prowadzi do zwykłej fenomenologii MOND w galaktykach.

Nieznaczne uogólnienie paradygmatu TeVeS wynika z następującego działania [E57, E63], które zależy od trzech powyższych pól i dwóch pól pomocniczych λ_A i μ :

$$\hat{S} = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-\hat{g}} \left[\hat{R} - \hat{K} + \lambda_A (A^\rho A_\rho + 1) - \mu \hat{g}^{\alpha\beta} \hat{\nabla}_\alpha \phi \hat{\nabla}_\beta \phi - \hat{V}(\mu) \right] + S_M[g] \quad (83)$$

Tutaj G jest niezolowaną stałą grawitacyjną, \hat{g} i \hat{R} są odpowiednio wyznacznikiem i krzywizną skalarną $\hat{g}_{\mu\nu}$, \hat{V} jest funkcją niezależną μ , $S_M[g]$ jest działaniem dla wszystkich pól materii oraz $\hat{K} = \hat{K}^{\mu\nu\alpha\beta} \hat{\nabla}_\mu A_\nu \hat{\nabla}_\alpha A_\beta$ zostało uzyskane z

$$\hat{K}^{\mu\nu\alpha\beta} = c_1 \hat{g}^{\mu\alpha} \hat{g}^{\nu\beta} + c_2 \hat{g}^{\mu\nu} \hat{g}^{\alpha\beta} + c_3 \hat{g}^{\mu\beta} \hat{g}^{\nu\alpha} + c_4 \hat{g}^{\nu\beta} A^\mu A^\alpha \quad (84)$$

Indeksy A_μ są zawsze górne poprzez $\hat{g}^{\mu\nu}$, metryka odwrotna do $\hat{g}_{\mu\nu}$, tj. $\hat{g}^{\mu\rho} \hat{g}_{\rho\nu} = \delta^\mu_\nu$). Podkreślamy, że w odróżnieniu od [E57, E63] dopuszczamy, aby c_I ($I = 1 \dots 4$) były funkcjami pola skalarnego ϕ , co okazuje się bardzo ważne przy analizie prędkości GW. Pierwotną teorię TeVeS otrzymuje się kiedy $c_I = \{2K_B - \frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, -2K_B + \frac{3}{4}, K_B - \frac{1}{4}\}$, dla stałej K_B [E63]. Dla zwięzłości zapisu definiujemy $c_{IJ\dots} \equiv c_I + c_J + \dots$

Zachowanie typu MOND w granicy quasistatycznego pola słabego w przypadku stałej c_I było szczegółowo przeanalizowane w [E63]. Ponownie zajmiemy się tą analizą, aby pokazać, że pole pozostaje niezmienione nawet wtedy, gdy c_I są funkcjami ϕ . W szczególności, należy rozszerzyć pole skalarnie jako $\phi = \phi_0 + \varphi$ ze stałą ϕ_0 oraz niezależnym od czasu φ . Metryka quasistatyczna jest taka, że $\hat{g}_{00} = -e^{-2\phi_0}(1 - 2\hat{\Psi})$ oraz

⁷Inne teorie z jedną metryką, takie jak teoria Horndeski'ego, badana w [E93, E95, E94, E98, E108] i teoria Einsteina-Aethera badana w [E105] mogą również wskazać na opóźnienie czasowe Shapiro różne od tego w GR.

$\hat{g}_{ij} = e^{2\phi_0}(1 - 2\hat{\Phi})\gamma_{ij}$. W tym układzie współrzędnych pole wektorowe zawiera składowe $A_0 = -e^{-\phi_0}(1 + \hat{\Psi})$ oraz $A_i = 0$. Za pomocą transformacji metrycznej (82), znajdujemy składowe metryki $g_{\mu\nu}$ tak, że zachodzi

$$ds^2 = -(1 + 2\Psi)dt^2 + (1 - 2\Phi)\gamma_{ij}dx^i dx^j \quad (85)$$

gdzie

$$\hat{\Psi} = \Psi - \varphi, \quad \hat{\Phi} = \Phi - \varphi, \quad (86)$$

Dzięki temu podstawieniu, równania pola wektorowego są spełnione identycznie, natomiast równania Einsteina i równania pola skalarnego upraszczają się do

$$\vec{\nabla}^2 \hat{\Psi} = \frac{8\pi G}{2 - c_1 + c_4} \rho \quad (87)$$

$$\vec{\nabla}_i (\mu \vec{\nabla}^i \varphi) = 8\pi G \rho \quad (88)$$

$$\hat{\Phi} = \hat{\Psi} \quad (89)$$

, gdzie ρ gęstością energii materii i gdzie c_I 's są wartościowane na $\phi = \phi_0$ w (87). Pole niedynamiczne μ otrzymujemy z równania więzów znalezionej dzięki działaniu na wariację względem μ a to równanie zależy od postaci $\hat{V}(\mu)$. Nie wszystkie funkcje $\hat{V}(\mu)$ prowadzą do zachowań granicznych typu Newtona MOND, przy czym te, które do nich prowadzą, muszą mieć odpowiednie własności omówione w [E63]. Aby określić prędkość propagacji GW, potrzebujemy równania modu tensora na tle FRW. Przyjmujemy metrykę $g_{\mu\nu}$ taką, że

$$ds^2 = -dt^2 + a^2 (\gamma_{ij} + \chi_{ij}) dx^i dx^j \quad (90)$$

, gdzie a jest współczynnikiem skali, γ_{ij} jest metryką przestrzenną o stałej krzywiznie κ , a χ_{ij} jest modem tensora GW, który jest bezśladowy $\gamma^{ij}\chi_{ij} = 0$ i transwersalny $\vec{\nabla}_i \chi^i_j = 0$, gdzie $\vec{\nabla}_i$ jest przestrzenną pochodną kowariantną zgodną z γ_{ij} . Ponieważ interesuje nas tylko mod tensora, pozwalamy na wyzerowanie zaburzeń ϕ i A_μ tak, że $\phi = \bar{\phi}(t)$ i $A_0 = -e^{-\bar{\phi}}$ oraz $A_i = 0$. Zaburzone równania Einstein dla modu tensora zostały otrzymane dla stałej c_I w [E57]. W przypadku, gdy $c_I = c_I(\phi)$, znajdujemy dodatkowy wyraz, dla którego zachodzi

$$e^{2\bar{\phi}}(1 - c_{13}) \left[\ddot{\chi}^i_j + (3H + 4\dot{\bar{\phi}}) \dot{\chi}^i_j \right] - e^{2\bar{\phi}} \frac{dc_{13}}{d\bar{\phi}} \dot{\bar{\phi}} \dot{\chi}^i_j - \frac{1}{a^2} e^{-2\bar{\phi}} (\vec{\nabla}^2 - 2\kappa) \chi^i_j = 16\pi G e^{-2\bar{\phi}} \Sigma^{(g)i}_j \quad (91)$$

, gdzie $\Sigma^{(g)i}_j$ jest bezśladowym wyrazem źródłowym względem materii. Jedyną różnicą w stosunku do przypadku stałej c_I jest pojawienie się wyrazu $\frac{dc_{13}}{d\bar{\phi}}$ który mnoży $\dot{\chi}^i_j$. Teraz w pierwotnych i uogólnionych teoriach TeVeS jest jasne, że prędkość propagacji modu tensora jest wyrażona przez

$$c_T^2 = \frac{e^{-4\bar{\phi}}}{1 - c_{13}} \quad (92)$$

Zatem ogólnie rzecz biorąc c_T^2 będzie się różnić od jedności, stawiając tę teorię w sprzeczności z obserwacjami, które wymagają aby $c_T^2 \approx 1$, chyba że pewien mechanizm ustali $\bar{\phi}$ na wartość w przybliżeniu stałą przy bardzo niskim przesunięciu ku czerwieni i równą $\bar{\phi} = -\frac{1}{4} \ln(1 - c_{13})$. Jest to bardzo mało prawdopodobne, ale jeśli to możliwe, poniżej pokazujemy, że opóźnienie czasowe Shapiro wyklucza ten przypadek. Jeśli jednak c_I są funkcjami ϕ , wydaje się, że jest dostateczna swoboda, aby zmienić ten fakt. W szczególności jednoznaczny wybór

$$c_{13}(\phi) = 1 - e^{-4\phi} \quad (93)$$

przekształca (91) w

$$\ddot{\chi}^i_j + 3H \dot{\chi}^i_j - \frac{1}{a^2} (\vec{\nabla}^2 - 2\kappa) \chi^i_j = 16\pi G \Sigma^{(g)i}_j \quad (94)$$

które jest identyczne z równaniem modu tensora w GR, a zatem przy tym wyborze $c_T^2 = 1$.

Pokazaliśmy zatem, że (93) prowadzi do propagacji modu tensora GW, jak w GR przy współlistniejącym zachowaniu typu MOND. Gdy jednak fale grawitacyjne i elektromagnetyczne przechodzą przez studnie potencjału generowane przez materię, powodują dodatkowe opóźnienie czasowe (Shapiro) i jak zaproponował [E52], może ono służyć do nakładania silnych ograniczeń na takie teorie. Sprawdzamy zatem, czy warunek (93) jest wystarczający, aby zapewnić propagację modu tensora z $c_T^2 = 1$ nawet przy uwzględnieniu efektu niejednorodności. W takich sytuacjach metryka fizyczna $g_{\mu\nu}$ przyjmuje postać

$$ds^2 = -(1 + 2\Psi)dt^2 + a^2(1 - 2\Phi)(\gamma_{ij} + \chi_{ij})dx^i dx^j \quad (95)$$

gdzie przyjęto hierarchię $\chi_{ij} \ll \Phi, \Psi \sim 10^{-5}$. Ponadto pole skalarnie TeVeS ϕ przyjmuje postać $\phi = \bar{\phi} + \varphi$ (przy $\varphi \ll 1$), natomiast pole wektorowe zawiera składowe $A_0 = -e^{-\bar{\phi}}(1 + \hat{\Psi})$ oraz $A_i = -ae^{\bar{\phi}}\bar{\nabla}_i\alpha$. Wyrażenia (86) dotyczą potencjałów między dwiema ramkami. Biorąc pod uwagę (95), metryka $\hat{g}_{\mu\nu}$ nie będzie diagonalna, ale będzie zawierać wyrazy z zaburzenia wektora α . Ogólnie przyjmuje się, że potencjały są zależne od przestrzeni i czasu.

Po zdefiniowaniu $\mathcal{T}^{ik}_j = \bar{\nabla}^i\chi^k_j + \bar{\nabla}_j\chi^{ki} - \frac{2}{3}\bar{\nabla}^l\chi^k_l\delta^i_j$, po długich i żmudnych obliczeniach, równanie modu tensora dla χ_{ij} ma postać

$$\begin{aligned} e^{2\bar{\phi}} \left[(1 - c_{13}) (1 - 2\hat{\Psi}) - \frac{dc_{13}}{d\bar{\phi}}\varphi \right] \ddot{\chi}^i_j + e^{2\bar{\phi}}\mathcal{A}\chi^i_j - \left\{ \frac{1}{a^2}e^{-2\bar{\phi}} \left[(1 + 2\hat{\Phi}) (\bar{\nabla}^2 - 2\kappa) + \bar{\nabla}_k(\hat{\Psi} - \hat{\Phi})\bar{\nabla}^k \right] - \frac{1}{a}\mathcal{B}_k\bar{\nabla}^k \right\} \chi^i_j \\ + \frac{1}{a^2}e^{-2\bar{\phi}}(1 + 2\hat{\Phi}) \left(\bar{\nabla}^i\bar{\nabla}_k\chi^k_j + \bar{\nabla}_j\bar{\nabla}^k\chi^i_k - \frac{2}{3}\bar{\nabla}^l\bar{\nabla}_k\chi^k_l\delta^i_j \right) + \frac{1}{a^2}e^{-2\bar{\phi}} \left\{ \bar{\nabla}_k(\hat{\Psi} - \hat{\Phi})\mathcal{T}^{ik}_j \right. \\ \left. - 2 \left[\bar{\nabla}_k\bar{\nabla}_j(\hat{\Phi} - \hat{\Psi})\chi^{ik} - \frac{1}{3}\bar{\nabla}_k\bar{\nabla}_l(\hat{\Phi} - \hat{\Psi})\chi^{lk}\delta^i_j \right] \right\} + \frac{1}{a}\mathcal{C}^i_j = 16\pi G e^{-2\bar{\phi}}(1 - 2\varphi)\Sigma^{(g)i}_j \quad (96) \end{aligned}$$

gdzie jawne postaci wyrazów \mathcal{A} , \mathcal{B}_i , \mathcal{C}^i_j przedstawiono w [H3]. Jeśli pozwolimy, aby wszystkie potencjały i obiekty φ oraz α zanikały, (96) upraszcza się do (91). Rozważmy uproszczenie (96) do tła quasistatycznych, pomijając też wyraz źródła, dla precyzyjnie wybranego przypadku, w którym $c_{13} = 1 - e^{-4\phi_0}$ (tak, że $c_T^2 = 1$ na tle). Otrzymujemy to poprzez ustalenie $a = 1$, $\bar{\phi} = \phi_0$ i $\hat{\Psi} = \hat{\Phi}$ z (89). Następnie można sprawdzić, że wszystkie funkcje \mathcal{A} , \mathcal{B}_k , \mathcal{C}^i_j zanikają. Ponadto, rozważając długości fal LIGO $\sim 1000km$, które są znacznie mniejsze niż skala studni potencjału, możemy odrzucić wyrazy zawierające pochodne Ψ and φ , tj. $\partial\Phi \ll \partial\chi$, nawet gdy $\chi \ll \Phi$ [E108]. Ostatecznie nałożenie dalszego warunku cechowania $\bar{\nabla}_i\chi^i_j = 0$, (96) prowadzi do

$$(1 - 2\hat{\Phi})\ddot{\chi}^i_j - (1 + 2\hat{\Phi})\bar{\nabla}^2\chi^i_j = 0 \quad (97)$$

Zatem w tym przypadku spodziewamy się opóźnienia czasowego Shapiro wymuszonego przez $\hat{\Phi}$, czyli potencjał wytworzony przez same bariony. Nie jest on tym samym, co Φ , który jest potencjałem widzianym przez fotony, zatem ten precyzyjnie wybrany przypadek jest wykluczony przez analizę [E101]. Przejdźmy teraz do przypadku, w którym zachodzi (93) tak, że $c_T^2 = 1$ na tłach FRW. Nakładając warunek (93), znajdujemy $\mathcal{B}_k = 0$ oraz $\mathcal{C}^i_j = 0$. Dalej używając (86), znajdujemy $e^{2\bar{\phi}}\mathcal{A} = e^{-2\bar{\phi}}[3H(1 - 2\Psi - 2\varphi) - \dot{\Psi} - 3\dot{\Phi}]$ a po wybraniu warunku cechowania $\bar{\nabla}_i\chi^i_j = \bar{\nabla}_i(\Phi - \Psi)\chi^i_j$, (96) przekształca się w

$$\begin{aligned} (1 - 2\Psi) [\ddot{\chi}^i_j + (3H - \dot{\Psi} - 3\dot{\Phi})\dot{\chi}^i_j] \\ - \frac{1}{a^2}(1 + 2\Phi) \left[(\bar{\nabla}^2 - 2\kappa)\chi^i_j + \bar{\nabla}_j\bar{\nabla}^k(\Phi - \Psi)\chi^i_k - \bar{\nabla}^i\bar{\nabla}_k(\Phi - \Psi)\chi^k_j \right. \\ \left. - \bar{\nabla}_k(\Phi - \Psi)\bar{\nabla}^k\chi^i_j \right] = 16\pi G\Sigma^{(g)i}_j \quad (98) \end{aligned}$$

które jest tym samym równaniem, co w GR. Zatem, po wybraniu (93) mod tensora rozprzestrzenia się z prędkością światła, nawet jeśli zawiera niejednorodności i daje takie samo opóźnienie czasowe Shapiro jak w przypadku fotonów. Aby uzyskać więcej informacji na temat tego przyczyn takiego zachowania, rozważamy jednometryczne sformułowanie (fizycznie równoważne) TeVeS. Jak pokazano w [O1], wprowadzono nowe pole $B_\mu = A_\mu$ prowadzące do $B^\mu = e^{-2\phi}A^\mu$ i zapisano warunek ograniczający Lagrange'a jako $g^{\mu\nu}B_\mu B_\nu \equiv B^2 = -e^{-2\phi}$. Umożliwia to rozwiązanie względem ϕ , a tym samym usunięcie z działania ϕ oraz $\hat{g}_{\mu\nu}$. Liczba

stopni swobody pozostaje niezmienniona ponieważ teraz B_μ posiada 4 stopnie swobody, natomiast A_μ posiada 3. Działanie $S[g, B, \mu]$ w tym fizycznie równoważnym sformułowaniu typu Wektor-Tensor ma postać

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} [R - K - U] + S_m[g] \quad (99)$$

gdzie $U = \hat{V}(\mu)/B^2$ and K jest dane w postaci

$$K = (d_1 - d_3)F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + d_{13}M^{\mu\nu}M_{\mu\nu} + d_2J^2 + d_4J^\nu J_\nu + \frac{1}{2}d_5J^\mu\nabla_\mu B^2 + \frac{d_6}{4}(\nabla B^2)^2 + \frac{d_7}{2}QJ + \frac{d_8}{4}Q^2 \quad (100)$$

i zdefiniowaliśmy również $F_{\mu\nu} = 2\nabla_{[\mu}B_{\nu]}$, $M_{\mu\nu} = 2\nabla_{(\mu}B_{\nu)}$, $J = \nabla_\mu B^\mu$, $J_\mu = B^\alpha\nabla_\alpha B_\mu$ and $Q = B^\alpha\nabla_\alpha B^2$. Funkcje uogólnionej teorii TeVeS d_I ($I = 1 \dots 8$) można znaleźć w dodatku do [E63].

Niektóre współczynniki d_I zależą od μ , dzięki czemu zachowanie typu MOND może pojawić się po wybraniu odpowiedniego \hat{V} . Dopuszczenie ogólnej zależności $d_I(B^2, \mu)$ w (99) stanowi nieznaczne uogólnienie (83). Co ciekawe, dynamiczna tendencja do B_μ które ma nieznikającą normę w tym scenariuszu wynika z obecności odwrotnych potęg normy B^2 w lagranżjanie, a nie z warunek ograniczającego lagranżjan jak w (83). W tym sformułowaniu modyfikacja prędkości propagacji GW wynika wyłącznie ze sprzężenia grawitacji z polem B_μ poprzez wyraz kinetyczny pola. Aby to zaobserwować, możemy po prostu rozpatrzyć przypadek, w którym B^μ jest ortogonalne do hiperpowierzchni – możemy tutaj rozłożyć metrykę $g_{\mu\nu}$ w postaci $g_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - n_\mu n_\nu$, gdzie $n_\mu \equiv B_\mu/\sqrt{-B^2} = N\nabla_\mu t$ dla pewnej globalnej funkcji czasu t i $h_{\mu\nu}$ ($h_{\mu\nu}n^\nu = 0$) jest metryką przestrzenną na powierzchniach o stałym czasie. Następnie

$$K = -d_{13}B^2\mathcal{K}^{\mu\nu}\mathcal{K}_{\mu\nu} - d_2B^2\mathcal{K}^2 + \dots \quad (101)$$

, gdzie zdefiniowaliśmy tensor krzywizny zewnętrznej $\mathcal{K}_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}\mathcal{L}_n h_{\mu\nu}$, a ... oznaczają wyrazy rzędu liniowego lub niższego w $\mathcal{K}_{\mu\nu}$. Ponieważ zaburzenia fal grawitacyjnych znajdują się w ‘bezsładowych’, małych zaburzeniach $h_{\mu\nu}$, to tylko pierwszy wyraz w (101), w schematycznej postaci $\sim d_{13}B^2\dot{h}^{\mu\nu}\dot{h}_{\mu\nu}$ będzie wpływał na prędkość grawitacji. Nie będzie odchylenia od GR jeśli

$$d_{13} = 0 \quad \Rightarrow \quad d_1 = -d_3. \quad (102)$$

Transformacja równania (83) do postaci (99) daje $d_{13} = \frac{1-c_{13}}{B^6} - \frac{1}{B^2}$ tak, że $d_{13} = 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy $c_{13} = 1 - B^4 = 1 - e^{-4\phi}$, co jest warunkiem (93).

Dlatego też, otrzymujemy konkluzję, że istnieje ogólna klasa teorii relatywistycznych MOND opartych na paradygmacie Tensor-(czasopodobny)-Wektor-Skalar które zachowują tę własność, że w tej klasie GW propaguje jak w GR. Pierwotna teoria TeVeS nie jest częścią tej klasy i dlatego nie jest zgodna z więzami dla fali grawitacyjnej. Stąd działania w postaci (99) są na tyle ogólne, że obejmują zarówno modele fenomenologicznie wiarygodne i niewiarygodne. Wiarygodne modele to te, dla których $d_3 = -d_1$ tak, że wyraz $M_{\mu\nu}$ jest nieobecny, natomiast wszystkie pozostałe d_I mogą ogólnie być funkcjami B^2 jak i μ . Jednak nie wszystkie takie wiarygodne działania prowadzą do zachowania MOND, ale inaczej jest dla konkretnych postaci funkcjonałów d_I . Rzeczywiście możliwe jest odpowiednie uproszczenie wiarygodnego podzbioru (99) przy zachowaniu granicy MOND i zapewnieniu realistycznej kosmologii. Ten podzbiór został szczegółowo zbadany w poniższej sekcji.

5.5.2 Nowa teoria relatywistyczna dla Zmodyfikowanej Dynamiki Newtona

Ta sekcja przedstawia pierwsze relatywistyczne zakończenie teorii MOND, która odzwierciedla fenomenologię galaktyczną i soczewkową podobnie do teorii Tensor-Wektor-Skalar (TeVeS) Bekensteina-Sandersa [E31, E43] przy czym w odróżnieniu od TeVeS, z powodzeniem odtwarza kluczowe kosmologiczne elementy obserwowalne, czyli anizotropie CMB i widma zaburzeń materii. Relatywistyczne modele MOND (RelMOND) były zawsze konstruowane na gruncie fenomenologicznym, a nie na podstawie zasad fundamentalnych. Prawdopodobnie powodem jest to, że prawo MOND jest empiryczne, a nawet obserwacja faktu jego niezmienniczości skali w granicy deep-MOND [E30, E60] nie doprowadziła jeszcze do ostatecznego wniosku co do tego, jak ta niezmienniczość może prowadzić do teorii grawitacji MOND. Modele RelMOND powinny być zgodne z zasadą ogólną kowariancji i zasadą równoważności Einsteina. One jednak nie dostarczają żadnych wskazówek co do tego, jak takie teorie powinny wyglądać. Wiele teorii, które podlegają tym modelom, nie

ma nic wspólnego z MONDem, a wiele teorii RelMOND podległych tym samym zasadom jest sprzecznych z obserwacjami. Oparte na zasadach teorii MOND obejmują [E35, E72, E100], jednak są one nierelatywistyczne. Mimo to podejście fenomenologiczne, które również stosujemy, może dostarczyć cennych wskazówek w kierunku teorii bardziej fundamentalnej.

Jakie są niezbędne fakty fenomenologiczne, do których powinna doprowadzić każda udana teoria MOND? Musi (i) powracać do GR (w tym do grawitacji Newtona), gdy gradient pola słabego ogranicza potencjał grawitacyjny $\vec{\nabla}\Phi \gg a_0$ w sytuacjach quasistatycznych, a przy tym (ii) odtwarzać prawo MOND-a (1), gdy $\vec{\nabla}\Phi \ll a_0$. Teoria powinna również (iii) harmonizować z obserwacjami kosmologicznymi, w tym anizotropiami kosmicznego tła mikrofalowego (CMB) i widmem mocy materii (MPS), (iv) odtwarzać obserwowane soczewkowanie grawitacyjne pojedynczych obiektów bez halo DM, oraz (v) propagować mod tensora fal grawitacyjnych (GWs) z prędkością światła.

Rozważamy kolejne wymagania. Jasne jest, że (i) oznacza, że gdy $|\vec{\nabla}\Phi| \gg a_0$, to zachodzi standardowe równanie Poissona $\vec{\nabla}^2\Phi = 4\pi G_N\rho$, natomiast (ii) oznacza, że gdy $|\vec{\nabla}\Phi| \ll a_0$, to zachodzi równanie MOND (1). O ile w wielu przypadkach [E70, E87, O4] przejście od (i) do (ii) zależy tylko od $|\vec{\nabla}\Phi|$, w TeVeS jest ono ułatwione przez skalarny st. sw. φ . Podążamy za tym drugim i zakładamy, że fizyka kapsułkowana przez (i) i (ii) mieści się w ramach TeVeS. Szablon działania nierelatywistycznego ma zatem postać

$$S = \int d^4x \left\{ \frac{1}{8\pi\hat{G}} \left[|\vec{\nabla}\hat{\Phi}|^2 + \mathcal{J}(\mathcal{Y}) \right] + \Phi\rho \right\}, \quad (103)$$

, gdzie $\Phi = \hat{\Phi} + \varphi$ jest potencjałem, który sprzęga się z materią w sposób uniwersalny, \hat{G} jest stałą, oraz $\mathcal{Y} = |\vec{\nabla}\varphi|^2$. Pole φ podlega

$$\vec{\nabla} \cdot [(d\mathcal{J}/d\mathcal{Y})\vec{\nabla}\varphi] = 4\pi\hat{G}\rho \quad (104)$$

przy czym $\hat{\Phi}$ podlega równaniu Poissona

$$\vec{\nabla}^2\hat{\Phi} = 4\pi\hat{G}\rho \quad (105)$$

Zatem MOND pojawi się, jeżeli $\mathcal{J} \rightarrow \frac{2\lambda_s}{3(1+\lambda_s)a_0}\mathcal{Y}^{3/2}$ gdy $\vec{\nabla}\varphi \rightarrow 0$. To właśnie w tej granicy pojawia się a_0 .

Dla punktowego źródła masy M , przejście od MOND do Newtona występuje przy $r_M \sim \sqrt{(G_N M/a_0)}$. Siła MOND $\sim \sqrt{G_N M a_0}/r$ w trywialny sposób przekształca się w siłę Newtona $G_N M/r^2$ gdy $r \ll r_M$, ale w wewnętrznym Układzie Słonecznym to nie wystarczy. Poprawki do r^{-2} ze względu na φ będą konkurować z siłą(ami) post-newtonowską(imi) $\sim (G_N M)^2/r^3$, a te są ograniczone na orbicie Merkurego przez wartość mniejszą od $\sim 10^{-4}$ [E82, E106]. Tłumienie tych sił może nastąpić poprzez zasłanianie lub śledzenie. W tym pierwszym, φ jest zasłanianie przy wielkich $\vec{\nabla}\varphi$ tak, aby $\Phi \approx \hat{\Phi}$, przy czym w drugim $\varphi \rightarrow \hat{\Phi}/\lambda_s$, tak, że $G_N = (1 + 1/\lambda_s)\hat{G}$. Modelujemy obie wielkości z użyciem λ_s ponieważ zasłanianie jest równoważne $\lambda_s \rightarrow \infty$. W kategoriach \mathcal{J} , jeśli $\mathcal{J} \rightarrow \lambda_s\mathcal{Y}$, to zachodzi śledzenie natomiast zasłanianie występuje, jeśli \mathcal{J} posiada wyrazy \mathcal{Y}^p w których $p \geq 3/2$ (może to być sprzeczne z orbitą Merkurego nawet gdy $p \rightarrow \infty$) lub odbywa się przez wyrazy wyższego rzędu nieobecne w (103).

Rozważmy wymaganie (iii), czyli pomyślna kosmologia. W (103) mamy nowy st. sw. $\varphi(\vec{x})$ i oczekujemy, że to samo pojawi się w kosmologii, ale z zależnością od czasu czyli $\bar{\phi}(t)$. Rozważmy płaską metrykę FRW taką, że $g_{00} = -N^2$ i $g_{ij} = a^2\gamma_{ij}$, gdzie $N(t)$ jest funkcją upływu oraz $a(t)$ jest współczynnikiem skali. Jakich własności należy oczekiwać odnośnie ewolucji kosmologicznej $\bar{\phi}(t)$? Prawo MOND dla galaktyk nie mówi nic w tej kwestii. Jednak istnieje jeszcze jedno prawo empiryczne dotyczące kosmologii: czyli istnienie znacznego skalowania gęstości energii a^{-3} . W paradygmacie DM takie prawo jest naturalną konsekwencją faktu, że cząstki spełniają bezkolizyjne równanie Boltzmanna. Zasadność tego prawa została przetestowana [E104, E116] oraz w czasie pomiędzy zrównaniem promieniowania z materią i ponownym połączeniem – prawo to jest zasadne z dokładnością do $\sim 10^{-3}$. Czy istnieją modele pola skalarnego prowadzące do skalowania gęstości energii gdy $\bar{\rho} \sim a^{-3}$?

Odpowiedź brzmi „tak”: istota k symetryczna względem przesunięcia. W [E44] wykazano, że pole skalarnie z lagranżjanem $\sim \mathcal{K}(\vec{\mathcal{X}})$, gdzie $\vec{\mathcal{X}} = \dot{\bar{\phi}}^2/N^2$, prowadzi do pyłu (czyli $\bar{\rho} \sim a^{-3}$) plus rozwiązania ze stałą kosmologiczną (CC) pod warunkiem, że $\mathcal{K}(\vec{\mathcal{X}})$ posiada minimum w $\vec{\mathcal{X}} = \vec{\mathcal{X}}_0 \neq 0$. Taki model jest granicą przy

niskiej energii dla kondensacji ducha [E42, E50] chociaż w działaniu tego ostatniego zawierają się również wyrazy wyższych pochodnych $\sim (\square\phi)^2$. Działanie FRW jest następujące

$$S = \frac{1}{8\pi\bar{G}} \int d^4x N a^3 \left[-\frac{3H^2}{N^2} + \mathcal{K}(\bar{\mathcal{Q}}) \right] + S_m[g] \quad (106)$$

gdzie $\bar{\mathcal{Q}} = \dot{\phi}/N$ oraz $H = \dot{a}/a$. Co ciekawe, (103) oraz (106) są symetryczne względem przesunięć, odpowiednio φ oraz ϕ . Proponujemy, aby analogowy MOND na FRW był dany wzorem (106) przy czym

$$\mathcal{K} = -2\Lambda + \mathcal{K}_2(\bar{\mathcal{Q}} - \mathcal{Q}_0)^2 + \dots \quad (107)$$

gdzie Λ jest CC, \mathcal{K}_2 i \mathcal{Q}_0 są parametrami oraz (...) oznacza wyższe potęgi w tym rozwinięciu. Rozwinięcie w $\bar{\mathcal{Q}} - \mathcal{Q}_0$ zamiast $\mathcal{X} - \mathcal{X}_0$ jest najbardziej ogólnym rozwinięciem, które prowadzi do rozwiązań z pyłem $\mathcal{K}(\bar{\mathcal{X}})$. W tym modelu CC pozostaje parametrem, który może być dowolnie określony, podobnie jak w modelu Λ -zimnej DM (Λ CDM). Zgodnie z [E42, E50], nazywamy to (grawitacyjną) fazą Higgsa.

Wymaganie (iv) dotyczące prawidłowego soczewkowania grawitacyjnego bez DM należy do teorii relatywistycznej. Minimalna teoria dla RelMOND jest teorią skalarno-tensorową [E18] ze skalarą zapewniającym współczynnik konforemności między dwiema metrykami. Ponieważ jednak zerowe linie geodezyjne są niezmiennicze przez transformacje konforemne, takie teorie nie mogą wytworzyć wystarczającej ilości soczewkowania z barionów w reżimie MONDA. Sanders rozwiązał problem soczewkowania, zamieniając transformację konforemna na dysforemna [E31] za pomocą pola wektorowego jednostkowo-czasopodobnego, które Bekenstein [E43] wprowadził do TeVeS. Wektor jednostkowo-czasopodobny posiada składową $A^0 \sim \sqrt{-g^{00}}$, co zapewnia, że dwa potencjały metryczne są równe (jak w GR), tak, że rozwiązania, które upodabniają się do DM również wytwarzają prawidłowe ugięcie światła.

Tymczasem anizotropowe skalowanie prawa MOND $\sim |\vec{\nabla}\varphi|^3$ w porównaniu z poprawnie działającą kosmologią, która implikuje wyrazy takie jak $\dot{\phi}^2$ oraz $\dot{\phi}^4$, heurystycznie implikuje (grawitacyjne) naruszenie równań Lorentza. Dobrym sposobem na wprowadzenie takiego składnika jest użycie pola wektorowego typu jednostkowo-czasopodobnego A_μ , co bardzo przypomina ducha teorii Einsteina-Æthera [E7, E38], oraz TeVeS [E31, E43].

Obserwatorium grawitacyjne z interferometrem laserowym (LIGO) i interferometri Virgo [E91] obserwowały GW z binarnego połączenia gwiazd neutronowych. W połączeniu z obserwacjami elektromagnetycznymi [E96, E99], (powyższe) silnie ogranicza prędkość modu tensora GW, która w efekcie staje się równa prędkości światła. Analizując prędkość modu tensora, pokazano, że TeVeS jest [E101, E102, E103, H3] niezgodne z obserwacjami LIGO-Virgo dla dowolnego wyboru parametrów. Niezbędne st. sw. ϕ i A_μ są również składnikami TeVeS, tylko w tych przypadkach, gdzie wprowadzono drugą metrykę jako połączenie $g_{\mu\nu}$, ϕ i A_μ . W [O1], ϕ i A_μ zostały połączone w czasopodobny (ale nie jednostkowy) wektor B_μ , i zostało pokazane, że TeVeS może być sformułowane w sposób równoważny z jedną metryką $g_{\mu\nu}$ w minimalnym stopniu sprzężoną z materią, a B_μ z niekanonicznym i dość skomplikowanym wyrazem kinetycznym. Na podstawie pary $\{g_{\mu\nu}, B_\mu\}$ została odkryta ogólna klasa teorii [H3], w której prędkość modu tensora równa się prędkości światła we wszystkich sytuacjach, spełniając wymaganie (v).

Podzbiór ogólnej klasy działań rozważanych w [H3] zależy od skalaru ϕ oraz wektora jednostkowo-czasopodobnego A^μ takiego jak

$$S = \int d^4x \frac{\sqrt{-g}}{16\pi\bar{G}} \left[R - \frac{K_B}{2} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + 2(2 - K_B) J^\mu \nabla_\mu \phi - (2 - K_B) \mathcal{Y} - \mathcal{F}(\mathcal{Y}, \mathcal{Q}) - \lambda(A^\mu A_\mu + 1) \right] + S_m[g] \quad (108)$$

gdzie $F_{\mu\nu} = 2\nabla_{[\mu} A_{\nu]}$, $J_\mu = A^\alpha \nabla_\alpha A_\mu$, a mnożnik Lagrange'a λ nakłada jednostkowo-czasopodobne ograniczenie na A_μ . Dodatkowo $\mathcal{F}(\mathcal{Y}, \mathcal{Q})$ jest funkcją niezależną $\mathcal{Q} = A^\mu \nabla_\mu \phi$ oraz $\mathcal{Y} = q^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi$, gdzie $q_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + A_\mu A_\nu$ jest trój-metryką ortogonalną do A^μ . Zauważmy, że (108) jest symetryczne względem przesunięcia pod $\phi \rightarrow \phi + \phi_0$.

Na FRW $\phi = \bar{\phi}(t)$, przy czym $A_0 = -N$ oraz $A_i = 0$, stąd $\mathcal{Y} = 0$ oraz $\mathcal{Q} = \bar{\mathcal{Q}}$. Definiujemy $\mathcal{K}(\bar{\mathcal{Q}}) = -\frac{1}{2}\mathcal{F}(0, \bar{\mathcal{Q}})$ tak, że (108) przekształca się dokładnie w (106), o którym stwierdziliśmy, że spełnia wymaganie (iii). W granicy quasistatycznej słabego pola określamy $g_{00} = -1 - 2\Psi$ oraz $g_{ij} = (1 - 2\Phi)\gamma_{ij}$ oraz zakładamy, że A^μ dopasowuje się do kierunku czasu tak, że $A^0 = 1 - \Psi$ i $A^i = 0$. Skalar jest rozwinięty jako $\phi = \bar{\phi} + \varphi$ oraz $\dot{\phi} \ll |\vec{\nabla}\varphi|$, przy czym $\bar{\phi}$ może otrzymać wartość swojego minimum FRW (z późnego Wszechświata) \mathcal{Q}_0 .

Stąd, $\mathcal{Q} = (1 - \Psi)\mathcal{Q}_0$. Następnie (108) prowadzi do $\Psi = \Phi$, które można zastąpić działaniem, aby otrzymać

$$S = - \int d^4x \left\{ \frac{2 - K_B}{16\pi\tilde{G}} \left[|\vec{\nabla}\Phi|^2 - 2\vec{\nabla}\Phi \cdot \vec{\nabla}\varphi + |\vec{\nabla}\varphi|^2 - \mu^2\Phi^2 + \mathcal{J}(\mathcal{Y}) \right] + \Phi\rho \right\} \quad (109)$$

gdzie $\mathcal{J}(\mathcal{Y}) = \mathcal{F}(\mathcal{Y}, \mathcal{Q}_0)/(2 - K_B)$. W porównaniu z (103) pojawia się nowy wyraz, który wygląda jak “wyraz masy” dla Φ , gdzie $\mu = \sqrt{\frac{2K_2}{2 - K_B}}\mathcal{Q}_0$. Rozwiązanie dla Φ będzie jak to otrzymane z (103) tylko dla $r \lesssim r_C$, gdzie $r_C \sim (r_M\mu^{-2})^{1/3}$, natomiast jest oscylacyjne dla $r \gtrsim r_C$. Wymagamy $\mu^{-1} \gtrsim 1\text{Mpc}$, aby zachowanie MOND zgodnie z (103) mogło nadal występować w galaktykach. Zatem granica quasistatyczna ma co najmniej trzy parametry: λ_s , a_0 oraz μ .

Podczas gdy materia spręga się tylko z Φ , grawitacja jest wyposażona w dwa potencjały Φ i φ , których działanie nie jest diagonalne, ale zawiera wyraz mieszania $J^\mu\nabla_\mu\phi \rightarrow \vec{\nabla}\Psi \cdot \vec{\nabla}\varphi$. Bez tego ostatniego, φ rozpręga się i nie powstaje w tej sytuacji modyfikacja grawitacji, z wyjątkiem $\mu^2\Phi$, które jest podobne do kondensacji ducha [E42, E50]. Diagonalizacja poprzez określenie $\Phi = \hat{\Phi} + \varphi$ i utożsamienie $\tilde{G} = (1 - \frac{K_B}{2})\hat{G}$ przekształca (109) w (103) (plus wyraz $\mu^2\Phi^2$). Ponieważ, $\Psi = \Phi$, (109) prowadzi do prawidłowego soczewkowania, gdy rozwiązanie Φ upodabnia się do DM. Spełnia to wymagania (i), (ii) oraz (iv).

Teoria właśnie przedstawiona została skonstruowana tak, aby doprowadzić do wszechświata FRW przypominającego ΛCDM . Biorąc pod uwagę ogólne $\mathcal{K}(\mathcal{Q})$, definiujemy gęstość energii jako $8\pi\tilde{G}\tilde{\rho} = \mathcal{Q}\frac{d\mathcal{K}}{d\mathcal{Q}} - \mathcal{K}$ oraz ciśnienie jako $8\pi\tilde{G}\tilde{P} = \mathcal{K}$ tak, aby było spełnione zwykle równanie FRW. Równanie pola dla $\bar{\phi}$ może być scałkowane jeden raz, co prowadzi do $\frac{d\mathcal{K}}{d\mathcal{Q}} = \frac{I_0}{a^3}$ dla warunku początkowego I_0 . Kiedy \mathcal{K} podlega rozwinięciu (107), to $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}_0 + I_0/a^3 + \dots$, tak, że $\tilde{\rho} = \tilde{\rho}_0/a^3 + \dots$, gdzie $8\pi\tilde{G}\tilde{\rho}_0 = \mathcal{Q}_0 I_0$. Ciśnienie wynosi $\tilde{P} = w_0\tilde{\rho}_0/a^6 + \dots$, gdzie $w_0 = \frac{8\pi\tilde{G}\tilde{\rho}_0}{4\mathcal{Q}_0^2\mathcal{K}_2}$ jest równaniem stanu dla $a = 1$, to znaczy, $w = w_0/a^3 + \dots$ tak, że $\tilde{P} = w\tilde{\rho}$. Dokonanie wariacji w względem czasu implikuje adiabatyczną prędkość dźwięku $c_{\text{ad}}^2 = d\tilde{P}/d\tilde{\rho} = \frac{d\mathcal{K}/d\mathcal{Q}}{\mathcal{Q}d^2\mathcal{K}/d\mathcal{Q}^2}$ oraz jeśli \mathcal{K} podlega (107), to $c_{\text{ad}}^2 = 2w_0/a^3 + \dots$. Oczywiście, $w \geq 0$ i $c_{\text{ad}}^2 \geq 0$, gdzie punkt zerowy jest osiągniany, gdy $a \rightarrow \infty$. Ponieważ rozwiązanie zależy od warunku początkowego I_0 , gęstość $\tilde{\rho}$ nie jest (klasycznie) przewidywana.

Aby mieć właściwą epokę materii kosmologicznej w fazie Higgsa, potrzebujemy aby w_0 było dostatecznie małe. Obserwacje [E104, E116] dają $w \lesssim 0.02$ dla $a \sim 10^{-4}$, stąd, $w_0 \lesssim 2 \times 10^{-14}$. Tymczasem, $\mu^{-1} \gtrsim \text{Mpc}$ pozwala nie utracić zachowania MOND i prowadzi do $w_0 > \frac{3H_0^2\text{Mpc}^2\Omega_0}{2(2 - K_B)} \gtrsim 10^{-8}$. Jeśli wpływ wyrazu μ w (109) nie zostanie złagodzony w jakiejś przyszłej teorii, faza Higgsa nie może być przedłużona zbyt daleko w przeszłość, a wyrazy wyższego rzędu w (107) muszą być brane pod uwagę. W ramach bieżącej konfiguracji, można to zapewnić za pomocą funkcji $\mathcal{K}(\mathcal{Q})$, która tłumi w i c_{ad}^2 podczas większości ewolucji kosmicznej. Przykładami są $\mathcal{K} = 2\mathcal{K}_2\mathcal{Z}_0^2 [\cosh(\mathcal{Z}) - 1]$ (“funkcja Cosh”) i $\mathcal{K} = 2\mathcal{K}_2\mathcal{Z}_0^2 [e^{\mathcal{Z}^2} - 1]$ (“funkcja Exp”), gdzie $\mathcal{Z} = (\mathcal{Q} - \mathcal{Q}_0)/\mathcal{Z}_0$.

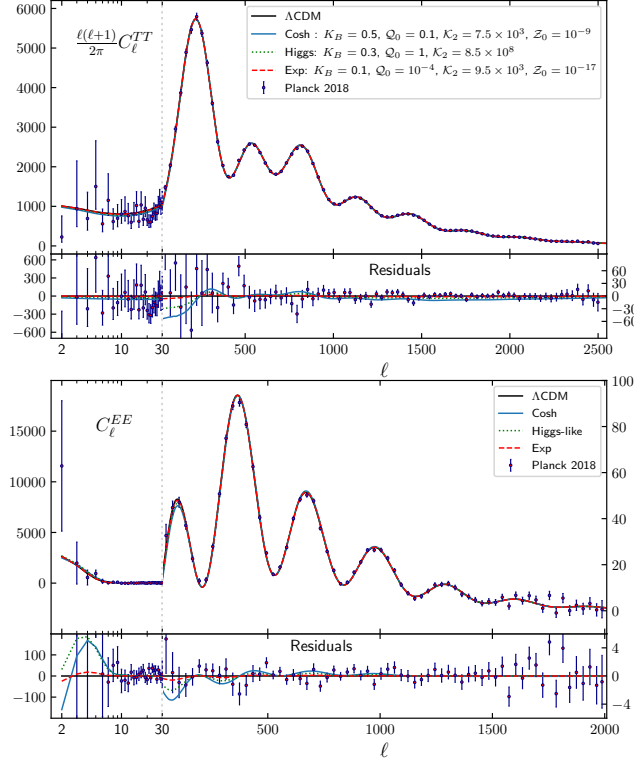
Ścisłe sprzężenie barionów z fotonami we wczesnym Wszechświecie prowadzi do Jedwabnego tłumienia i wymazuje w barionach całą strukturę o małej skali, zapobiegając powstawaniu galaktyk w późnym Wszechświecie. W obrębie GR, zimna DM podtrzymuje potencjały grawitacyjne w okresie ścisłego sprzężenia, stymulując powstawanie galaktyk i wpływając na względne szczytowe wysokości CMB, co dodatkowo potwierdził, np. satelita Plancka [E111]. Sprawdzenie czy ta teoria odpowiada widmom CMB i MPS wymaga badania fluktuacji liniowych FRW.

Rozważmy rodzaje skalarów w cechowaniu Newtona takie, że $g_{00} = -(1 + 2\Psi)$, $g_{0i} = 0$ i $g_{ij} = a^2(1 - 2\Phi)\gamma_{ij}$ i zaburzymy skalar w sposób $\phi = \bar{\phi} + \varphi$ a wektor w sposób $A_\mu = \{-1 - \Psi, \vec{\nabla}_i\alpha\}$. Zaburzone równania Einsteina, równania wektorowe i skalarnie zależą od nowych rodzajów skalarnych φ i α oraz ich pochodnych. Równanie ścinania pozostaje jak w GR, podobnie jak jest to zwykle w równaniach Boltzmanna dla barionów, fotonów i neutrin ponieważ one wchodzą w sprzężenia tylko z $g_{\mu\nu}$.

Przyjęcie, że $\chi \equiv \varphi + \dot{\bar{\phi}}\alpha$, $\gamma \equiv \dot{\bar{\phi}} - \dot{\bar{\phi}}\Psi$, $E \equiv \dot{\alpha} + \Psi$ i zdefiniowanie kontrastu gęstości δ oraz dywergencji pędu θ za pomocą

$$\delta \equiv \frac{1 + w}{\dot{\bar{\phi}}c_{\text{ad}}^2}\gamma + \frac{1}{8\pi\tilde{G}a^2\tilde{\rho}}\vec{\nabla}^2 [K_B E + (2 - K_B)\chi] \quad (110)$$

$$\theta \equiv \frac{\dot{\varphi}}{\dot{\bar{\phi}}} \quad (111)$$



Rysunek 4: The CMB temperatura (T) C_ℓ^{TT} oraz polaryzacja w modzie E C_ℓ^{EE} kątowne widma mocy dla Λ CDM a ta teoria dla kolekcji funkcji i wartości parametrów. Parametry Λ CDM są kątową skalą akustyczną $100\theta_s = 1.04171$, gęstość DM $\Omega_c h^2 = 0.1202$, gęstość barionów $\Omega_b h^2 = 0.02235$, głębia optyczna ponownej jonizacji $\tau = 0.049$, frakcja helu $Y_{\text{He}} = 0.242$, pierwotna amplituda skalarna $10^9 A_s = 2.078$ oraz indeks widmowy $n_s = 0.963$, natomiast krzywe MOND odchylają się od tych [parametrów] w zakresie $\sim \{0.07, 0.33, 3.98, 14.29, 1.57, 0.58, 2.60\}$ procent. Modele MOND mają [granice] $\lambda_s = \infty$ natomiast ich pozostałe parametry pokazano w części C_ℓ^{TT} , wraz z Q_0 oraz Z_0 w Mpc^{-1} . Parametry funkcji “Higgsopodobnych” są niezgodne z granicą MOND.

pozwala wyrazić równania Einsteina w takiej samej postaci jak w GR, tj. $\delta G^0_0 = 8\pi G \sum_I \bar{\rho}_I \delta_I$ oraz $\delta G^0_j = -8\pi G \sum_I (\bar{\rho}_I + \bar{P}_I) \bar{\nabla}_j \theta_I$, gdzie indeks I przebiega po wszystkich gatunkach materii, w tym nowych zmiennych δ oraz θ . Zmienne te podlegają standardowym równaniom płynów

$$\dot{\delta} = 3H(w\delta - \Pi) + (1+w) \left(3\dot{\Phi} - \frac{k^2}{a^2} \theta \right) \quad (112)$$

$$\dot{\theta} = 3c_{\text{ad}}^2 H \theta + \frac{\Pi}{1+w} + \Psi \quad (113)$$

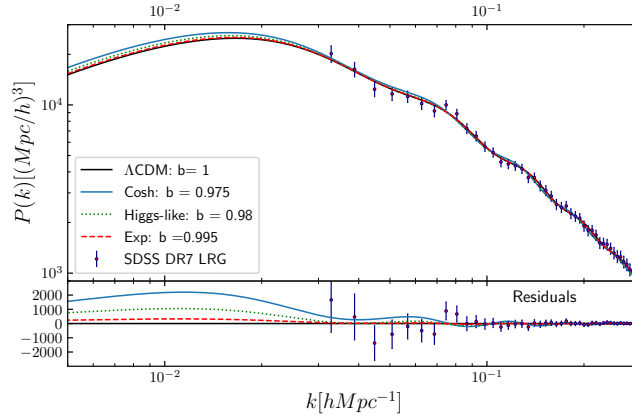
ale przy niestandardowym kontraście ciśnienia:

$$\Pi = c_{\text{ad}}^2 \delta - \frac{c_{\text{ad}}^2}{8\pi \tilde{G} a^2 \bar{\rho}} \bar{\nabla}^2 [K_B E + (2 - K_B) \chi] \quad (114)$$

W związku z tym powstały układ nie jest równoważny ciemnemu płynowi, tzn. ciśnienie niestandardowe, określone w ten sposób, nie zamyka się pod zmiennymi płynu, ale zależy od zaburzeń pola wektorowego α i E . To ostatnie ewoluuje wraz z

$$K_B (\dot{E} + HE) = \frac{dK}{dQ} \chi - (2 - K_B) \left[\frac{\dot{\phi}}{1+w} \Pi + (H + \dot{\phi}) \chi - 3c_{\text{ad}}^2 H \dot{\phi} \alpha \right] \quad (115)$$

W aspekcie kosmologicznym, niezbędne dodatkowe parametry swobodne dla Λ CDM są λ_s (wpływające na efektywną kosmologiczną siłę grawitacji), K_B , K_2 (lub równoważnie w_0) i Q_0 . One ustalają μ , które



Rysunek 5: Liniowe MPS $P(k)$ dla modeli z rys. 4 ilustrujące doskonałą zgodność z danymi z badania Sloan Digital Sky Survey (SDSS) wydanie 7 (DR7), świecące czerwone galaktyki (LRG) [E65]. Mamy również parametr błędu systematycznego b . Zauważmy, że (wyliczona) stała Hubble’a dla każdego modelu jest inna.

pojawia się w reżimie quasistatycznym. Bardziej rozbudowane funkcje $\mathcal{K}(\mathcal{Q})$ posiadają dalsze parametry, np. \mathcal{Z}_0 w przypadku powyższych funkcji “Cosh” lub “Exp”. Zwróćmy uwagę, że a_0 nie pojawia się w liniowym reżimie kosmologicznym, ale będzie odgrywać rolę po dołączeniu nieliniowych wyrazów z $\mathcal{F}(\mathcal{Y}, \mathcal{Q})$.

Na rys. 4 i 5 CMB oraz MPS są pokazane w przypadkach funkcji “Cosh”, “Exp” oraz “Higso-podobnej” $\mathcal{K}(\mathcal{Q}) = \frac{\mathcal{K}_2}{4\mathcal{Q}_0^2} (\mathcal{Q}^2 - \mathcal{Q}_0^2)^2$, obliczonych numerycznie z ewolucji tła FRW i zlinearyzowanych równań za pomocą a) kodu Boltzmanna napisanego przez współautora Constantinos Skordisa oraz b) wersji kodu CLASS CMB [E73] zmodyfikowanego przeze mnie (Thomas Zlosnik). Sprawdzono, czy wyniki obu kodów zgadzają się z dobrą dokładnością. Użyliśmy adiabatycznych warunków początkowych i standardowego początkowego widma mocy $P_0 = A_s k^{n_s}$ o amplitudzie A_s i indeksie widmowym n_s . Dla szerokiego zakresu parametrów ta relatywistyczna teoria MOND jest spójna z pomiarami CMB z satelity Plancka. Dzieje się tak, ponieważ c_{ad}^2 i w są dostatecznie małe, aby $\Pi \rightarrow 0$, dlatego otrzymujemy ewolucję pyłopodobną w formie $\dot{\delta} = 3\dot{\Phi} - \frac{k^2}{a^2}\theta$ i $\dot{\theta} = \Psi$, podczas gdy pole wektorowe rozprzega się. Zauważ, że pole A_μ zawiera również zaburzenie ‘czystego wektora’/modu bez dywergencji, które powinno zachowywać się podobnie jak w teorii Einsteina-Æthera [E7, E38]. Może to prowadzić do odcisków na sygnale polaryzacji CMB w B -modzie.

W ten sposób wykazano, że kosmologiczny reżim tej teorii odtwarza widma mocy CMB i MPS w skalach liniowych i że zachowanie w rodzaju MOND pojawia się w przybliżeniu quasistatycznym. Oczekuje się, że to ostatnie będzie zachodzić jednak dla obiektów wiralizowanych, jednak otwarte pozostaje pytanie, jak takie obiekty powstają z zasadniczego pola gęstości, tj. w jaki sposób dwa reżimy łączą się. an open problem. Będzie to miało miejsce w skali, która będzie zależeć od a_0 , μ oraz \mathcal{Q}_0 i prawdopodobnie będzie odgrywał rolę nieliniowy wyraz $\sim \nabla(\nabla\phi)^2/a_0$, który pochodzi z \mathcal{F} . Można się spodziewać, że w skalach lekko nieliniowych, reżim quasistatyczny nie został jeszcze osiągnięty.

Gdy przyjmiemy $\tilde{M}_p^2 = 1/(8\pi\tilde{G})$ i znormalizujemy kanonicznie do $\tilde{\phi} = \sqrt{2\mathcal{K}_2}\tilde{M}_p\phi$ w (107), działanie FRW (106) przyjmuje postać

$$S = \int d^4x N a^3 \left[-3\tilde{M}_p^2 \frac{H^2}{N^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{\tilde{\phi}}}{N} - \Lambda_c^2 \right)^2 + \dots \right] \quad (116)$$

gdzie $\Lambda_c^2 = \tilde{M}_p \sqrt{2\mathcal{K}_2} \mathcal{Q}_0$. Biorąc pod uwagę granicę MOND w (108) otrzymujemy $\tilde{M}_p^2 \mathcal{F}/2 \rightarrow |\vec{\nabla}\tilde{\phi}|^3/\Lambda_0^2$, gdzie $\Lambda_0^2 = 12[\mathcal{K}_2(1+1/\lambda_s)/(2-K_B)]^{3/2} M_p a_0$. Skala ta wskazuje na energię, powyżej której korekty kwantowe mogą być ważne, a poniżej której możemy zaufać teorii klasycznej. Ponieważ $a_0 \sim H_0/6$, to $\Lambda_0 \gtrsim \text{meV} \sim (0.1\text{mm})^{-1}$. Prawo Newtona r^{-2} zostało przetestowane w zakresie do $\sim 52\mu\text{m}$ [E117], a krzywe na Rys.4 i 5 mają $\Lambda_0^{-1} \lesssim 100\text{nm}$.

Nieobecność duchów do rzędu kwadratowego oznacza zdrową teorię, która może powstać jako granica bardziej fundamentalnej teorii. Obecnie nie mamy takiej teorii, ale omawiamy przypadek, który może nas zbliżyć do celu. Wektor w (108) nie wydaje się podlegać niezmienniczości cechowania, ale w działaniu kwadratowym (128) podlega jej poprzez mieszanie z dyfeomorfizmami $h_{\mu\nu}$. Nie jest to przypadek. Znormali-

zujemy poprzez $\hat{A}_\mu = M_{\text{ggc}} A_\mu$ dla pewnej skali M_{ggc} i wstawimy wyraz $-\frac{1}{4} \frac{\tilde{M}_p^4}{M_{\text{ggc}}^4} \lambda^2$. Dokonując wariacji względem λ i używając warunku ograniczającego do usunięcia λ z działania, wykonajmy transformację Stückelberga $\hat{A}_\mu \rightarrow \hat{A}_\mu + \nabla_\mu \xi / M_{\text{ggc}}$ oraz definiujmy pochodną kowariantną działającą na “pole kątowe” ξ jako $\mathcal{D}_\mu \xi = \nabla_\mu \xi / M_{\text{ggc}} + \hat{A}_\mu$. Działanie przekształci się w

$$S = S_{EH} + \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ -\frac{1}{4g_{\text{ggc}}^2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{4} (\mathcal{D}^\mu \xi \mathcal{D}_\mu \xi + M_{\text{ggc}}^2)^2 \right\} \quad (117)$$

oraz wyrazy zależne od ϕ , , gdzie $F_{\mu\nu} = \nabla_\mu \hat{A}_\nu - \nabla_\nu \hat{A}_\mu$, $g_{\text{ggc}}^2 = \frac{M_{\text{ggc}}^2}{K_B M_p^2}$. Rezultatem jest działanie cechowanego kondensatu ducha (GGC) [E47] lub pola trzmiela [E22], które zostało zaproponowane jako zdrowa teoria niezmiennicza względem cechowania dotycząca spontanicznego naruszenia Lorentza. Teoria Einsteina-Æthera, część (108), jest (zdrową) granicą rozprężania GGC poprzez przyjęcie $M_{\text{ggc}} \rightarrow \infty$ jeśli $0 < K_B < 2$ (w naszym zapisie) [E47]. Argumentuje się [E47], że M_{ggc} może wynosić nawet 10^{12}GeV . Zważywszy, że ϕ jest symetryczne pod przesunięciem, naturalne jest obciążenie go pod tą symetrią, podobną do ξ , co pozwoli, aby $\mathcal{D}_\mu \phi = \nabla_\mu \phi / M_{\text{ggc}} + \hat{A}_\mu$. Co ciekawe, możemy zrównać $\mathcal{Q} - \mathcal{Q}_0 \rightarrow \mathcal{D}^\mu \xi \mathcal{D}_\mu \phi$, przy czym dla wyrazu zachodzi $J^\mu \nabla_\mu \phi \rightarrow F^{\mu\nu} \mathcal{D}_\mu \xi \mathcal{D}_\nu \phi$, oba z nich pomnożymy przez odpowiednie stałe. Wyrazy zawierające \mathcal{Y} mogą być konstruowane przy użyciu $(g^{\mu\nu} + \mathcal{D}^\mu \xi \mathcal{D}^\nu \xi / M_{\text{ggc}}^4) \mathcal{D}_\mu \phi \mathcal{D}_\nu \phi$. Chociaż rozszerzenie naszej pracy jako takiej nie wyjaśnia wyrazu MOND $\mathcal{Y}^{3/2}$, to może wskazać obiecujące kierunki dalszych postępów. W dalszej części przedstawiono systematyczne badanie stabilności modelu w odniesieniu do zaburzeń liniowych wokół przestrzeni Minkowskiego.

5.5.3 Teoria skalarno-tensorowa Aether’a: Stabilność liniowa na przestrzeni Minkowskiego

Jak wspomniano, typowe teorie grawitacji inne niż GR (GR) wprowadzają nowe stopnie swobody do sektora grawitacyjnego, wykraczające poza tensor metryczny obecny w GR [E64, E75]. O ile te stopnie swobody mogą odgrywać ważną rolę w wyjaśnianiu aspektów DS, kluczowe jest, aby nie wprowadzały one również niestabilności, które są niezgodne z obserwacjami. Ograniczenia obserwacyjne sugerują, że istnieją obszary czasoprzestrzeni, które da się przybliżyć przez wysoce symetryczne rozwiązania (na przykład geometria w Układzie Słonecznym może być opisana jako zaburzona czasoprzestrzeń Minkowskiego, podczas gdy późny Wszechświat w największych skalach może być opisany jako zaburzona czasoprzestrzeń de Sittera) i że te przybliżenia utrzymują się przez czas własny co najmniej rzędu τ_s (na przykład dolne ograniczenia wieku Układu Słonecznego lub okres dominacji Λ w kosmologii).

Ważne jest zatem, aby nowe stopnie swobody nie wprowadzały niestabilności, które rosną w skali czasowej $\tau_i \ll \tau_s$. Aby zbadać tę kwestię, można rozważyć propagację niewielkich zaburzeń do wyżej wspomnianych wysoce symetrycznych rozwiązań. W klasycznym przypadku, pewne teorie grawitacji dopuszczają mody grawitacji, które rosną wykładniczo, przy czym skala czasowa τ_i wzrostu może zależeć od podstawowych parametrów teorii, które mogą prowadzić do znacznych ograniczeń ich wiarygodności [E54]. Inną możliwością jest to, że w pobliżu pewnego tła, niektóre mody zaburzeń mogą przenosić negatywną energię – albo poprzez wyrazy kinetyczne o błędnym znaku (duchy) albo wyrazy masy o błędnym znaku (tachiony). Zwłaszcza te pierwsze mogą sygnalizować patologiczne zachowanie w teorii kwantowej tych zaburzeń, co sygnalizuje, że rozwiązania tła nie można uznać za stabilne. Jeśli eksperymentalne ograniczenia sugerują, że przybliżenia do tła są długożyciowe, to sugeruje to, że dana teoria grawitacji nie jest zdrowa. Takie rozważania są zatem istotne przy rozważaniu wiarygodności teorii grawitacji.

Nowe stopnie swobody w AeST łączą się z metryką, aby stworzyć zmodyfikowaną fenomenologię dynamiki Newtona (MOND) [E15, E18] w quasistatycznej granicy słabego pola istotnej dla galaktyk jednocześnie zapewniając precyzję danych kosmologicznych [E110] porównywalnie dobrze z paradygmatem zimnej DM (CDM)⁸. Zachowanie kosmologiczne podobne do CDM nie jest nie jest związane z MOND, ale jest spowodowane wyrazami zawierającymi nowe pola, które mają tę samą postać, jak istota k symetryczna pod przesunięciem oraz model kondensatu ducha Scherrer2004,ArkaniHamedEtAl2003. Powoduje to jego kosmologiczną gęstość energii $\propto (1+z)^3$ oraz małe poprawki zaniku, które umożliwiają dopasowanie do danych kosmologicznych o dużej skali.

⁸Zobacz [E20, E31, E43, E46, E48, O4, E53, E59, E67, E70, E87, E85, E84, E97, E107, E109, E112] aby poznać podejścia do konstruowania teorii relatywistycznych grawitacji, które zawierają fenomenologię MOND.

Na płaskim tle FRW metryka przyjmuje postać $ds^2 = -dt^2 + a^2 \gamma_{ij} dx^i dx^j$ gdzie $a(t)$ jest współczynnikiem skali, oraz γ_{ij} jest płaską metryką przestrzenną. Pole wektorowe upraszcza się do $A^\mu = (1, 0, 0, 0)$ natomiast $\phi \rightarrow \bar{\phi}(t)$ prowadzi do $\mathcal{Q} \rightarrow \bar{\mathcal{Q}} = \bar{\phi}$ oraz $\mathcal{Y} \rightarrow 0$, w taki sposób, że możemy zdefiniować $\mathcal{K}(\bar{\mathcal{Q}}) \equiv -\frac{1}{2}\mathcal{F}(0, \bar{\mathcal{Q}})$. Wymagamy, aby $\mathcal{K}(\bar{\mathcal{Q}})$ miało minimum w \mathcal{Q}_0 (stała), abyśmy mogli je rozszerzyć gdy $\mathcal{K} = \mathcal{K}_2 (\bar{\mathcal{Q}} - \mathcal{Q}_0)^2 + \dots$, gdzie (...) oznacza wyrazy wyższego rzędu. Ten warunek prowadzi do $\bar{\phi}$ skalując gęstość energii w postaci pyłu $\sim a^{-3}$ podobnego do [E42, E44], oraz małe poprawki, które dążą do zera, gdy $a \rightarrow \infty$. W zasadzie, \mathcal{K} może być odsunięte od zera przy minimalnym \mathcal{Q}_0 , czyli $\mathcal{K}(\mathcal{Q}_0) = \mathcal{K}_0$, jednak takie odsunięcie może być wchłonięte do stałej kosmologicznej Λ , dlatego wybieramy umownie $\mathcal{K}_0 = 0$, co oznacza to samo dla funkcji macierzystej \mathcal{F} .

W quasistatycznej granicy słabego pola możemy ustalić skalarną pochodną względem czasu na minimum \mathcal{Q}_0 , co powinno się wydarzyć w późnym wszechświecie. Oznacza, to że możemy rozwinąć $\phi = \mathcal{Q}_0 t + \varphi$. Dodatkowo, w tej granicy $\mathcal{F} \rightarrow (2 - K_B)\mathcal{J}(\mathcal{Y})$, dzięki \mathcal{J} zdefiniowanemu odpowiednio jako $\mathcal{J}(\mathcal{Y}) \equiv \frac{1}{2 - K_B}\mathcal{F}(\mathcal{Y}, \mathcal{Q}_0)$. Okazuje się, że zachowanie MOND pojawia się, gdy $\mathcal{J} \rightarrow \frac{2\lambda_s}{3(1+\lambda_s)a_0}|\mathcal{Y}|^{3/2}$, gdzie a_0 jest stałą Milgroma, a λ_s jest stałą, która jest związana z granicą newtonowską lub GR. Mówiąc dokładniej, istnieją dwa sposoby przywrócenia GR: (i) zasłanianie oraz (ii) śledzenie. W pierwszym podejściu, skalar jest zasłaniany przy dużych gradientach $\bar{\nabla}\varphi$, gdzie $\bar{\nabla} \leftrightarrow \bar{\nabla}_i$ jest gradientem przestrzennym na płaskim tle γ_{ij} , a w tym drugim podejściu, $\lambda_s\varphi$ staje się proporcjonalne do potencjału newtonowskiego, co prowadzi do efektywnej stałej Newtona

$$G_N = \frac{1 + \frac{1}{\lambda_s}}{1 - \frac{K_B}{2}} \tilde{G}. \quad (118)$$

Zasłanianie można uzyskać albo za pomocą wyrazów w $\mathcal{J} \sim \mathcal{Y}^p$ przy $p > 3/2$ albo za pomocą wyrazów typu Galileona [E67], które należy dodać do (108). Tak czy inaczej, dla naszych celów w tej sekcji, możemy modelować zasłanianie gdy $\lambda_s \rightarrow \infty$.

Interesują nas regiony czasoprzestrzeni dobrze przybliżane przez słabe pola grawitacyjne modelowane jako fluktuacje na tle Minkowskiego $\eta_{\mu\nu}$ oraz istnienie tych regionów w późnym wszechświecie, gdzie pochodna względem czasu pola tła ustaliła się w swoim minimum \mathcal{Q}_0 , czyli $\bar{\phi} \rightarrow \mathcal{Q}_0$. Ponadto, przyjmuje się, że te regiony są znacznie mniejsze niż obecny horyzont kosmologiczny, dlatego możemy bezpiecznie zignorować stałą kosmologiczną.

Rozwijamy metrykę w postaci $g^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} - h^{\mu\nu}$, gdzie $\eta_{00} = -1$ oraz $\eta_{ij} = \gamma_{ij}$, pole wektorowe ⁹ ponieważ $A_\mu = (-1 + \frac{1}{2}h^{00}, \vec{A}_i)$ oraz skalar ponieważ $\phi = \mathcal{Q}_0 t + \varphi$. Tak więc nasze stopnie swobody są zaburzeniem metryki $h^{\mu\nu}$, zaburzeniem pola wektorowego \vec{A}_i (tylko jego 3-wymiarowa część pozostaje swobodna) oraz zaburzeniem pola skalarnego φ , z których wszystkie są w ogólności funkcjami przestrzeni i czasu. Używamy górnych lub dolnych indeksów przestrzennych za pomocą metryki przestrzennej γ_{ij} , czyli $\vec{A}^i = \gamma^{ij}\vec{A}_j$ oraz ustalamy $|\vec{A}|^2 = \vec{A} \cdot \vec{A} = \vec{A}_i \vec{A}^i$ (oraz używamy podobnego zapisu dla innych wektorów przestrzennych).

Nasze zmienne zaburzeniowe są podatne na czasoprzestrzenne transformacje cechowania generowane przez pole wektorowe ξ^μ . Ogólnie rzecz biorąc, dla tensora \mathbf{Y} , jego zaburzenie $\delta\mathbf{Y} = \mathbf{Y} - \bar{\mathbf{Y}}$ ze względu na postać jego tła $\bar{\mathbf{Y}}$ przekształca się do $\delta\mathbf{Y} \rightarrow \delta\mathbf{Y} + \mathcal{L}_\xi \bar{\mathbf{Y}}$, gdzie \mathcal{L}_ξ jest pochodną Liego. Zazwyczaj w przestrzeni Minkowskiego tylko metryka ma niezerową wartość tła ($\eta_{\mu\nu}$), tak że pola niebędące zaburzeniami metryki są niezmiennicze pod cechowaniem na takim tle. Jest to typowe dla ciemnych pól, to znaczy dodatkowe stopnie swobody zwiększają gęstość energii, ale nie mieszają się z zaburzeniami metryki poprzez transformacje cechowania tego rodzaju. Jednak w takim przypadku pole wektorowe, jak i pole skalarnie mają niezerową wartość tła: $\vec{A}_\mu = (-1, 0, 0, 0)$ i $\bar{\phi} = \mathcal{Q}_0 t$, stąd ich zaburzenia przekształcają się. Mówiąc dokładniej, przez parametryzację ξ^μ jako $\xi^\mu = (\xi_T, \vec{\xi}^i)$, otrzymujemy zwykle transformacje cechowania metryk

$$h_{\mu\nu} \rightarrow h_{\mu\nu} + \bar{\nabla}_\mu \xi_\nu + \bar{\nabla}_\nu \xi_\mu \quad (119)$$

gdzie $\bar{\nabla}_\mu$ jest pochodną kowariantną związaną z metryką Minkowskiego $\eta_{\mu\nu}$. W 3 + 1 formie powyższe

⁹Ścisłe mówiąc, aby spełnić warunek ograniczający Lagrange'a, potrzebujemy A_0 do drugiego rzędu, czyli $A_0 = -1 + \frac{1}{2}h^{00} - \frac{3}{8}(h^{00})^2 - \frac{1}{2}|\vec{A}|^2 - h^{0i}\vec{A}_i$ podobnie jak dla A^0 . Jednak, dla wszystkich pozostałych wyrazów (108), wystarczy rozwinąć A_0 oraz A^0 do pierwszego rzędu.

transformacje są wyraźnie podane jako

$$h_{00} \rightarrow h_{00} - 2\dot{\xi}_T \quad (120)$$

$$h_{0i} \rightarrow h_{0i} + \dot{\xi}_i - \vec{\nabla}_i \xi_T \quad (121)$$

$$h_{ij} \rightarrow h_{ij} + \vec{\nabla}_i \vec{\xi}_j + \vec{\nabla}_j \vec{\xi}_i. \quad (122)$$

Zaburzenia \vec{A} i φ przekształcają się jako

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A} - \vec{\nabla} \xi_T \quad (123)$$

$$\varphi \rightarrow \varphi + \mathcal{Q}_0 \xi_T. \quad (124)$$

Zauważmy, że transformacja pola wektorowego ma taką samą postać jak transformacje cechowania w elektromagnetyzmie, jednak generator jest również tutaj dyfeomorfizmem. Dzięki tym transformacjom cechowania możemy stworzyć następujące zmienne inwariantne względem cechowania:

$$\{\vec{\nabla} \varphi + \mathcal{Q}_0 \vec{A}, \vec{A} - \frac{1}{2} \vec{\nabla} h_{00}, \dot{\varphi} + \frac{1}{2} \mathcal{Q}_0 h_{00}\} \quad (125)$$

Zatem pola φ and \vec{A}_i mieszają się nietrywialnie z zaburzeniem metryki przez ξ_T . Naszym celem jest następnie rozwinięcie działania (108) do drugiego rzędu w tych polach. Z uwzględnieniem powyższego i dyskusji w poprzedniej sekcji, rozwijamy funkcję \mathcal{F} do postaci

$$\mathcal{F} = (2 - K_B) \lambda_s \mathcal{Y} - 2\mathcal{K}_2 (\mathcal{Q} - \mathcal{Q}_0)^2 + \dots \quad (126)$$

ponieważ umownie $\vec{\mathcal{F}}(0, \mathcal{Q}_0) = 0$ oraz $\frac{\partial \vec{\mathcal{F}}}{\partial \mathcal{Q}} \Big|_{\{0, \mathcal{Q}_0\}} = 0$ w minimum. The Wyrazy oznaczone przez (...) są wyrazami wyższego rzędu, które nie przyczyniają się do działania drugiego rzędu. Zwróćmy szczególną uwagę, że jeden z nich jest wyrazem typu MOND: $\sim |\mathcal{Y}|^{3/2}$ jak wspomniano w poprzedniej sekcji Ten wyraz nie przyczynia się do działania drugiego rzędu, ale wrócimy do tego w sekcji omówienia. Jako przykład rozważmy funkcję

$$\mathcal{F} = -2\mathcal{K}_2 (\mathcal{Q} - \mathcal{Q}_0)^2 + \lambda_s \left\{ \mathcal{Y} - 2a_0 (1 + \lambda_s) \sqrt{\mathcal{Y}} + 2(1 + \lambda_s)^2 a_0^2 \ln \left[1 + \frac{\sqrt{\mathcal{Y}}}{(1 + \lambda_s) a_0} \right] \right\} \quad (127)$$

W granicy dużego \mathcal{Y} , odtwarzane jest rozwinięcie (178) i wiodąca poprawka wynosi $\sim \sqrt{\mathcal{Y}}$, podczas gdy w granicy małego \mathcal{Y} , rozwinięcie jest spójne z (178) po określeniu $\lambda_s = 0$ a wiodąca poprawka jest wyrazem MOND $\frac{2\lambda_s}{3(1+\lambda_s)a_0} |\mathcal{Y}|^{3/2}$ Zauważmy obecność λ_s jako pozostałość jego wpływu na obserwowaną wartość stałej Newtona w reżimach silnej grawitacji. Rozwinięcie (108) do drugiego rzędu prowadzi do

$$\begin{aligned} S = \int d^4x \left\{ -\frac{1}{2} \bar{\nabla}_\mu h \bar{\nabla}_\nu h^{\mu\nu} + \frac{1}{4} \bar{\nabla}_\rho h \bar{\nabla}^\rho h + \frac{1}{2} \bar{\nabla}_\mu h^{\mu\rho} \bar{\nabla}_\nu h^\nu_\rho - \frac{1}{4} \bar{\nabla}^\rho h^{\mu\nu} \bar{\nabla}_\rho h_{\mu\nu} + K_B |\dot{\vec{A}} - \frac{1}{2} \vec{\nabla} h^{00}|^2 \right. \\ \left. - 2K_B \bar{\nabla}_{[i} A_{j]} \bar{\nabla}^{[i} A^{j]} + (2 - K_B) \left[2(\dot{\vec{A}} - \frac{1}{2} \vec{\nabla} h^{00}) \cdot (\vec{\nabla} \varphi + \mathcal{Q}_0 \vec{A}) - (1 + \lambda_s) |\vec{\nabla} \varphi + \mathcal{Q}_0 \vec{A}|^2 \right] \right. \\ \left. + 2\mathcal{K}_2 \left| \dot{\varphi} + \frac{1}{2} \mathcal{Q}_0 h^{00} \right|^2 + \frac{1}{M_p^2} T_{\mu\nu} h^{\mu\nu} \right\} \quad (128) \end{aligned}$$

gdzie dla wygody przeskalowaliśmy działanie $S \rightarrow 16\pi \tilde{G} S$. Pominęliśmy również wyznacznik $\sqrt{\gamma}$ w miarze ponieważ mamy do czynienia z całkami w czasoprzestrzeni Minkowskiego, ale można je rozumieć jako obecne we wszystkich całkowaniach. Następnie przydatne jest rozłożenie pól na skalarne, wektorowe i mody tensorów

$$h_{00} = -2\Psi \quad (129)$$

$$h_{0i} = -\vec{\nabla}_i \zeta - W_i \quad (130)$$

$$h_{ij} = -2\Phi \gamma_{ij} + D_{ij} \nu + 2\vec{\nabla}_{(i} V_{j)} + H_{ij} \quad (131)$$

$$\vec{A} = \vec{\nabla} \alpha + \vec{\beta} \quad (132)$$

gdzie $D_{ij} = \vec{\nabla}_i \vec{\nabla}_j - \frac{1}{3} \gamma_{ij} \vec{\nabla}^2$ jest bezśladowym przestrzennym operatorem pochodnej zgodnym z płaską metryką euklidesową dla tła. Mody \vec{W} , \vec{V} i $\vec{\beta}$ są modami czystego wektora, to znaczy są one transwersalne: $\vec{\nabla} \cdot \vec{W} = \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \vec{\nabla} \cdot \vec{\beta} = 0$, natomiast mod H_{ij} jest modem czystego tensora, to znaczy transwersalnym i bezśladowym: $\vec{\nabla}_i H^i_j = H^i_i = 0$. Tensor naprężenie-energia materii $T_{\mu\nu}$ zostaje również rozłożony do postaci

$$T_{00} = \rho \quad (133)$$

$$T_{0i} = \vec{\nabla}_i \theta + p_i \quad (134)$$

$$T_{ij} = P \gamma_{ij} + D_{ij} \Sigma^{(S)} + 2 \vec{\nabla}_{(i} \Sigma_{j)}^{(V)} + \Sigma_{ij}^{(T)} \quad (135)$$

gdzie mody skalarne to gęstość materii ρ , dywergencja pędu θ , ciśnienie P i ścinanie skalarne $\Sigma^{(S)}$, mody wektora to wirowa gęstość pędu materii p_i oraz ścinanie wektorowe $\Sigma_i^{(V)}$, takie, że $\vec{\nabla} \cdot \vec{p} = \vec{\nabla} \cdot \vec{\Sigma}^{(V)} = 0$, a modem tensora jest ścinanie tensorowe $\Sigma_{ij}^{(T)}$, takie, że $\vec{\nabla}_i \Sigma^{(T)i}_j = \Sigma^{(T)i}_i = 0$.

Przy tym rozłożeniu działanie drugiego rzędu dzieli się na trzy odrębne części: jedna dla modów $S^{(S)}$, jedna dla modów wektora $S^{(V)}$ i jedna dla modów tensora $S^{(T)}$. Rozważamy kolejno każdą z tych trzech części.

Zaburzenia pól A_μ and ϕ nie przyczyniają się do żadnych składowych modu tensora, zatem działanie modu tensora przyjmuje postać:

$$S^{(T)} = \int d^4x \left\{ \dot{H}^{ij} \dot{H}_{ij} - \vec{\nabla}^k H^{ij} \vec{\nabla}_k H_{ij} + 32\pi \tilde{G} \Sigma_{ij}^{(T)} H^{ij} \right\} \quad (136)$$

Odpowiada to działaniu dla modów tensora obecnych w GR, co jest zgodne z wcześniejszymi wynikami, gdzie bardziej ogólne obliczenia dotyczące modów tensora w nadklasie teorii, dla których (108) jest specjalnym podzbiorem, propagują się z prędkością światła [H3].

Rozważmy teraz mody wektorowe, które są opisane przez działanie

$$S^{(V)} = \int d^4x \left\{ -\frac{1}{2} (\dot{V}_i + W_i) \vec{\nabla}^2 (\dot{V}^i + W^i) + K_B \left[|\dot{\vec{\beta}}|^2 - \vec{\nabla}_i \beta_j \vec{\nabla}^i \beta^j - \mathcal{M}^2 |\vec{\beta}|^2 \right] + 16\pi \tilde{G} \left(\vec{p} \cdot \vec{W} - \Sigma_i^{(V)} \vec{\nabla}^2 V^i \right) \right\} \quad (137)$$

gdzie

$$\mathcal{M}^2 = \frac{(2 - K_B)(1 + \lambda_s) \mathcal{Q}_0^2}{K_B} \quad (138)$$

Pole $\vec{\beta}$ rozpręga się od pól metryki \vec{V} i \vec{W} oraz opisuje dwa rozległe stopnie swobody o masie \mathcal{M} . Oczywiście musimy wymagać, aby $K_B > 0$, aby uniknąć duchów i niestabilności gradientu. Wyraz masy \mathcal{M} jest również nietachionowy jeśli $0 < K_B < 2$, a zarazem $\lambda_s > -1$. Tym samym, rozważania o stabilności dla modów wektorowych implikują następujące ograniczenia przestrzeni parametrów AeST :

$$0 < K_B < 2, \quad \lambda_s > -1. \quad (139)$$

Zauważmy, że do tego rzędu, mody wektora $\vec{\beta}$ nie sprzęgają się z materią, a tym samym nie oczekuje się, aby były generowane przez źródła dla rzędu wiodącego.

Na koniec rozważmy zaburzenia skalarne. Rozpatrując tylko mody skalarne w (128), po kilku całkowaniach przez części, otrzymujemy działanie $S^{(S)}$:

$$S^{(S)} = \int d^4x \left\{ 6 \left(\frac{1}{6} \vec{\nabla}^2 \dot{\nu} - \dot{\Phi} \right) \left(\frac{1}{6} \vec{\nabla}^2 \dot{\nu} + \dot{\Phi} \right) + 4 \left(\frac{1}{6} \vec{\nabla}^2 \dot{\nu} + \dot{\Phi} \right) \vec{\nabla}^2 \zeta + 2 |\vec{\nabla} \Phi|^2 - \frac{2}{3} \Phi \vec{\nabla}^4 \nu + 4 \left(\vec{\nabla}^2 \Phi + \frac{1}{6} \vec{\nabla}^4 \nu \right) \Psi \right. \\ \left. + \frac{1}{18} |\vec{\nabla}(\vec{\nabla}^2 \nu)|^2 + 2 \mathcal{K}_2 \dot{\varphi}^2 - 4 \mathcal{K}_2 \mathcal{Q}_0 \dot{\varphi} \Psi + 2 \mathcal{K}_2 \mathcal{Q}_0^2 \Psi^2 + K_B |\vec{\nabla}(\dot{\alpha} + \Psi)|^2 + 2(2 - K_B) \vec{\nabla}(\dot{\alpha} + \Psi) \cdot \vec{\nabla} \chi \right. \\ \left. - (2 - K_B)(1 + \lambda_s) |\vec{\nabla} \chi|^2 - 16\pi \tilde{G} \rho \Psi - 16\pi \tilde{G} \vec{\nabla}^2 \theta \zeta - 48\pi \tilde{G} P \Phi + \frac{16\pi \tilde{G}}{3} \vec{\nabla}^4 \Sigma \nu \right\} \quad (140)$$

gdzie wprowadzono zmienną inwariantną względem cechowania $\chi \varphi + \mathcal{Q}_0 \alpha$, o której pokażemy, że odgrywa znaczącą rolę kolejnych rozważaniach. Ustalając, że skalarne źródła materii zanikają i przenosząc się do przestrzeni Fouriera, uzyskujemy

$$\begin{aligned}
S^{(S)} = \int dt \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \left\{ -6|\dot{\Phi}|^2 + \frac{1}{6}k^4|\dot{\nu}|^2 + 2k^2 \left[\left(\frac{1}{6}k^2\dot{\nu} - \dot{\Phi} \right) \zeta^* + c.c. \right] + 2k^2|\Phi - \frac{1}{6}k^2\nu|^2 + 2\mathcal{K}_2|\dot{\varphi} - \mathcal{Q}_0\Psi|^2 \right. \\
\left. + K_B k^2|\dot{\alpha} + \Psi|^2 - 2k^2 \left[\left(\Phi - \frac{1}{6}k^2\nu \right) \Psi^* + c.c. \right] + (2 - K_B)k^2 [(\dot{\alpha} + \Psi)\chi^* + c.c.] - (2 - K_B)(1 + \lambda_s)k^2|\chi|^2 \right\}
\end{aligned} \tag{141}$$

gdzie pola w (141) mają indeks dolny \vec{k} , aby jawnie pokazać ich zależność od k ponieważ są modami Fouriera pól w (140) przy czym (c.c) oznacza liczbę zespoloną sprzężoną.

Teraz znajdziemy mody normalne. Wystarczy pracować w cechowaniu Newtona, ustalając $\nu = \zeta = 0$. Określamy zależność wszystkich zaburzeń od czasu w postaci $e^{i\omega t}$ i przepisujemy (141) gdy $\int dt \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} Z^\dagger U Z + (h.c)$, gdzie $Z = \{\Psi, \Phi, \alpha, \varphi\}$ oraz U jest macierzą 4×4 współczynników, które zależą od ω , k i innych parametrów AeST. Znaleziony wyznacznik U to:

$$\det U = 4k^6\omega^2 \left\{ (2 - K_B) [(2 + K_B\lambda_s)k^2 + 2\mathcal{K}_2\mathcal{Q}_0^2(1 + \lambda_s)] - 2\mathcal{K}_2K_B\omega^2 \right\} \tag{142}$$

zatem określenie $\det U = 0$ daje dwie relacje dyspersji

$$\omega^2 = 0 \tag{143}$$

$$\omega^2 = c_s^2 k^2 + \mathcal{M}^2 \tag{144}$$

gdzie skalarna prędkość dźwięku wynosi

$$c_s^2 = \frac{(2 - K_B)}{\mathcal{K}_2 K_B} \left(1 + \frac{1}{2} K_B \lambda_s \right) \tag{145}$$

Zauważmy, że pierwszy mod nie prowadzi do propagacji fali, ale raczej do ewolucji modu w postaci $\sim A_0 + B_0 t$, gdzie A_0 i B_0 są stałymi zależnymi od k . Co ciekawe, drugi mod jest rozległy i posiada tę samą masę jak mod wektorowy $\vec{\beta}$. Dodatniość c_s^2 daje kolejne warunki stabilności, inne niż te podane powyżej dla modów wektorowych. Mówiąc dokładniej, ponieważ z (139) otrzymujemy $\lambda_s > -1$, to $1 + \frac{1}{2} K_B \lambda_s > 0$, co prowadzi do warunku

$$\mathcal{K}_2 > 0. \tag{146}$$

Aby lepiej zrozumieć naturę modów skalarnych, przeprowadzana jest analiza Hamiltona. Pozwala ona na ‘usunięcie więzów’ poprzez usunięcie nadmiernego cechowania i niedynamicznych stopni swobody oraz prowadzi do charakteryzacji znaczenia modu normalnego $\omega = 0$. Zaczynając od (141), zauważmy, że z sześcioru pól dwa (Ψ and ζ) nie zawierają pochodnych względem czasu. Określamy pędy kanoniczne [E27] dla czterech pozostałych pól, znalezionych w postaci

$$P_\Phi = -4(3\dot{\Phi} + k^2\zeta), \tag{147}$$

$$P_\nu = \frac{1}{3}k^4(\dot{\nu} + 2\zeta), \tag{148}$$

$$P_\chi = 4\mathcal{K}_2[\dot{\chi} - \mathcal{Q}_0(\dot{\alpha} + \Psi)], \tag{149}$$

$$\begin{aligned}
P_\alpha = -4\mathcal{K}_2\mathcal{Q}_0\dot{\chi} + 2(K_B k^2 + 2\mathcal{K}_2\mathcal{Q}_0^2)(\dot{\alpha} + \Psi) \\
+ 2(2 - K_B)k^2\chi,
\end{aligned} \tag{150}$$

i gdzie χ zostało użyte zamiast φ jako zmienna dynamiczna. Wykonując transformację Legendre’a, otrzymujemy gęstość hamiltonianu

$$\begin{aligned}
\mathcal{H} = -\frac{1}{24}|P_\Phi|^2 + \frac{3}{2k^4}|P_\nu|^2 + \frac{1}{8\mathcal{K}_2}|P_\chi|^2 + \frac{1}{4k^2K_B}|P_\alpha + \mathcal{Q}_0P_\chi|^2 - 2k^2|\Phi - \frac{1}{6}k^2\nu|^2 + \frac{2 - K_B}{K_B}k^2(2 + K_B\lambda_s)|\chi|^2 \\
- \frac{2 - K_B}{2K_B} [(P_\alpha + \mathcal{Q}_0P_\chi)\chi^* + (P_\alpha^* + \mathcal{Q}_0P_\chi^*)\chi] + C_\Psi\Psi^* + C_\Psi^*\Psi + C_\zeta^*\zeta + C_\zeta\zeta^*
\end{aligned} \tag{151}$$

Ponieważ zmienne Ψ and ζ nie są dynamiczne, ich funkcją jest działanie jako mnożniki Lagrange'a, które nakładają więzy

$$C_\Psi \equiv 2k^2\Phi - \frac{k^4}{3}\nu - \frac{1}{2}P_\alpha \approx 0 \quad (152)$$

$$C_\zeta \equiv -P_\nu - \frac{k^2}{6}P_\Phi \approx 0 \quad (153)$$

które rzutuje ν oraz P_ν jako funkcje pozostałych zmiennych. Jak zwykle używamy symbolu \approx do oznaczenia słabo zanikających więzów (tych, które zanikają tylko na powłoce) [E5]. Zauważmy również, że zmienna α jest cykliczna, dlatego jej pęd kanoniczny P_α jest zachowany i jest całką ruchu.

Kolejnym krokiem analizy Hamiltona jest zapewnienie, że więzy są zachowane przez ewolucję w czasie zgodnie z hamiltonianem $H = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \mathcal{H}$. Nawiasy Poissona w przestrzeni fazowej są zdefiniowane jako

$$\{f, g\} = (2\pi)^3 \int d^3k \left[\sum_I \left(\frac{\delta f}{\delta X^I} \frac{\delta g}{\delta P_{X^I}^*} - \frac{\delta g}{\delta X^I} \frac{\delta f}{\delta P_{X^I}^*} \right) \right] \quad (154)$$

gdzie I przebiega po $\{\Phi, \nu, \chi, \alpha\}$. Ewolucja czasowa zmiennej f wynosi $\dot{f} = \{f, H\}$, więc otrzymujemy

$$\dot{C}_\Psi = C_\zeta, \quad \dot{C}_\zeta = 0. \quad (155)$$

Stąd więzy są zachowywane przez ewolucję czasu na powłoce. Dlatego też, jak można się spodziewać, stabilność pierwotnych więzów przy braku ustalenia cechowania nie tworzy nowych więzów. Po zapewnieniu stabilności więzów w hamiltonianie, możemy uprościć układ stosując ustalenie cechowania. W formule hamiltonianu, pierwotne więzy pierwszej klasy generują transformacje cechowania. Nieskończenie mała zmiana wielkości przestrzeni fazowej f pod działaniem tej transformacji wzorcowej generowanej przez warunek ograniczający C_I jest następująca:

$$\Delta f = \{f, C_I^*[\epsilon_I]\}. \quad (156)$$

gdzie wprowadziliśmy rozmazanie $C_I^*[\epsilon_I]$ warunku ograniczającego C_I^* za pomocą funkcji testowej ϵ_I zdefiniowanej jako

$$C_I^*[\epsilon_I] \equiv \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \epsilon_{I,\vec{k}} C_{I,\vec{k}}^* \quad (157)$$

Rozważmy następujące przekształcenia cechowania generowane przez warunki ograniczające C_ζ i C_Ψ :

$$\Delta\nu = \{\nu, C_\zeta^*[\epsilon_\zeta]\} = -\epsilon_\zeta \quad (158)$$

$$\Delta P_\nu = \{P_\nu, C_\Psi^*[\epsilon_\Psi]\} = \frac{1}{3}k^4\epsilon_\Psi \quad (159)$$

W ten sposób można nadać ν i P_ν wartość zero za pomocą transformacji cechowania, wybierając $\epsilon_\zeta = \nu$ i $\epsilon_\Psi = -\frac{3}{k^4}P_\nu$. Następnie można sprawdzić jakie więzy są nakładane na mnożniki Lagrange'a ζ, Ψ przez to cechowanie. Wywoływanie dwóch nowych więzów ustalających cechowanie:

$$G_\nu \equiv \nu \approx 0 \quad (160)$$

$$G_{P_\nu} \equiv P_\nu \approx 0 \quad (161)$$

wynika z tego, że ich ewolucja czasowa jest w postaci

$$\{G_\nu, H\} = \frac{3}{k^4}G_{P_\nu} - 2\zeta \quad (162)$$

$$\{G_{P_\nu}, H\} = \frac{2}{3}k^4(\Psi - \Phi) + \frac{1}{9}k^6G_\nu \quad (163)$$

W związku z tym na mnożniki Lagrange'a nałożono następujące ograniczenia cechowania: $\zeta = 0$ and $\Psi = \Phi$. Warunki te mogą być traktowane jako, odpowiednio, ograniczenie konforemne cechowania newtonowskiego i zawartość równania Einsteina, co dyktuje równość potencjałów metrycznych w tym cechowaniu. Mogą to być warunki przyjęte wraz z ograniczeniami G_ν , G_{P_ν} w hamiltonianie (151) oraz pierwotne więzy, z czego dodatkowo otrzymuje się

$$P_\Phi \approx 0 \quad (164)$$

$$\Phi \approx \frac{1}{4k^2} P_\alpha \quad (165)$$

tak, że uwolniona od więzów gęstość hamiltonianu wynosi

$$\begin{aligned} \mathcal{H}^{(\text{Dec})} = & \frac{1}{8\mathcal{K}_2} |P_\chi|^2 + \frac{1}{4k^2 K_B} |P_\alpha + \mathcal{Q}_0 P_\chi|^2 - \frac{1}{8k^2} |P_\alpha|^2 - \frac{2 - K_B}{2K_B} [(P_\alpha + \mathcal{Q}_0 P_\chi)\chi^* + (P_\alpha^* + \mathcal{Q}_0 P_\chi^*)\chi] \\ & + \frac{2 - K_B}{K_B} k^2 (2 + K_B \lambda_s) |\chi|^2. \end{aligned} \quad (166)$$

Gęstość hamiltonianu $\mathcal{H}^{(\text{Dec})}$ jest wolna od więzów, ale jej postać pozostaje dość skomplikowana. Możemy dokonać dodatkowego uproszczenia poprzez kanoniczną transformację do par kanonicznych (P_X, X) , (P_Y, Y) określonych wzorem

$$\chi = \sqrt{\frac{K_B k^2 + (2 - K_B)\mu^2}{K_B(2 - K_B)}} \frac{\mathcal{Q}_0}{\mu k} X + \frac{1}{2} \frac{P_Y}{(2 + K_B \lambda_s)k^2 + (2 - K_B)(1 + \lambda_s)\mu^2} \quad (167)$$

$$P_\chi = \sqrt{\frac{K_B(2 - K_B)}{K_B k^2 + (2 - K_B)\mu^2}} \frac{\mu k}{\mathcal{Q}_0} \left[\frac{2(2 - K_B)\mathcal{Q}_0}{K_B} X + P_X \right] - \frac{1}{\mathcal{Q}_0} \frac{(2 - K_B)(1 + \lambda_s)\mu^2}{(2 + K_B \lambda_s)k^2 + (2 - K_B)(1 + \lambda_s)\mu^2} P_Y \quad (168)$$

$$\alpha = Y + \sqrt{\frac{K_B(2 - K_B)}{K_B k^2 + (2 - K_B)\mu^2}} \frac{\mu k}{\mathcal{Q}_0} \left[\frac{\mathcal{Q}_0}{K_B k^2} X + \frac{1}{2} \frac{P_X}{(2 + K_B \lambda_s)k^2 + (2 - K_B)(1 + \lambda_s)\mu^2} \right] \quad (169)$$

$$P_\alpha = P_Y \quad (170)$$

gdzie

$$\mu^2 \equiv \frac{2\mathcal{K}_2 \mathcal{Q}_0^2}{2 - K_B} \quad (171)$$

Daje to gęstość hamiltonianu

$$\tilde{\mathcal{H}} = \frac{1}{4} |P_X|^2 + (c_s^2 k^2 + \mathcal{M}^2) |X|^2 + \frac{(2 - K_B)^2 \lambda_s}{16K_B \mathcal{K}_2} \frac{1 - \frac{k^2}{k_*^2}}{c_s^2 k^2 + \mathcal{M}^2} |P_Y|^2 \quad (172)$$

gdzie

$$k_*^2 = \frac{1 + \lambda_s}{\lambda_s} \mu^2 \quad (173)$$

Można wtedy zauważyć, że układ może być rzutowany względem dwóch rozprzęgniętych pól, X i Y , z pędami kanonicznymi P_X oraz P_Y , każde pole odpowiada jednemu z normalnych modów (144). Mówiąc dokładniej, pole X propaguje rozległe mody w (144), podczas gdy pole Y odpowiada niepropagującym modom $\omega = 0$. Można zauważyć, że znak wyrazu $|P_Y|^2$ w (172) nie jest dodatnio określony, ale zależy raczej od odpowiedniej liczby falowej k i parametrów λ_s i k_* . Oczywiście, gdy $k \rightarrow \infty$, to $|P_Y|^2$ posiada dodatni znak pod warunkiem, że $\lambda_s > 0$, a ujemny w przeciwnym przypadku, co stanowi dodatkowy warunek, oprócz tego znalezione dla modów wektorów w (139). Biorąc warunki modów skalarnych i wektorowych dotyczące parametrów AeST, wymagamy, aby

$$0 < K_B < 2 \quad (174)$$

$$\mathcal{K}_2 > 0 \quad (175)$$

$$\lambda_s > 0 \quad (176)$$

Warunki te oznaczają również, że $G_N > \tilde{G}$ zawsze. Bardziej ogólnie, gdy $k > k_*$ jest zdefiniowane przez (173), gęstość hamiltonianu jest dodatnia, natomiast gdy $k < k_*$, ujemna gęstość hamiltonianu może wystąpić, jeżeli wyraz $|P_Y|^2$ w (172) stanie się znaczący. Rozwiązania dla $\omega = 0$ odpowiadają $Y = A_0(\vec{k})t + B_0(\vec{k})$, podczas gdy $P_Y = A_0(\vec{k})$. W ten sposób mod, który może powodować ujemne gęstości hamiltonianu, to mod ewoluujący się liniowo z t . Takie niestabilności są najwyraźniej podobne do niestabilności typu Jeans i nie powodują niestabilności próżni kwantowej przy małych pędach [E89]. Jak wspomniano w [H4], dla sferycznie symetrycznego statycznego źródła masy M , przemiana między MOND a oscylacyjnym reżimem zdominowanym przez μ następuje $r_C \sim (r_M \mu^{-2})^{1/3}$, gdzie $r_M \sim \sqrt{\frac{G_N M}{a_0}}$ jest skalą MOND, która oznacza przemianę między reżimem newtonowskim a reżimem MOND na jeszcze mniejszych dystansach. Tak więc, na gruncie obserwacyjnym μ^{-1} musi być większe niż \sim Mpc, gdyż w przeciwnym razie reżim MOND nie występowałby w skalach galaktyk w odległościach \sim kpc (dla Drogi Mlecznej $r_M \sim 8$ kpc). Układ o skali MOND równej \sim Mpc występuje, jeśli jego masa wynosi $\sim 10^{15} M_\odot$, czyli znacznie więcej niż typowe masy powiązanych struktur. Tak więc, dla $\lambda_s \geq 1$, skala k_* jest zawsze ukryta wewnątrz reżimu MOND (czyli $k_* < r_M^{-1}$) tak, że ujemny hamiltonian nie występuje w granicy GR dla wszystkich układów. Przy mniejszych liczbach falowych $< r_M^{-1}$, AeST wchodzi w reżim MOND (w tym przypadku $\lambda_s = 0$), co oznaczałoby, że mod Y zawsze ma ujemny hamiltonian. Jednak wtedy istnieje wyraz wyższego rzędu $\sim |\mathcal{Y}|^{3/2}/a_0 = |\vec{\nabla}\chi|^3/a_0$, który nie jest częścią powyższej analizy i który może ustabilizować układ Aby to zbadać, określamy $\lambda_s = 0$ w rozwinięciu (178) i dodajemy wyraz MOND

$$\mathcal{J}_{NL} = \frac{2\lambda_s}{3(1 + \lambda_s)a_0} |\mathcal{Y}|^{3/2} \quad (177)$$

gdzie obecność powyższej λ_s jest pozostałością jego wpływu na obserwowane stałe Newtona w reżimie silnej grawitacji w taki sposób, że

$$\mathcal{F} = (2 - K_B)\mathcal{J}_{NL}(\mathcal{Y}) - 2\mathcal{K}_2(\mathcal{Q} - \mathcal{Q}_0)^2 + \dots \quad (178)$$

W ten sposób działanie modu skalarnego przekształca się w

$$S^{(S, new)} = S^{(S)} - (2 - K_B) \int d^4x \mathcal{J}_{NL} \quad (179)$$

gdzie $S^{(S)}$ jest postaci (140). Ponieważ \mathcal{J}_{NL} nie zawiera żadnych pochodnych czasowych, momenty kanoniczne pozostają takie same jak w analizie pod kątem zaburzeń liniowych. Zatem analiza hamiltonianu z poprzednich sekcji jest kontynuowana przez co uwolniony od więzów hamiltonian ma postać

$$\tilde{\mathcal{H}}^{(new)} = \tilde{\mathcal{H}} + \frac{2(2 - K_B)\lambda_s}{3(1 + \lambda_s)a_0} |\vec{\nabla}\chi|^3 \quad (180)$$

gdzie $\tilde{\mathcal{H}}$ jest w postaci (172) (gdzie $\lambda_s = 0$) i χ jest w postaci (167). Przyjrzyjmy się faktowi, że nieliniowy wyraz MOND posiada znak dodatni, a także będzie dominował nad $\tilde{\mathcal{H}}^{(new)}$ dla dużych χ . W ten sposób, narzuca się sugestia, że wyraz MOND może powodować, że istnieje ograniczenie z dołu dla $\tilde{\mathcal{H}}^{(new)}$. Okazuje się, że tak faktycznie jest w przypadku liczb falowych $k > \mu$, co pokazano szczegółowo w załączniku [H5]. Dla mniejszych liczb falowych $k < \mu$ wyraz MOND nie jest wystarczający, aby hamiltonian był ograniczony z dołu, jest to reżim, w którym oczekuje się, że przybliżenie Minkowskiego załame się, a rozwinięcie na FRW (dokładniej na de Sittera) jest bardziej odpowiednie.

Oczywiście analiza hamiltonianu liniowych zaburzeń skalarnych w modelu AeST wokół przestrzeni Minkowskiego była produktywna. W następnej sekcji przedstawiono niezaburzeniową formułę Hamiltona modelu AeST.

5.5.4 Teoria skalarno-tensorowa Aether'a: Formalizm hamiltonowski

Rzutowanie pełnej teorii AeST do postaci hamiltonowskiej przynosi szereg korzyści. Rzutowanie równania ruchu tego modelu do postaci równań ruchu Hamiltona pierwszego rzędu prowadzi do równań ruchu w postaci bardziej podatnej na rozwiązanie numeryczne, które jest istotną częścią współczesnej teorii grawitacyjnej, w których modele są stosowane są w złożonych sytuacjach, gdzie rozwiązania analityczne nie są znajdowalne. Realizacja analizy kanonicznej umożliwia również wyjaśnienie innych kwestii, np. liczby stopni swobody,

które posiada model i czy model jest przykładem układu nieregularnego, czyli teorii, w której struktura kanoniczna zmienia się w całej przestrzeni fazowej. Objawem tego ostatniego może być to, że zaburzenia w pobliżu niektórych tel opisują liczby stopnie swobody różne od tych dla zaburzeń blisko innych tel, co potencjalnie wskazuje niestabilność danego tła. Może to być fatalny wynik dla teorii, jeśli dane tło ma przybliżać geometrię naszego wszechświata w skalach długiego czasu.

Pierwszym niezbędnym krokiem do skonstruowania formalizmu hamiltonianu dla modelu AeST musi być rozróżnienie między przestrzenią a czasem. W szczególności zakładamy, że dla interesującego nas obszaru czasoprzestrzeni istnieje globalna współrzędna czasowa $t(x^\mu)$. Biorąc to pod uwagę, możemy zdefiniować pole wektorowe ‘przepływu czasu’ t^μ , które spełnia $t^\mu \nabla_\mu t = 1$. Używamy notacji $\dot{f} \equiv \partial_t f$ dla pewnego pola f . Ponadto, możemy zdefiniować pole wektorowe n^μ , które jest normalne do powierzchni o stałej t ; jako takie, pole to jest czasopodobne i może być zdefiniowane z normą jednostkową, czyli $g_{\mu\nu} n^\mu n^\nu = -1$. Możemy rozszerzyć to pole czasowe w postaci $t^\mu = N n^\mu + N^\mu$, gdzie wprowadziliśmy funkcję upływu N i wektor przesunięcia N^μ , które są dane odpowiednio przez N , które są dane odpowiednio w postaciach $N = -t^\mu n_\mu$ i $N_\mu = q_{\mu\nu} t^\nu$. Powierzchnie o stałej t koordynujemy współrzędnymi przestrzennymi x^i , gdzie i, j, k będą oznaczać indeksy współrzędnych przestrzennych. Pełna metryka czasoprzestrzeni może być rozłożona do postaci:

$$g_{\mu\nu} = -n_\mu n_\nu + q_{\mu\nu}, \quad (181)$$

gdzie $q_{\mu\nu}$ jest metryką na hiperpowierzchni przestrzennej (a zatem na przykład $q_{\mu\nu} n^\mu = 0$). Przydatne jest również wprowadzenie następującego tensora:

$$\hat{q}_{\mu\nu} \equiv g_{\mu\nu} + A_\mu A_\nu \quad (182)$$

Zauważmy różnicę między $\hat{q}_{\mu\nu}$ określonym w (182) i $q_{\mu\nu}$ określonym w (181). Przydatne jest zdefiniowanie pochodnej przestrzennej $\hat{\partial}_\mu = q_\mu{}^\nu \partial_\nu$ i pochodnej kowariantnej D_μ zgodnej z $q_{\mu\nu}$, czyli $D_\alpha q_{\mu\nu} = 0$. Mówiąc dokładniej:

$$D_\mu q_{\alpha\beta} = \hat{\partial}_\mu q_{\alpha\beta} - \gamma_{\mu\alpha}^\nu g_{\nu\beta} - \gamma_{\mu\beta}^\nu g_{\alpha\nu} = 0 \quad (183)$$

gdzie $\gamma_{\alpha\beta}^\mu$ są symbolami Leviego-Civity związаныmi z metryką $q_{\mu\nu}$ i pochodną $\hat{\partial}_\mu$. Biorąc pod uwagę $q_{\mu\nu}$ and n^μ , tensor zewnętrznej krzywizny $K_{\mu\nu}$ staje się kolejną użyteczną wielkością w postaci

$$K_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \mathcal{L}_n q_{\mu\nu} = q_\mu{}^\alpha \nabla_\alpha n_\nu \quad (184)$$

W postaci składowych potrzebujemy

$$K_{ij} = \frac{1}{2N} (\dot{q}_{ij} - D_i N_j - D_j N_i) \quad (185)$$

podczas gdy składowe metryki, n^μ i koneksja Christoffela są przedstawione w dodatku do [H7]. Zachowamy tę konwencję, że indeksy przestrzenne są zawsze obniżone (dolne) i podnoszone (górne) za pomocą metryki przestrzennej q_{ij} , czyli $K^i{}_j = q^{ik} K_{kj}$. Dla pola wektorowego \hat{A}_μ rozważamy podobny rozkład

$$A_\mu = \chi n_\mu + A_\mu \quad (186)$$

gdzie $A_\mu \equiv q_\mu{}^\nu A_\nu$ oraz

$$\chi = -n^\mu A_\mu \quad (187)$$

Przedstawiamy teraz kroki niezbędne do zapisania działania (108) w postaci 3 + 1. Jednym z kroków jest rozwiązanie względem $\dot{\phi}$ w ujęciu pędów kanonicznych $\delta S / \delta \dot{\phi}$ i będzie to wymagało odwrócenia potencjalnie bardzo skomplikowanych kombinacji funkcji $\partial \mathcal{F} / \partial \mathcal{Y}$ oraz $\partial \mathcal{F} / \partial \mathcal{Q}$. Zamiast tego możemy przenieść tę strukturę w inne miejsce w teorii, wprowadzając pola pomocnicze μ i ν takie, że ustalamy

$$\mathcal{F}(\mathcal{Y}, \mathcal{Q}) = -\nu \mathcal{Q}^2 + \mu \mathcal{Y} + \mathcal{U}(\nu, \mu) \quad (188)$$

Następnie dla pola skalarnego ϕ , znajdziemy skalary \mathcal{Q} i \mathcal{Y} oraz

$$\mathcal{Q} = \chi \sigma + A^i D_i \phi \quad (189)$$

$$\mathcal{Y} = |\vec{A}|^2 \sigma^2 + 2\chi \sigma A^i D_i \phi + (q^{ij} + A^i A^j) D_i \phi D_j \phi \quad (190)$$

gdzie zdefiniowaliśmy

$$\sigma = \frac{1}{N} (\dot{\phi} - N^i D_i \phi) \quad (191)$$

Dodatkowo przydatne jest zdefiniowanie następującego rozkładu tensora $F_{\mu\nu} = 2\partial_{[\mu} A_{\nu]}$:

$$F_{ij} \equiv 2D_{[i} A_{j]} = F_{ij} \quad (192)$$

oraz

$$F_i \equiv \frac{1}{N} F_{0i} = \frac{1}{N} [\dot{A}_i + D_i (N\chi - N^j A_j)], \quad (193)$$

definiujemy “magnetyczny” aspekt A^i w postaci

$$B^k = \frac{1}{2} \epsilon^{kij} F_{ij}, \quad (194)$$

z odwrotnością $F_{ij} = \epsilon_{ijk} B^k$ i aspektem “elektrycznym” A^i w postaci

$$E_i = F_i + \frac{1}{N} \epsilon_{ijk} N^j B^k. \quad (195)$$

Następnie można wykazać, że 3+1 -forma działania (108) ma postać

$$\begin{aligned} S = \int d^4x \frac{N\sqrt{q}}{16\pi\tilde{G}} & \left\{ \mathcal{R} + |K^2| - |K|^2 - 2\Lambda + K_B (|\vec{E}|^2 - |\vec{B}|^2) + 2(2 - K_B) \sigma \vec{A} \cdot \vec{E} \right. \\ & + 2(2 - K_B) (\chi \vec{E} - \vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{D}\phi + \nu (\chi\sigma + \vec{A} \cdot \vec{D}\phi)^2 \\ & \left. - (2 - K_B + \mu) \left[|\vec{A}|^2 \sigma^2 + 2\chi\sigma \vec{A} \cdot \vec{D}\phi + |\vec{D}\phi|^2 + (\vec{A} \cdot \vec{D}\phi)^2 \right] - \mathcal{U}(\nu, \mu) \right\} + S_m[g] \quad (196) \end{aligned}$$

gdzie \mathcal{R} jest skalarzem Ricciego odpowiadającym metryce przestrzennej q_{ij} . Zwróćmy uwagę, że S jest funkcją pól $(q_{ij}, A_i, \phi, \mu, \nu, N, N^i)$. Teraz możliwe przejście do kanonicznego sformułowania (108). Następnym krokiem w przejściu do sformułowania hamiltonianu jest określenie pędów kanonicznych, którymi są

$$\Pi^{ij} \equiv \frac{\delta S}{\delta \dot{q}_{ij}} = \frac{\sqrt{q}}{16\pi\tilde{G}} (K^{ij} - Kq^{ij}) \quad (197)$$

$$\Pi^i \equiv \frac{\delta S}{\delta \dot{A}_i} = \frac{\sqrt{q}}{8\pi\tilde{G}} \left[K_B E^i + (2 - K_B) (\sigma A^i + \chi D^i \phi) \right] \quad (198)$$

$$\begin{aligned} \Pi \equiv \frac{\delta S}{\delta \dot{\phi}} &= \frac{\sqrt{q}}{8\pi\tilde{G}} \left[(2 - K_B) \vec{A} \cdot \vec{E} + \nu\sigma \right. \\ & \left. - (2 - K_B + \mu - \nu) \vec{A} \cdot (\sigma \vec{A} + \chi \vec{D}\phi) \right] \quad (199) \end{aligned}$$

Pozwalając, aby $\hat{\Pi} \equiv \Pi^{ij} q_{ij}$, otrzymujemy związki odwrotne

$$K^{ij} = \frac{16\pi\tilde{G}}{\sqrt{q}} \left(\Pi^{ij} - \frac{1}{2} \hat{\Pi} q^{ij} \right) \quad (200)$$

$$\begin{aligned} \Xi\sigma &= \frac{8\pi\tilde{G}}{\sqrt{q}} \left[\Pi - \frac{2 - K_B}{K_B} \vec{A} \cdot \vec{\Pi} \right] \\ & + \left(2 \frac{2 - K_B}{K_B} + \mu - \nu \right) \chi \vec{A} \cdot \vec{D}\phi \quad (201) \end{aligned}$$

$$K_B E^i = \frac{8\pi\tilde{G}}{\sqrt{q}} \Pi^i - (2 - K_B) (\sigma A^i + \chi D^i \phi) \quad (202)$$

gdzie

$$\Xi = \chi^2 \nu - \left(2 \frac{2 - K_B}{K_B} + \mu \right) |\vec{A}|^2 \quad (203)$$

podczas gdy pędy kanoniczne dla μ and ν są tożsamościowo zerowe:

$$\Pi^{(\mu)} \equiv \frac{\delta S}{\delta \dot{\mu}} \approx 0 \quad (204)$$

$$\Pi^{(\nu)} \equiv \frac{\delta S}{\delta \dot{\nu}} \approx 0 \quad (205)$$

Wykorzystując (200), (201) oraz (202) eliminujemy K_{ij} , E_i i σ z (196), co prowadzi do postaci hamiltonianu działania,

$$S = \int d^4x \left\{ \Pi^{ij} \dot{q}_{ij} + \Pi^i \dot{A}_i + \Pi \dot{\phi} + \Pi^{(\mu)} \dot{\mu} + \Pi^{(\nu)} \dot{\nu} - N\mathcal{H} - N^i \mathcal{H}_i - \lambda^{(\mu)} \Pi^{(\mu)} - \lambda^{(\nu)} \Pi^{(\nu)} \right\}, \quad (206)$$

gdzie dodaliśmy pola mnożników Lagrange'a $\lambda^{(\mu)}$ i $\lambda^{(\nu)}$, które nakładają więzy (204) i (205) poprzez ich równania ruchu i gdzie

$$\mathcal{H}_i = -2D_j \Pi^j_i + \Pi D_i \phi - \vec{D} \cdot \vec{\Pi} A_i - \epsilon_{ijk} \Pi^j B^k + \Pi^{(\mu)} D_i \mu + \Pi^{(\nu)} D_i \nu \quad (207)$$

jest warunkiem ograniczającym dyfeomorfizmu oraz

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \frac{8\pi\tilde{G}}{\sqrt{q}} \left[2\Pi^{ij}\Pi_{ij} - \hat{\Pi}^2 + \frac{1}{2K_B} |\vec{\Pi}|^2 + \frac{C_1^2}{2\Xi} \right] + \chi \left[\frac{C_1 C_2}{\Xi} \vec{A} \cdot \vec{D}\phi + \vec{D} \cdot \vec{\Pi} - \frac{2 - K_B}{K_B} \vec{\Pi} \cdot \vec{D}\phi \right] \\ & + \frac{\sqrt{q}}{16\pi\tilde{G}} \left\{ -\mathcal{R} + 2\Lambda + K_B |\vec{B}|^2 + \left[\frac{C_2^2 \chi^2}{\Xi} + 2 - K_B + \mu - \nu \right] [\vec{A} \cdot \vec{D}\phi]^2 + 2(2 - K_B) \vec{A} \times \vec{B} \cdot \vec{D}\phi \right. \\ & \left. + \left[2 - K_B + \mu + \frac{(2 - K_B)^2}{K_B} \chi^2 \right] |\vec{D}\phi|^2 + \mathcal{U} \right\}, \quad (208) \end{aligned}$$

jest warunkiem ograniczającym hamiltonianu. Dla zwartości zapisu zdefiniowaliśmy

$$C_1 \equiv \Pi - \frac{2 - K_B}{K_B} \vec{A} \cdot \vec{\Pi}, \quad (209)$$

$$C_2 \equiv 2 \frac{2 - K_B}{K_B} + \mu - \nu. \quad (210)$$

Zauważmy, że aby otrzymać działanie (206), zdefiniowaliśmy współczynniki-mnożniki $(\Pi^{(\mu)}, \Pi^{(\nu)})$ jako $(\lambda^{(\mu)} + N^i D_i \mu, \lambda^{(\nu)} + N^i D_i \nu)$, co możemy zrobić na początku analizy warunków ograniczających. Prowadzi to do drugiej wiersza w (207). Połączenie

$$\mathcal{H}_{\text{pri}} = N\mathcal{H} + N^i \mathcal{H}_i + \lambda^{(\mu)} \Pi^{(\mu)} + \lambda^{(\nu)} \Pi^{(\nu)} \quad (211)$$

jest gęstością Hamiltonianu *primary*, a zarazem sumą więzów przestrzeni fazowej, która jest skoordynowana przez $\{q_{ij}, \Pi^{ij}, A_i, \Pi^i, \varphi, \Pi, \mu, \Pi^{(\mu)}, \nu, \Pi^{(\nu)}\}$. Więzy te otrzymano przez dokonanie wariacji (206) z użyciem $\{N, N^i, \lambda^{(\mu)}, \lambda^{(\nu)}\}$ i są one dane odpowiednio wzorami:

$$\mathcal{H} \approx 0 \quad (212)$$

$$\mathcal{H}_i \approx 0 \quad (213)$$

$$\Pi^{(\mu)} \approx 0 \quad (214)$$

$$\Pi^{(\nu)} \approx 0 \quad (215)$$

gdzie \approx oznacza, że te funkcje przestrzeni fazowej muszą zaniknąć tylko na podzaimości przestrzeni fazowej, którą definiują ('słabo zanikają'). Następnym krokiem jest sprawdzenie, czy więzy te są zachowane

przez ewolucję czasu generowaną przez \mathcal{H}_{pri} . Stwierdzono, że dla ogólnych N , $\lambda^{(\mu)}$ i $\lambda^{(\nu)}$, podstawowe więzy są zachowywane, jeśli dalej zachodzą następujące więzy *secondary*:

$$\mathcal{S}^{(\mu)} \equiv \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mu} = \frac{\sqrt{q}}{16\pi\tilde{G}} \left(\mathcal{Y} + \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \mu} \right) \approx 0 \quad (216)$$

oraz

$$\mathcal{S}^{(\nu)} \equiv \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \nu} = \frac{\sqrt{q}}{16\pi\tilde{G}} \left(-\mathcal{Q}^2 + \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \nu} \right) \approx 0 \quad (217)$$

równania (216) i (217) odpowiadają równaniom Eulera-Lagrange'a dla pól pomocniczych μ oraz ν . Innymi słowy, mając zalecany $\mathcal{U}(\mu, \nu)$ można użyć (216) oraz (217) do wyznaczenia $\mu(\mathcal{Q}, \mathcal{Y})$ i $\nu(\mathcal{Q}, \mathcal{Y})$, gdzie \mathcal{Q} i \mathcal{Y} mają być oceniane w przestrzeni fazowej. Wykorzystując (201) a następnie (190) oraz (189) do zebrania wyrazów, otrzymujemy

$$\mathcal{Q} = \frac{1}{\Xi} \left[\left(2\frac{2 - K_B}{K_B} + \mu \right) \vec{A} \cdot \vec{D}\phi + \frac{8\pi\tilde{G}}{\sqrt{q}} \chi C_1 \right] \quad (218)$$

oraz, odpowiednio

$$\mathcal{Y} = |\vec{D}\phi|^2 + \left(\vec{A} \cdot \vec{D}\phi \right)^2 + \frac{|\vec{A}|^2}{\Xi^2} \left[\frac{8\pi\tilde{G}}{\sqrt{q}} C_1 + C_2 \chi \vec{A} \cdot \vec{D}\phi \right]^2 + \frac{2\chi}{\Xi} \left(\frac{8\pi\tilde{G}}{\sqrt{q}} C_1 + C_2 \chi \vec{A} \cdot \vec{D}\phi \right) \vec{A} \cdot \vec{D}\phi, \quad (219)$$

. W tej procedurze następnie odtwarzamy $\mathcal{F}(\mathcal{Q}, \mathcal{Y})$ poprzez (188) od zmiennych przestrzeni fazowej za pomocą (218) (219).

Po znalezieniu więzów drugorzędnych (216) oraz (217), analiza nie jest jeszcze zakończona. Teraz definiujemy drugorzędny hamiltonian poprzez

$$H_{\text{sec}} = H_{\text{pri}} + \int d^3x \left[u^{(\mu)} \mathcal{S}^{(\mu)} + u^{(\nu)} \mathcal{S}^{(\nu)} \right] \quad (220)$$

gdzie $u^{(\mu)}$ and $u^{(\nu)}$ są mnożnikami Lagrange'a, które wymuszają dodatkowe więzy, odpowiednio $\mathcal{S}^{(\mu)}$ i $\mathcal{S}^{(\nu)}$. Następnie sprawdzamy, że wszystkie więzy (pierwotne i drugorzędne) są zachowywane w czasie. Definiując indeksy $A, B, = \{(\mu), (\nu)\}$, stwierdza się, że zachowanie więzów w czasie jest zapewnione jeśli $u^A = 0$ natomiast zachowanie w czasie więzów drugorzędnych implikuje następujące równania:

$$F^A + \sum_B C^{AB} \lambda^{(B)} \approx 0 \quad (221)$$

gdzie

$$C^{AB} \equiv \frac{\partial \mathcal{S}^{(B)}}{\partial A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathcal{S}^{(\mu)}}{\partial \mu} & \frac{\partial \mathcal{S}^{(\mu)}}{\partial \nu} \\ \frac{\partial \mathcal{S}^{(\nu)}}{\partial \mu} & \frac{\partial \mathcal{S}^{(\nu)}}{\partial \nu} \end{pmatrix} \quad (222)$$

a F^A jest funkcją pól przestrzeni fazowej i pola mnożników Lagrange'a N . Jeśli macierz C^{AB} jest odwracalna, to dwa powyższe równania *wyznaczają* mnożniki Lagrange'a λ^A , które stają się funkcjami wszystkich zmiennych przestrzeni fazowej. Następnie kończy się analiza hamiltonianu i nie są wymagane dalsze więzy w przestrzeni fazowej, co daje wniosek, że teoria posiada trzy główne więzy pierwszej klasy \mathcal{H}_i , trzy główne więzy drugiej klasy \mathcal{H} i $\Pi^{(A)}$, oraz dwa drugorzędne więzy drugiej klasy $\mathcal{S}^{(A)}$. Wszystkie więzy i ich nawiasy Poissona podajemy w tabeli 1. Z drugiej strony, jeśli macierz ma zanikający wyznacznik, to istnieje lewo-zeroowy wektor własny, który po zastosowaniu relacji spójności może może generować dodatkowe więzy, zwane więzami *trzeciorzędnymi*. Biorąc pod uwagę postaci (218),(219) oraz równań ruchu (216),(217) należy się spodziewać, że C^{AB} jest rzeczywiście odwracalne w ogólnych sytuacjach. Na koniec zauważmy, że wyznaczenie wszystkich więzów i ich klasyfikacja umożliwia konstrukcję nawiasu Diraca [E25].

	Primary				Secondary	
	\mathcal{H}_i	\mathcal{H}	$\Pi^{(\mu)}$	$\Pi^{(\nu)}$	$\mathcal{S}^{(\mu)}$	$\mathcal{S}^{(\nu)}$
\mathcal{H}_i	\mathcal{H}_i	\mathcal{H}	$\Pi^{(\mu)}$	$\Pi^{(\nu)}$	$\mathcal{S}^{(\mu)}$	$\mathcal{S}^{(\nu)}$
\mathcal{H}		\mathcal{H}_i	$\mathcal{S}^{(\mu)}$	$\mathcal{S}^{(\nu)}$	$U^{(\mu)}$	$U^{(\nu)}$
$\Pi^{(\mu)}$			0	0	$C^{(\mu)(\mu)}$	$C^{(\nu)(\mu)}$
$\Pi^{(\nu)}$				0	$C^{(\mu)(\nu)}$	$C^{(\nu)(\nu)}$
$\mathcal{S}^{(\nu)}$					$E^{(\mu)(\mu)}$	$E^{(\mu)(\nu)}$
$\mathcal{S}^{(\mu)}$						$E^{(\nu)(\nu)}$
	First Class		Second Class			

Tabela 1: Tabela więzów i ich nawiasów Poissona, pokazująca, czy zanikają silnie, słabo, czy wcale nie zanikają. Zaznaczono klasyfikację na podstawowe/drugorzędne i pierwszej klasy/drugiej klasy. Zauważmy również, że kombinacja H_{FC} zdefiniowana przez (223) jest pierwszej klasy, a $\lambda^{(A)}$ są funkcjami wszystkich zmiennych przestrzeni fazowej ustalonych z (221), mimo, że niektóre oddzielne części H_{FC} są drugiej klasy.

Po znalezieniu wszystkich więzów i rozwiązaniu względem mnożników Lagrange’a możemy utworzyć hamiltonian *pierwszej klasy* H_{FC} . Znajdujemy go jako drugorzędny hamiltonian, w którym podstawiono mnożniki Lagrange’a. Biorąc pod uwagę, że $u^{(A)} \approx 0$, otrzymujemy, że $H_{\text{sec}} \approx H_{\text{pri}}$, zatem,

$$H_{\text{FC}} = \int d^3x \left[N\mathcal{H} + N^i\mathcal{H}_i + \lambda^{(\mu)}\Pi^{(\mu)} + \lambda^{(\nu)}\Pi^{(\nu)} \right] \quad (223)$$

gdzie $\lambda^{(\mu)}$ i $\lambda^{(\nu)}$ są funkcjami zmiennych przestrzeni fazowej $\{q_{ij}, A_i, \phi, \Pi^{ij}, \Pi^i, \Pi, \mu, \nu\}$, czyli, $\Pi^{(\mu)}$ i $\Pi^{(\nu)}$ są nieobecne w $\lambda^{(A)}$.

Podsumowując, analiza ta ujawniła istnienie czterech więzów pierwszej klasy i czterech więzów drugiej klasy. Więzy pierwszej klasy składają się z trzech więzów (podstawowych) \mathcal{H}_i zdefiniowanych w (207) i hamiltonianu pierwszej klasy H_{FC} zdefiniowanego w (223), który jest liniową kombinacją podstawowego warunku ograniczającego hamiltonianu \mathcal{H} zdefiniowanego w (208) (drugiej klasy), \mathcal{H}_i oraz $\Pi^{(\mu)}$ i $\Pi^{(\nu)}$. Cztery więzy drugiej klasy są to dwa pędy kanoniczne $\Pi^{(\mu)}$ i $\Pi^{(\nu)}$ pól pomocniczych μ i ν , zobacz (204) i (205), oraz dwa więzy drugorzędne $\mathcal{S}^{(\mu)}$ i $\mathcal{S}^{(\nu)}$ zdefiniowane przez (216) i (217). Istnienie tych więzów drugiej klasy wynika z obecności pól pomocniczych μ i ν . Podsumowanie tych więzów znajduje się w tabeli 1.

Możemy wykorzystać analizę więzów, aby policzyć fizyczne stopnie swobody. Mamy sześć zmiennych w metryce przestrzennej q_{ij} , trzy w A_i i jedną dla każdego z ϕ , μ oraz ν , czyli w sumie 12. Zliczanie w pędach kanonicznych podwaja tę liczbę, dając 24. Odejmujemy cztery więzy drugiej klasy i podwojoną liczbę więzów pierwszej klasy, które usuwają zbędne stopnie swobody cechowania, czyli odejmujemy 12 stopni swobody z powodu więzów. Następnie dzielimy przez dwa, aby znaleźć sześć fizycznych stopni swobody.

Jako użyteczne sprawdzenie wyników, pełny hamiltonian został rozwinięty do kwadratowego rzędu w zaburzeniach wokół przestrzeni Minkowskiego i wykazano, że prowadzi to do tych samych wyników, które znaleziono w [H5] przy użyciu nieco innych metod. W procesie wykazano, że liczba stopni swobody w zaburzeniu znalezionych w [H5] zgadza się z liczbą znalezioną tutaj przy użyciu pełnej teorii nieliniowej. Formalizm niezaburzeniowy może być użyty do obliczenia kwadratowego hamiltonianu teorii AeST na innych tłach, aby określić, czy te tła są stabilne, czy nie. Bardzo interesujące są przypadki przestrzeni de Sittera (istotne dla wstępnych badań wpływu niezaniżającej krzywizny tła na zakłócenia) oraz statycznych konfiguracji sferycznie symetrycznych (istotne dla pytań takich jak stabilność systemów astrofizycznych w tym modelu), które będą tematem przyszłych prac.

5.5.5 Dodatkowe wyniki

Model AeST wzbudził zainteresowanie innych badaczy, z którzy uzyskali znaczące wyniki w odniesieniu do potencjalnych więzów teorii poprzez ograniczenia emisji promieniowania Czerenkowa przez gwiazdy w modelu [E120] oraz warunków ograniczających nałożonych na teorię poprzez dane z słabego soczewkowania grawitacyjnego [E121].

Zbadałem dodatkowe rozwiązania modelu AeST. Przeprowadzono analizę systemów dynamicznych wielu modeli AeST w symetrii FRW Rosa:2023qun. Co istotne, wykazano, że istnieje klasa modeli, która unika napięcia modeli i spełnia (107) poprzez wytworzenie efektywnego płynu (zdefiniowanego jako stosunek ci-

śnienia płynu do gęstości) z równaniem stanu, które spełnia $w \rightarrow 0$ we wczesnych czasach kosmologicznych. Ta nowa klasa modeli może również do danych kosmologicznych bez DM.

6 Prezentacja osiągnięć dydaktycznych, organizacyjnych oraz popularyzujących naukę

6.1 Osiągnięcia dydaktyczne

Praca jako nauczyciel akademicki

- 2012 – 2014: Nauczanie (poprzez konsultacje) licencjackich studentów fizyki na Imperial College w Londynie w celu przygotowania ich do ‘kompleksowych’ egzaminów. Są to egzaminy o niezwykle szerokim zakresie, zatem rola jest dość wymagająca.

Niedawne wykłady zaproszone

- ‘*Koncepcja skręcenia w fizyce grawitacyjnej*’, Uniwersytet w Tartu, Estonia (2019)
- ‘*Nowa teoria relatywistyczna dla zmodyfikowanej dynamiki newtonowskiej*’, Queen Mary University London, Wielka Brytania (2021)
- ‘*Ciemna materia czy zmodyfikowana grawitacja?*’, Uniwersytet Gdański, Polska, i Chińska Akademia Nauk w Pekinie, Chiny (2022)
- ‘*Czy dynamika Newtona jest zmodyfikowana?*’, Uniwersytet Oksfordzki, Wielka Brytania (2022)
- ‘*Grawitacja i geometria Cartana*’, Uniwersytet Jagielloński w Krakowie, Polska (2022)
- ‘*Grawitacja i teorie parametryzowanego pola*’, Czeska Akademia Nauk w Pradze, Czechy (2023)
- ‘*Wprowadzenie do grawitacji i kosmologii*’, Uniwersytet w Xiamen, Malezja (2023)

6.2 Osiągnięcia organizacyjne

- 2016 – 2019: Pomoc w planowaniu obecności Czeskiej Akademii Nauk na Praskich Targach Naukowych. Uczestniczyłem również w tym wydarzeniu, które polegało na angażowaniu społeczeństwa i pomaganiu ludziom we wszelkich pytaniach na temat fizyki.

6.3 Osiągnięcia w popularyzowaniu nauki

- Dyskusja z dziennikarzami, którzy przyczynili się do relacjonowania Modelu A w *New Scientist* i Modelu B w czasopismach *The Atlantic* i *Science*.
- Wykład publiczny ‘*Wprowadzenie do grawitacji*’, przedstawiony w Liceum nr 3 w Gdyni, luty 2024 (około 120 uczestników)
- Wykład publiczny: ‘*Wprowadzenie do czasoprzestrzeni i grawitacji*’ zorganizowany na Uniwersytecie Gdańskim dla lokalnych uczniów (około 160 uczestników)

7 Inne osiągnięcia naukowe

7.1 Nadzorowanie pracy studentów

- 2022 – dzień dzisiejszy: Współpromotorstwo z profesorem Pawłem Horodeckim na rzecz doktorantki Mehraveh Nikjoo.

- 2023: Promotorstwo dla studenta licencjackiego Khai Shuen Ng, który odwiedzał Uniwersytet Gdański z Uniwersytetu w Xiamen w Malezji w ramach projektu stażu badawczego. Celem projektu było zbadanie niedawno zaproponowanego rozwiązania „dipola grawitacyjnego” dla układu GR sprzężonego z bezmasowym polem skalarnym.
- 2023: Nadzór /promotorstwo/ nad studentem Toh Yu Xuan, który odwiedzał Uniwersytet Gdański z Uniwersytetu w Xiamen w Malezji w projekcie w ramach stażu badawczego. Zakresem projektu było opracowanie technik zmierzających ku zasadzie działania dla teorii grawitacji Newtona-Cartana.
- 2023: Nadzór /promotorstwo/ nad studentami licencjackimi Markiem Majochem i Wiktorią Borkowską z Uniwersytetu Gdańskiego w projekcie w ramach stażu badawczego. Do zakresu projektu należało określenie zmiany wyglądu nocnego nieba pod transformacjami Lorentza w szczególnej teorii względności.

7.2 Nagrody i Członkostwo w Organizacjach Naukowych

- Jestem Głównym Badaczem w ramach stypendium Polonez BIS nr 2021/43/P/ST2/02141 współfinansowanego przez Narodowe Centrum Nauki i Program Ramowy w zakresie Badań Naukowych i Innowacji Horizon 2020 w ramach umowy o grant Marii Skłodowskiej-Curie nr 945339.
- Jestem członkiem Polskiego Towarzystwa Relatywistycznego

7.3 Lista osiągnięć przed uzyskaniem doktoratu

Głównym przedmiotem mojego doktoratu były kosmologiczne konsekwencje modeli wektorowo-tensorowych zmodyfikowanej grawitacji, czyli teorii sprzęgające tensor metryczny z pojedynczym polem wektorowym A^μ . W [O2] wykazano, że teoria TeVeS Bekensteina [E43], która rzekomo przyjmuje postać teorii bimetrycznej ze skalarnymi i wektorowymi stopniami swobody, może być rzutowana jako teoria tensorowo-wektorowa. W [O5] pokazano, że model wektorowo-tensorowy z niekanonicznymi wyrazami kinetycznymi (zaproponowałem ten model) jest pierwszą relatywistyczną teorią typu MOND, która w odpowiedniej granicy odtwarza pierwotną propozycję Milgroma, a nie jej wielo-polowe uogólnienie. W [O6] rozważano więzy układu słonecznego nałożone na ten model, natomiast w [O7] zbadano zakres dla modelu w celu wyjaśnienia wzrostu struktury o dużej skali w przypadku braku DM. W [O3], poszukiwano rozwiązań FRW teorii efektywnego pola samouzgodnionego zmodyfikowanej grawitacji. W [O8, O10], dokonano kompleksowego przeglądu więzów na podstawie danych kosmologicznych na modelu wektorowo-tensorowym Einsteina-Aethera i pewnych uogólnień modelu na podstawie danych kosmologicznych [E38].

Dodatkowe badania obejmowały charakteryzację rozwiązań FRW dla teorii bimetrycznej Milgroma zmodyfikowanej grawitacji [O9] i roli korelacji w rzucie pionowym w astrofizyce [O11].

7.4 Dodatkowe osiągnięcia po uzyskaniu doktoratu

Poniżej znajduje się wybór obszarów badawczych spoza serii habilitacyjnej, w które miałem wkład po ukończeniu studiów doktoranckich:

O możliwości krzywizny anizotropowej w kosmologii [O12] Oprócz ścinania i wirowości jednorodnego tła może również wykazywać krzywiznę anizotropową. W tej publikacji wykazano, że istnieje klasa czasoprzestrzeni, w której anizotropia jest wyłącznie tego ostatniego typu, a stan wolny od ścinania jest wspierany przez kanoniczne, bezmasowe pole 2-formy. Moim głównym wkładem było odkrycie, że system takiego pola po sprzężeniu z GR zawiera te czasoprzestrzenie jako rozwiązania. Takie czasoprzestrzenie położone są w preferowanym kierunku na niebie i jednocześnie CMB, które jest izotropowe na poziomie tła. Zniekształcenia odległości opartej na jasności są wyprowadzane i wykorzystywane do testowania modelu w stosunku do CMB i supernowych (z wykorzystaniem katalogu Unii), i stwierdza się, że te ostatnie wykazują większą niż oczekiwano zależność od położenia kąowego.

Kosmologia ze spinem [O13] Dzięki chiralnej reprezentacji dla spinorów, zaprezentowano przejrzysty sposób generowania najbardziej ogólnej dynamiki spinorów w teorii, w której grawitacja jest zależna od działania Einsteina-Cartana-Holsta. W takich teoriach skręcenie nie musi zaniknąć, ale może być reinterpretowane jako czterofermionowa samointerakcja w teorii wolnej od skręcenia. Samointerakcja może, ale nie musi, przerwać niezmienniczość parzystości i może przyczynić się pozytywnie lub negatywnie do gęstości energii, w zależności od rozważanych sprzężeń. Modele kosmologiczne zależne od pola spinorowego zostały uwzględnione w tej teorii i stwierdzono, że chociaż istnieją przypadki, w których nie pojawiają się żadne znaczące nowości kosmologiczne, samointerakcja może również przekształcić potencjał masowy w potencjał typu odwróconego meksykańskiego kapelusza. Następnie model zasadniczo prowadzi do kosmologii z odbiciem, dla którego istnieje maksymalna gęstość energii, i gdzie osobliwość kosmiczna została usunięta. Rozwiązania te są stabilne i wahają się od bardzo prostych do bardzo złożonych. Moim głównym wkładem były: a) propozycja nowatorskich sprzężeń pomiędzy fermionami i polem grawitacyjnym, które pozwoliły na istnienie tej gamy rozwiązań kosmologicznych i b) współ-analiza wymienionych rozwiązań ze współpracownikami, profesorami Tom'em Kibble i Joao Magueijo.

Podejście pierwszego rzędu do grawitacji konforemnej [O16] Ten artykuł bada, czy spontanicznie złamana teoria cechowania grupy $SU(2,2)$ może być wiarygodną alternatywą dla GR. Podstawowymi składnikami teorii są pole cechowania i pole Higgsa W w sprzężonej reprezentacji grupy, przy czym pole Higgsa powoduje łamanie symetrii. Działanie grawitacji jest wielomianowe, a równania pola są wyrażeniami pierwszego rzędu pochodnych tych pól. Nowa symetria w sektorze grawitacyjnym może być interpretowana w kategoriach wyłaniającej się lokalnej symetrii skali, i zostało wykazane istnienie GR doprowadzonej do konforemności i konforemnej grawitacji Weyla czwartego rzędu jako granic teorii. Znalezione maksymalnie symetryczne rozwiązania czasoprzestrzenne dla pełnej teorii i zbadano stabilność teorii blisko tych rozwiązań; pokazano, że obszary przestrzeni parametrów teorii opisują zaburzenia identyczne z GR sprzężone z rozległym polem skalarnym i bezmasowym polem-jednoformą. Rozważono sprzężenie grawitacji z materią i pokazano, że lagranżjany dla wszystkich pól są naturalnie niezmiennicze względem cechowania, wielomianowe w polach i dają równania pola pierwszego rzędu; nie wprowadzono żadnych pól pomocniczych. Znane lagranżjany typu Yanga-Millsa i Kleina-Gordona są odzyskiwane na powłoce w ogólnorelatywistycznej granicy teorii. W tym formalizmie granica ogólnorelatywistyczna pokrywa się ze spontanicznym złamaniem niezmienności skali i wykazano, że generuje to wyrazy masowe dla pól Higgsa i pól spinorów. Mimo, że mój współpracownik dr Hans Westman miał pewien wkład w ten artykuł, prawie cała powyższa treść została zaproponowana i zrealizowana przeze mnie.

Wszechświaty Friedmanna naruszające parzystość [O19] W tym artykule rozważano takie rozszerzenia teorii Einsteina-Cartana, w których stała kosmologiczna Λ została wprowadzona do pola kosztem dopuszczenia skręcenia nawet przy nieobecności spinorów. Stwierdzono, że niektóre standardowe ujęcia wszechświatów FRW rozpadają się w tych teoriach —przede wszystkim, chodzi o fakt, że przestrzena jednorodność i izotropia mogą współistnieć z naruszeniami niezmienniczości. Rozwiązania naruszające parzystość mają niezanikającą krzywiznę Weyla nawet w modelach FRW. Obecność skręcenia naruszającego parzystość otwiera drogą do takich możliwych teorii z odpowiednimi modyfikacjami FRW. W szczególności wyraz Pontryagina może odgrywać ważną rolę nawet w przypadku braku materii spinorowej. W artykule przedstawiono szereg rozwiązań naruszających parzystość, zarówno z materią i bez materii. Te pierwsze są niesamodualnymi rozwiązaniami próżniowymi, których istnienie podejrzewano od dawna. Te ostatnie prowadzą do śledzących i niesledzących rozwiązań z wieloma problemami obserwacyjnymi, chyba że odwołujemy się do wyrazu Pontryagina. Badanie struktury hamiltonianu danej teorii ujawnia, że rozwiązania zachowujące parzystość i łamiące parzystość należą do dwóch odrębnych gałęzi teorii, mają różne symetrie cechowania (więzy) i różne liczby stopni swobody (st. sw.). Gałąź zachowująca parzystość jest niczym innym, jak standardową GR ze stałą kosmologiczną, która stała się czystym cechowaniem pod niezmienniczością konforemną jeśli materia jest nieobecna, lub określona przez materię (a zatem niezależną od st. sw.) jeśli występuje materia niezmiennicza niekonforemnie. Z drugiej strony gałąź naruszająca parzystość zawiera autentycznie nowy st. sw. Artykuł został opracowany w równym stopniu przez jej współautora, profesora Joao Magueijo i mnie.

Referencje: artykuły aplikanta zawarte w serii habilitacyjnej

- [H1] Hans F. Westman i T. G. Zlosnik. “An introduction to the physics of Cartan gravity”. W: *Annals Phys.* 361 (2015), s. 330–376. DOI: 10.1016/j.aop.2015.06.013. arXiv: 1411.1679 [gr-qc].
- [H2] Tom Zlosnik i in. “Spacetime and dark matter from spontaneous breaking of Lorentz symmetry”. W: *Class. Quant. Grav.* 35.23 (2018), s. 235003. DOI: 10.1088/1361-6382/aaea96. arXiv: 1807.01100 [gr-qc].
- [H3] Constantinos Skordis i Tom Zlosnik. “Gravitational alternatives to dark matter with tensor mode speed equaling the speed of light”. W: *Phys. Rev. D* 100.10 (2019), s. 104013. DOI: 10.1103/PhysRevD.100.104013. arXiv: 1905.09465 [gr-qc].
- [H4] Constantinos Skordis i Tom Zlosnik. “New Relativistic Theory for Modified Newtonian Dynamics”. W: *Phys. Rev. Lett.* 127.16 (2021), s. 161302. DOI: 10.1103/PhysRevLett.127.161302. arXiv: 2007.00082 [astro-ph.CO].
- [H5] Constantinos Skordis i Tom Zlosnik. “Aether scalar tensor theory: Linear stability on Minkowski space”. W: *Phys. Rev. D* 106.10 (2022), s. 104041. DOI: 10.1103/PhysRevD.106.104041. arXiv: 2109.13287 [gr-qc].
- [H6] Tomi S. Koivisto i Tom Zlosnik. “Paths to gravitation via the gauging of parametrized field theories”. W: *Phys. Rev. D* 107.12 (2023), s. 124013. DOI: 10.1103/PhysRevD.107.124013. arXiv: 2212.04562 [gr-qc].
- [H7] Marianthi Batakis, Constantinos Skordis i Tom Zlosnik. “Aether scalar tensor theory: Hamiltonian Formalism”. W: *Phys. Rev. D* 110 (2024), s. 044015. DOI: 10.1103/PhysRevD.110.044015. arXiv: 2307.15126 [gr-qc].
- [H8] Mehraveh Nikjoo i Tom Zlosnik. “Hamiltonian formulation of gravity as a spontaneously-broken gauge theory of the Lorentz group”. W: *Class. Quant. Grav.* 41.4 (2024), s. 045005. DOI: 10.1088/1361-6382/ad1c84. arXiv: 2308.01108 [gr-qc].
- [H9] João Luis Rosa i Tom Zlosnik. “Dynamical system analysis of cosmological evolution in the Aether scalar tensor theory”. W: *Phys. Rev. D* 109.2 (2024), s. 024018. DOI: 10.1103/PhysRevD.109.024018. arXiv: 2309.06232 [gr-qc].

Referencje: artykuły aplikanta spoza serii habilitacyjnej

- [O1] T. G. Zlosnik, P. G. Ferreira i Glenn D. Starkman. “The Vector-tensor nature of Bekenstein’s relativistic theory of modified gravity”. W: *Phys. Rev. D* 74 (2006), s. 044037. DOI: 10.1103/PhysRevD.74.044037. arXiv: gr-qc/0606039 [gr-qc].
- [O2] T. G. Zlosnik, P. G. Ferreira i Glenn D. Starkman. “The Vector-tensor nature of Bekenstein’s relativistic theory of modified gravity”. W: *Phys. Rev. D* 74 (2006), s. 044037. DOI: 10.1103/PhysRevD.74.044037. arXiv: gr-qc/0606039.
- [O3] P. G. Ferreira i in. “The Cosmology of a Universe with Spontaneously-Broken Lorentz Symmetry”. W: *Phys. Rev. D* 75 (2007), s. 044014. DOI: 10.1103/PhysRevD.75.044014. arXiv: astro-ph/0610125.
- [O4] T. G. Zlosnik, P. G. Ferreira i G. D. Starkman. “Modifying gravity with the Aether: An alternative to Dark Matter”. W: *Phys. Rev. D* 75 (2007), s. 044017. DOI: 10.1103/PhysRevD.75.044017. arXiv: astro-ph/0607411 [astro-ph].
- [O5] T. G. Zlosnik, P. G. Ferreira i G. D. Starkman. “Modifying gravity with the Aether: An alternative to Dark Matter”. W: *Phys. Rev. D* 75 (2007), s. 044017. DOI: 10.1103/PhysRevD.75.044017. arXiv: astro-ph/0607411.
- [O6] Camille Bonvin i in. “Generalized Einstein-Aether theories and the Solar System”. W: *Phys. Rev. D* 77 (2008), s. 024037. DOI: 10.1103/PhysRevD.77.024037. arXiv: 0707.3519 [astro-ph].
- [O7] T. G. Zlosnik, P. G. Ferreira i G. D. Starkman. “Growth of structure in theories with a dynamical preferred frame”. W: *Phys. Rev. D* 77 (2008), s. 084010. DOI: 10.1103/PhysRevD.77.084010. arXiv: 0711.0520 [astro-ph].

- [O8] Joseph A. Zuntz, P. G. Ferreira i T. G. Zlosnik. “Constraining Lorentz violation with cosmology”. W: *Phys. Rev. Lett.* 101 (2008), s. 261102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.261102. arXiv: 0808.1824 [gr-qc].
- [O9] Timothy Clifton i Thomas G. Zlosnik. “FRW cosmology in Milgrom’s bimetric theory of gravity”. W: *Phys. Rev. D* 81 (2010), s. 103525. DOI: 10.1103/PhysRevD.81.103525. arXiv: 1002.1448 [astro-ph.CO].
- [O10] J. Zuntz i in. “Vector field models of modified gravity and the dark sector”. W: *Phys. Rev. D* 81 (2010), s. 104015. DOI: 10.1103/PhysRevD.81.104015. arXiv: 1002.0849 [astro-ph.CO].
- [O11] Joe Zuntz i in. “Orthographic Correlations in Astrophysics”. W: (mar. 2010). arXiv: 1003.6064 [astro-ph.CO].
- [O12] Tomi S. Koivisto i in. “On the Possibility of Anisotropic Curvature in Cosmology”. W: *Phys. Rev. D* 83 (2011), s. 023509. DOI: 10.1103/PhysRevD.83.023509. arXiv: 1006.3321 [astro-ph.CO].
- [O13] João Magueijo, T. G. Zlosnik i T. W. B. Kibble. “Cosmology with a spin”. W: *Phys. Rev. D* 87.6 (2013), s. 063504. DOI: 10.1103/PhysRevD.87.063504. arXiv: 1212.0585 [astro-ph.CO].
- [O14] João Magueijo i in. “Cosmological signature change in Cartan Gravity with dynamical symmetry breaking”. W: *Phys. Rev. D* 89.6 (2014), s. 063542. DOI: 10.1103/PhysRevD.89.063542. arXiv: 1311.4481 [gr-qc].
- [O15] H. F. Westman i T. G. Zlosnik. “Exploring Cartan gravity with dynamical symmetry breaking”. W: *Class. Quant. Grav.* 31 (2014), s. 095004. DOI: 10.1088/0264-9381/31/9/095004. arXiv: 1302.1103 [gr-qc].
- [O16] T. G. Złośnik i H. F. Westman. “A first-order approach to conformal gravity”. W: *Class. Quant. Grav.* 34.24 (2017), s. 245001. DOI: 10.1088/1361-6382/aa944f. arXiv: 1601.00567 [gr-qc].
- [O17] Thomas G. Złośnik i Constantinos Skordis. “Cosmology of the Galileon extension of Bekenstein’s theory of relativistic modified Newtonian dynamics”. W: *Phys. Rev. D* 95.12 (2017), s. 124023. DOI: 10.1103/PhysRevD.95.124023. arXiv: arXiv:1702.00683 [gr-qc].
- [O18] Tomi Koivisto, Manuel Hohmann i Tom Zlosnik. “The General Linear Cartan Khronon”. W: *Universe* 5.6 (2019), s. 168. DOI: 10.3390/universe5070168. arXiv: 1905.02967 [gr-qc].
- [O19] João Magueijo i Tom Złośnik. “Parity violating Friedmann Universes”. W: *Phys. Rev. D* 100.8 (2019), s. 084036. DOI: 10.1103/PhysRevD.100.084036. arXiv: 1908.05184 [gr-qc].
- [O20] Priidik Gallagher i in. “Consistent first-order action functional for gauge theories”. W: *Phys. Rev. D* 109.6 (2024), s. L061503. DOI: 10.1103/PhysRevD.109.L061503. arXiv: 2311.07464 [hep-th].

Referencje: pozostałe artykuły

- [E1] J. Oort. “The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems”. W: *Bull. Astron. Inst. Neth.* 6 (1932), s. 249.
- [E2] F. Zwicky. “Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln”. W: *Helv. Phys. Acta* 6 (1933). [Gen. Rel. Grav.41,207(2009)], s. 110–127. DOI: 10.1007/s10714-008-0707-4.
- [E3] Sinclair Smith. “The Mass of the Virgo Cluster”. W: *Astrophys. J.* 83 (1936), s. 23–30. DOI: 10.1086/143697.
- [E4] Ryoyu Utiyama. “Invariant theoretical interpretation of interaction”. W: *Phys. Rev.* 101 (1956). Red. Jong-Ping Hsu i D. Fine, s. 1597–1607. DOI: 10.1103/PhysRev.101.1597.
- [E5] Paul A. M. Dirac. “Generalized Hamiltonian dynamics”. W: *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 246 (1958), s. 326–332. DOI: 10.1098/rspa.1958.0141.
- [E6] T. W. B. Kibble. “Lorentz invariance and the gravitational field”. W: *J. Math. Phys.* 2 (1961). Red. Jong-Ping Hsu i D. Fine, s. 212–221. DOI: 10.1063/1.1703702.
- [E7] Paul A. M. Dirac. “An Extensible model of the electron”. W: *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 268 (1962), s. 57–67. DOI: 10.1098/rspa.1962.0124.

- [E8] Vera C. Rubin i W. Kent Ford Jr. “Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions”. W: *Astrophys. J.* 159 (1970), s. 379–403. DOI: 10.1086/150317.
- [E9] S. W. MacDowell i F. Mansouri. “Unified Geometric Theory of Gravity and Supergravity”. W: *Phys. Rev. Lett.* 38 (1977). [Erratum: *Phys. Rev. Lett.* 38, 1376 (1977)], s. 739. DOI: 10.1103/PhysRevLett.38.1376, 10.1103/PhysRevLett.38.739.
- [E10] S. W. MacDowell i F. Mansouri. “Unified Geometric Theory of Gravity and Supergravity”. W: *Phys. Rev. Lett.* 38 (1977). [Erratum: *Phys. Rev. Lett.* 38, 1376 (1977)], s. 739. DOI: 10.1103/PhysRevLett.38.739.
- [E11] V. C. Rubin, N. Thonnard i W. K. Ford Jr. “Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 /R = 4kpc/ to UGC 2885 /R = 122 kpc/”. W: *Astrophys. J.* 238 (1980), s. 471. DOI: 10.1086/158003.
- [E12] Alexei A. Starobinsky. “A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity”. W: *Phys. Lett. B* 91 (1980). Red. I. M. Khalatnikov i V. P. Mineev, s. 99–102. DOI: 10.1016/0370-2693(80)90670-X.
- [E13] K. S. Stelle i Peter C. West. “Spontaneously Broken De Sitter Symmetry and the Gravitational Holonomy Group”. W: *Phys. Rev. D* 21 (1980), s. 1466. DOI: 10.1103/PhysRevD.21.1466.
- [E14] K. S. Stelle i Peter C. West. “Spontaneously Broken De Sitter Symmetry and the Gravitational Holonomy Group”. W: *Phys. Rev. D* 21 (1980), s. 1466. DOI: 10.1103/PhysRevD.21.1466.
- [E15] M. Milgrom. “A Modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis”. W: *Astrophys. J.* 270 (1983), s. 365–370. DOI: 10.1086/161130.
- [E16] M. Milgrom. “A Modification of the Newtonian dynamics: Implications for galaxies”. W: *Astrophys. J.* 270 (1983), s. 371–383. DOI: 10.1086/161131.
- [E17] M. Milgrom. “A modification of the Newtonian dynamics: implications for galaxy systems”. W: *Astrophys. J.* 270 (1983), s. 384–389. DOI: 10.1086/161132.
- [E18] J. Bekenstein i Mordehai Milgrom. “Does the missing mass problem signal the breakdown of Newtonian gravity?” W: *Astrophys. J.* 286 (1984), s. 7–14. DOI: 10.1086/162570.
- [E19] A. Ashtekar. “New Variables for Classical and Quantum Gravity”. W: *Phys. Rev. Lett.* 57 (1986), s. 2244–2247. DOI: 10.1103/PhysRevLett.57.2244.
- [E20] J. D. Bekenstein. “Phase Coupling Gravitation: Symmetries and Gauge Fields”. W: *Phys. Lett.* B202 (1988), s. 497–500. DOI: 10.1016/0370-2693(88)91851-5.
- [E21] Abhay Ashtekar, Joseph D. Romano i Ranjeet S. Tate. “New Variables for Gravity: Inclusion of Matter”. W: *Phys. Rev. D* 40 (1989), s. 2572. DOI: 10.1103/PhysRevD.40.2572.
- [E22] V. Alan Kostelecky i Stuart Samuel. “Spontaneous Breaking of Lorentz Symmetry in String Theory”. W: *Phys. Rev. D* 39 (1989), s. 683. DOI: 10.1103/PhysRevD.39.683.
- [E23] A. Ashtekar. *Lectures on nonperturbative canonical gravity*. T. 6. 1991. DOI: 10.1142/1321.
- [E24] Karel V. Kuchar i Charles G. Torre. “Gaussian reference fluid and interpretation of quantum geometrodynamics”. W: *Phys. Rev. D* 43 (1991), s. 419–441. DOI: 10.1103/PhysRevD.43.419.
- [E25] M. Henneaux i C. Teitelboim. *Quantization of gauge systems*. 1992. ISBN: 978-0-691-03769-1.
- [E26] C. J. Isham. “Canonical quantum gravity and the problem of time”. W: *NATO Sci. Ser. C* 409 (1993). Red. L. A. Ibort i M. A. Rodriguez, s. 157–287. arXiv: gr-qc/9210011.
- [E27] Joseph D. Romano. “Geometrodynamics versus connection dynamics (in the context of (2+1) and (3+1) gravity)”. W: *Gen. Rel. Grav.* 25 (1993), s. 759–854. DOI: 10.1007/BF00758384. arXiv: gr-qc/9303032.
- [E28] J. David Brown i Karel V. Kuchar. “Dust as a standard of space and time in canonical quantum gravity”. W: *Phys. Rev. D* 51 (1995), s. 5600–5629. DOI: 10.1103/PhysRevD.51.5600. arXiv: gr-qc/9409001.
- [E29] D. J. Fixsen i in. “The Cosmic Microwave Background spectrum from the full COBE FIRAS data set”. W: *Astrophys. J.* 473 (1996), s. 576. DOI: 10.1086/178173. arXiv: astro-ph/9605054.

- [E30] Mordehai Milgrom. “Nonlinear conformally invariant generalization of the Poisson equation to $D > \text{two-dimensions}$ ”. W: *Phys. Rev. E* 56 (1997), s. 1148–1159. DOI: 10.1103/PhysRevE.56.1148. eprint: [gr-qc/9705003](#).
- [E31] R. H. Sanders. “A Stratified framework for scalar - tensor theories of modified dynamics”. W: *Astrophys. J.* 480 (1997), s. 492–502. DOI: 10.1086/303980. eprint: [astro-ph/9612099](#) (astro-ph).
- [E32] R.W Sharpe. “Cartan’s Generalization of Klein’s Erlangen Program”. W: (1997). Book, Springer.
- [E33] Don Colladay i V. Alan Kostelecky. “Lorentz violating extension of the standard model”. W: *Phys. Rev. D* 58 (1998), s. 116002. DOI: 10.1103/PhysRevD.58.116002. arXiv: [hep-ph/9809521](#).
- [E34] Charles G. Torre i Madhavan Varadarajan. “Quantum fields at any time”. W: *Phys. Rev. D* 58 (1998), s. 064007. DOI: 10.1103/PhysRevD.58.064007. arXiv: [hep-th/9707221](#).
- [E35] Mordehai Milgrom. “The modified dynamics as a vacuum effect”. W: *Phys. Lett. A* 253 (1999), s. 273–279. DOI: 10.1016/S0375-9601(99)00077-8. arXiv: [astro-ph/9805346](#).
- [E36] Ted Jacobson i David Mattingly. “Gravity with a dynamical preferred frame”. W: *Phys. Rev. D* 64 (2001), s. 024028. DOI: 10.1103/PhysRevD.64.024028. arXiv: [gr-qc/0007031](#).
- [E37] Ted Jacobson i David Mattingly. “Gravity with a dynamical preferred frame”. W: *Phys. Rev. D* 64 (2001), s. 024028. DOI: 10.1103/PhysRevD.64.024028. eprint: [gr-qc/0007031](#) (gr-qc).
- [E38] Ted Jacobson i David Mattingly. “Gravity with a dynamical preferred frame”. W: *Phys. Rev. D* 64 (2001), s. 024028. DOI: 10.1103/PhysRevD.64.024028. arXiv: [gr-qc/0007031](#) [gr-qc].
- [E39] P. J. E. Peebles i Bharat Ratra. “The Cosmological Constant and Dark Energy”. W: *Rev. Mod. Phys.* 75 (2003). Red. Jong-Ping Hsu i D. Fine, s. 559–606. DOI: 10.1103/RevModPhys.75.559. arXiv: [astro-ph/0207347](#).
- [E40] D. N. Spergel i in. “First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Determination of cosmological parameters”. W: *Astrophys. J. Suppl.* 148 (2003), s. 175–194. DOI: 10.1086/377226. arXiv: [astro-ph/0302209](#).
- [E41] Nima Arkani-Hamed i in. “Ghost condensation and a consistent infrared modification of gravity”. W: *JHEP* 05 (2004), s. 074. DOI: 10.1088/1126-6708/2004/05/074. arXiv: [hep-th/0312099](#).
- [E42] Nima Arkani-Hamed i in. “Ghost condensation and a consistent infrared modification of gravity”. W: *JHEP* 05 (2004), s. 074. DOI: 10.1088/1126-6708/2004/05/074. eprint: [hep-th/0312099](#) (hep-th).
- [E43] Jacob D. Bekenstein. “Relativistic gravitation theory for the MOND paradigm”. W: *Phys. Rev. D* 70 (2004). [Erratum: *Phys. Rev. D* 71,069901(2005)], s. 083509. DOI: 10.1103/PhysRevD.70.083509, 10.1103/PhysRevD.71.069901. arXiv: [astro-ph/0403694](#) [astro-ph].
- [E44] Robert J. Scherrer. “Purely kinetic k-essence as unified dark matter”. W: *Phys. Rev. Lett.* 93 (2004), s. 011301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.011301. arXiv: [astro-ph/0402316](#) [astro-ph].
- [E45] V. Mukhanov. *Physical Foundations of Cosmology*. Oxford: Cambridge University Press, 2005. ISBN: 978-0-521-56398-7. DOI: 10.1017/CB09780511790553.
- [E46] R.H. Sanders. “A Tensor-vector-scalar framework for modified dynamics and cosmic dark matter”. W: *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 363 (2005), s. 459. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2005.09375.x. arXiv: [astro-ph/0502222](#).
- [E47] Hsin-Chia Cheng i in. “Spontaneous Lorentz breaking at high energies”. W: *JHEP* 05 (2006), s. 076. DOI: 10.1088/1126-6708/2006/05/076. arXiv: [hep-th/0603010](#).
- [E48] Ignacio Navarro i Karel Van Acoleyen. “Modified gravity, dark energy and MOND”. W: *JCAP* 0609 (2006), s. 006. DOI: 10.1088/1475-7516/2006/09/006. arXiv: [gr-qc/0512109](#) [gr-qc].
- [E49] Constantinos Skordis i in. “Large Scale Structure in Bekenstein’s theory of relativistic Modified Newtonian Dynamics”. W: *Phys. Rev. Lett.* 96 (2006), s. 011301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.011301. arXiv: [astro-ph/0505519](#) [astro-ph].
- [E50] Nima Arkani-Hamed i in. “Dynamics of gravity in a Higgs phase”. W: *JHEP* 01 (2007), s. 036. DOI: 10.1088/1126-6708/2007/01/036. arXiv: [hep-ph/0507120](#).

- [E51] F. Bourliot i in. “The cosmological behavior of Bekenstein’s modified theory of gravity”. W: *Phys. Rev. D* 75 (2007), s. 063508. DOI: 10.1103/PhysRevD.75.063508. arXiv: astro-ph/0611255 [astro-ph].
- [E52] E. O. Kahya i R. P. Woodard. “A Generic Test of Modified Gravity Models which Emulate Dark Matter”. W: *Phys. Lett. B* 652 (2007), s. 213–216. DOI: 10.1016/j.physletb.2007.07.029. eprint: arXiv:0705.0153 (astro-ph).
- [E53] R. H. Sanders. “Modified gravity without dark matter”. W: *Lect. Notes Phys.* 720 (2007), s. 375–402. DOI: 10.1007/978-3-540-71013-4_13. arXiv: astro-ph/0601431 [astro-ph].
- [E54] Michael D. Seifert i Robert M. Wald. “A General variational principle for spherically symmetric perturbations in diffeomorphism covariant theories”. W: *Phys. Rev. D* 75 (2007), s. 084029. DOI: 10.1103/PhysRevD.75.084029. arXiv: gr-qc/0612121.
- [E55] Madhavan Varadarajan. “Dirac quantization of parametrized field theory”. W: *Phys. Rev. D* 75 (2007), s. 044018. DOI: 10.1103/PhysRevD.75.044018. arXiv: gr-qc/0607068.
- [E56] Carlo R. Contaldi, Joao Magueijo i Lee Smolin. “Anomalous CMB polarization and gravitational chirality”. W: *Phys. Rev. Lett.* 101 (2008), s. 141101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.141101. arXiv: 0806.3082 [astro-ph].
- [E57] Constantinos Skordis. “Generalizing tensor-vector-scalar cosmology”. W: *Phys. Rev. D* 77 (2008), s. 123502. DOI: 10.1103/PhysRevD.77.123502. arXiv: arXiv:0801.1985 [astro-ph].
- [E58] D. Blas, O. Pujolas i S. Sibiryakov. “On the Extra Mode and Inconsistency of Horava Gravity”. W: *JHEP* 10 (2009), s. 029. DOI: 10.1088/1126-6708/2009/10/029. arXiv: 0906.3046 [hep-th].
- [E59] Mordehai Milgrom. “Bimetric MOND gravity”. W: *Phys. Rev. D* 80 (2009), s. 123536. DOI: 10.1103/PhysRevD.80.123536. arXiv: arXiv:0912.0790 [gr-qc].
- [E60] Mordehai Milgrom. “The MOND limit from space-time scale invariance”. W: *Astrophys. J.* 698 (2009), s. 1630–1638. DOI: 10.1088/0004-637X/698/2/1630. eprint: arXiv:0810.4065 (astro-ph).
- [E61] Shinji Mukohyama. “Caustic avoidance in Horava-Lifshitz gravity”. W: *JCAP* 09 (2009), s. 005. DOI: 10.1088/1475-7516/2009/09/005. arXiv: 0906.5069 [hep-th].
- [E62] Shinji Mukohyama. “Dark matter as integration constant in Horava-Lifshitz gravity”. W: *Phys. Rev. D* 80 (2009), s. 064005. DOI: 10.1103/PhysRevD.80.064005. arXiv: 0905.3563 [hep-th].
- [E63] Constantinos Skordis. “The Tensor-Vector-Scalar theory and its cosmology”. W: *Class. Quant. Grav.* 26 (2009), s. 143001. DOI: 10.1088/0264-9381/26/14/143001. eprint: arXiv:0903.3602 (astro-ph.CO).
- [E64] Bhuvnesh Jain i Justin Khoury. “Cosmological Tests of Gravity”. W: *Annals Phys.* 325 (2010), s. 1479–1516. DOI: 10.1016/j.aop.2010.04.002. arXiv: arXiv:1004.3294 [astro-ph.CO].
- [E65] Beth A. Reid i in. “Cosmological Constraints from the Clustering of the Sloan Digital Sky Survey DR7 Luminous Red Galaxies”. W: *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 404 (2010), s. 60–85. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2010.16276.x. arXiv: 0907.1659 [astro-ph.CO].
- [E66] Eva Sagi. “Propagation of gravitational waves in generalized TeVeS”. W: *Phys. Rev. D* 81 (2010), s. 064031. DOI: 10.1103/PhysRevD.81.064031. arXiv: arXiv:1001.1555 [gr-qc].
- [E67] Eugeny Babichev, Cedric Deffayet i Gilles Esposito-Farese. “Improving relativistic MOND with Galileon k-mouflage”. W: *Phys. Rev. D* 84 (2011), s. 061502. DOI: 10.1103/PhysRevD.84.061502. arXiv: arXiv:1106.2538 [gr-qc].
- [E68] Laura Bethke i Joao Magueijo. “Inflationary tensor fluctuations, as viewed by Ashtekar variables and their imaginary friends”. W: *Phys. Rev. D* 84 (2011), s. 024014. DOI: 10.1103/PhysRevD.84.024014. arXiv: 1104.1800 [gr-qc].
- [E69] F. Bezrukov i in. “Higgs inflation: consistency and generalisations”. W: *JHEP* 01 (2011), s. 016. DOI: 10.1007/JHEP01(2011)016. arXiv: 1008.5157 [hep-ph].
- [E70] Cedric Deffayet, Gilles Esposito-Farese i Richard P. Woodard. “Nonlocal metric formulations of MOND with sufficient lensing”. W: *Phys. Rev. D* 84 (2011), s. 124054. DOI: 10.1103/PhysRevD.84.124054. arXiv: arXiv:1106.4984 [gr-qc].

- [E71] S. W. Hawking i G. F. R. Ellis. *The Large Scale Structure of Space-Time*. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. Cambridge University Press, lut. 2011. ISBN: 978-0-521-20016-5, 978-0-521-09906-6, 978-0-511-82630-6, 978-0-521-09906-6. DOI: 10.1017/CB09780511524646.
- [E72] F.R. Klinkhamer i M. Kopp. “Entropic gravity, minimum temperature, and modified Newtonian dynamics”. W: *Mod. Phys. Lett. A* 26 (2011), s. 2783–2791. DOI: 10.1142/S021773231103711X. arXiv: 1104.2022 [hep-th].
- [E73] Julien Lesgourgues. “The Cosmic Linear Anisotropy Solving System (CLASS) I: Overview”. W: (kw. 2011). arXiv: 1104.2932 [astro-ph.IM].
- [E74] Joao Magueijo i Dionigi M. T. Benincasa. “Chiral vacuum fluctuations in quantum gravity”. W: *Phys. Rev. Lett.* 106 (2011), s. 121302. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.121302. arXiv: 1010.3552 [gr-qc].
- [E75] Timothy Clifton i in. “Modified Gravity and Cosmology”. W: *Phys. Rept.* 513 (2012), s. 1–189. DOI: 10.1016/j.physrep.2012.01.001. arXiv: arXiv:1106.2476 [astro-ph.CO].
- [E76] Benoit Famaey i Stacy McGaugh. “Modified Newtonian Dynamics (MOND): Observational Phenomenology and Relativistic Extensions”. W: *Living Rev. Rel.* 15 (2012), s. 10. DOI: 10.12942/lrr-2012-10. arXiv: 1112.3960 [astro-ph.CO].
- [E77] Viqar Husain i Tomasz Pawłowski. “Time and a physical Hamiltonian for quantum gravity”. W: *Phys. Rev. Lett.* 108 (2012), s. 141301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.141301. arXiv: 1108.1145 [gr-qc].
- [E78] Ruben Aldrovandi i José Geraldo Pereira. *Teleparallel Gravity: An Introduction*. Springer, 2013. ISBN: 978-94-007-5142-2, 978-94-007-5143-9. DOI: 10.1007/978-94-007-5143-9.
- [E79] Friedrich W. Hehl, Yuri N. Obukhov i Dirk Puetzfeld. “On Poincaré gauge theory of gravity, its equations of motion, and Gravity Probe B”. W: *Phys. Lett. A* 377 (2013), s. 1775–1781. DOI: 10.1016/j.physleta.2013.04.055. arXiv: 1304.2769 [gr-qc].
- [E80] Anna Ijjas, Paul J. Steinhardt i Abraham Loeb. “Inflationary paradigm in trouble after Planck2013”. W: *Phys. Lett. B* 723 (2013), s. 261–266. DOI: 10.1016/j.physletb.2013.05.023. arXiv: 1304.2785 [astro-ph.CO].
- [E81] Ignacy Sawicki, Valerio Marra i Wessel Valkenburg. “Seeding supermassive black holes with a non-vortical dark-matter subcomponent”. W: *Phys. Rev. D* 88 (2013), s. 083520. DOI: 10.1103/PhysRevD.88.083520. arXiv: 1307.6150 [astro-ph.CO].
- [E82] Clifford M. Will. “The Confrontation between General Relativity and Experiment”. W: *Living Rev. Rel.* 17 (2014), s. 4. DOI: 10.12942/lrr-2014-4. eprint: arXiv:1403.7377 (gr-qc).
- [E83] Jibril Ben Achour, Julien Grain i Karim Noui. “Loop Quantum Cosmology with Complex Ashtekar Variables”. W: *Class. Quant. Grav.* 32 (2015), s. 025011. DOI: 10.1088/0264-9381/32/2/025011. arXiv: 1407.3768 [gr-qc].
- [E84] Luc Blanchet i Lavinia Heisenberg. “Dark Matter via Massive (bi-)Gravity”. W: *Phys. Rev. D* 91 (2015), s. 103518. DOI: 10.1103/PhysRevD.91.103518. arXiv: 1504.00870 [gr-qc].
- [E85] Justin Khoury. “An Alternative to particle dark matter”. W: *Phys. Rev. D* 91.2 (2015), s. 024022. DOI: 10.1103/PhysRevD.91.024022. arXiv: arXiv:1409.0012 [hep-th].
- [E86] Edward Wilson-Ewing. “Loop quantum cosmology with self-dual variables”. W: *Phys. Rev. D* 92.12 (2015), s. 123536. DOI: 10.1103/PhysRevD.92.123536. arXiv: 1503.07855 [gr-qc].
- [E87] R. P. Woodard. “Nonlocal metric realizations of MOND”. W: *Can. J. Phys.* 93.2 (2015), s. 242–249. DOI: 10.1139/cjp-2014-0156. arXiv: arXiv:1403.6763 [astro-ph.CO].
- [E88] Xiao-dong Xu, Bin Wang i Pengjie Zhang. “Testing the tensor-vector-scalar Theory with the latest cosmological observations”. W: *Phys. Rev. D* 92.8 (2015), s. 083505. DOI: 10.1103/PhysRevD.92.083505. arXiv: arXiv:1412.4073 [astro-ph.CO].
- [E89] A. Emir Gumrukcuoglu, Shinji Mukohyama i Thomas P. Sotiriou. “Low energy ghosts and the Jeans’ instability”. W: *Phys. Rev. D* 94.6 (2016), s. 064001. DOI: 10.1103/PhysRevD.94.064001. eprint: arXiv:1606.00618 (hep-th).

- [E90] Edward Wilson-Ewing. “Anisotropic loop quantum cosmology with self-dual variables”. W: *Phys. Rev. D* 93.8 (2016), s. 083502. DOI: 10.1103/PhysRevD.93.083502. arXiv: 1512.03684 [gr-qc].
- [E91] B.P. Abbott i in. “GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral”. W: *Phys. Rev. Lett.* 119.16 (2017), s. 161101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.161101. arXiv: arXiv:1710.05832 [gr-qc].
- [E92] Eugeny Babichev i Sabir Ramazanov. “Caustic free completion of pressureless perfect fluid and k-essence”. W: *JHEP* 08 (2017), s. 040. DOI: 10.1007/JHEP08(2017)040. arXiv: 1704.03367 [hep-th].
- [E93] T. Baker i in. “Strong constraints on cosmological gravity from GW170817 and GRB 170817A”. W: *Phys. Rev. Lett.* 119.25 (2017), s. 251301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.251301. arXiv: arXiv:1710.06394 [astro-ph.CO].
- [E94] Paolo Creminelli i Filippo Vernizzi. “Dark Energy after GW170817 and GRB170817A”. W: *Phys. Rev. Lett.* 119.25 (2017), s. 251302. DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.251302. arXiv: arXiv:1710.05877 [astro-ph.CO].
- [E95] Jose María Ezquiaga i Miguel Zumalacárregui. “Dark Energy After GW170817: Dead Ends and the Road Ahead”. W: *Phys. Rev. Lett.* 119.25 (2017), s. 251304. DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.251304. arXiv: arXiv:1710.05901 [astro-ph.CO].
- [E96] A. Goldstein i in. “An Ordinary Short Gamma-Ray Burst with Extraordinary Implications: Fermi-GBM Detection of GRB 170817A”. W: *Astrophys. J.* 848.2 (2017), s. L14. DOI: 10.3847/2041-8213/aa8f41. arXiv: arXiv:1710.05446 [astro-ph.HE].
- [E97] Sabine Hossenfelder. “Covariant version of Verlinde’s emergent gravity”. W: *Phys. Rev. D* 95.12 (2017), s. 124018. DOI: 10.1103/PhysRevD.95.124018. arXiv: 1703.01415 [gr-qc].
- [E98] Jeremy Sakstein i Bhuvnesh Jain. “Implications of the Neutron Star Merger GW170817 for Cosmological Scalar-Tensor Theories”. W: *Phys. Rev. Lett.* 119.25 (2017), s. 251303. DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.251303. arXiv: arXiv:1710.05893 [astro-ph.CO].
- [E99] V. Savchenko i in. “INTEGRAL Detection of the First Prompt Gamma-Ray Signal Coincident with the Gravitational-wave Event GW170817”. W: *Astrophys. J.* 848.2 (2017), s. L15. DOI: 10.3847/2041-8213/aa8f94. arXiv: arXiv:1710.05449 [astro-ph.HE].
- [E100] Erik P. Verlinde. “Emergent Gravity and the Dark Universe”. W: *SciPost Phys.* 2.3 (2017), s. 016. DOI: 10.21468/SciPostPhys.2.3.016. arXiv: arXiv:1611.02269 [hep-th].
- [E101] S. Boran i in. “GW170817 Falsifies Dark Matter Emulators”. W: *Phys. Rev. D* 97.4 (2018), s. 041501. DOI: 10.1103/PhysRevD.97.041501. eprint: arXiv:1710.06168 (astro-ph.HE).
- [E102] Yungui Gong i in. “Gravitational waves in Einstein-æther and generalized TeVeS theory after GW170817”. W: *Phys. Rev. D* 97.8 (2018), s. 084040. DOI: 10.1103/PhysRevD.97.084040. eprint: arXiv:1801.03382 (gr-qc).
- [E103] Shaoqi Hou i Yungui Gong. “Gravitational Waves in Einstein-Æther Theory and Generalized TeVeS Theory after GW170817”. W: (2018). [Universe4,no.8,84(2018)]. DOI: 10.3390/universe4080084. eprint: arXiv:1806.02564 (gr-qc).
- [E104] Michael Kopp i in. “Dark Matter Equation of State through Cosmic History”. W: *Phys. Rev. Lett.* 120.22 (2018), s. 221102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.120.221102. arXiv: arXiv:1802.09541 [astro-ph.CO].
- [E105] Jacob Oost, Shinji Mukohyama i Anzhong Wang. “Constraints on Einstein-aether theory after GW170817”. W: *Phys. Rev. D* 97.12 (2018), s. 124023. DOI: 10.1103/PhysRevD.97.124023. eprint: arXiv:1802.04303 (gr-qc).
- [E106] Clifford M. Will. *Theory and Experiment in Gravitational Physics*. Cambridge University Press, 2018. ISBN: 9781108679824, 9781107117440.
- [E107] Clare Burrage i in. “Symmetron scalar fields: Modified gravity, dark matter, or both?” W: *Phys. Rev. D* 99.4 (2019), s. 043539. DOI: 10.1103/PhysRevD.99.043539. arXiv: 1811.12301 [astro-ph.CO].
- [E108] Edmund J. Copeland i in. “Dark energy after GW170817 revisited”. W: *Phys. Rev. Lett.* 122.6 (2019), s. 061301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.122.061301. arXiv: arXiv:1810.08239 [gr-qc].

- [E109] Mordehai Milgrom. “Noncovariance at low accelerations as a route to MOND”. W: *Phys. Rev. D* 100.8 (2019), s. 084039. DOI: 10.1103/PhysRevD.100.084039. arXiv: 1908.01691 [gr-qc].
- [E110] N. Aghanim i in. “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters”. W: *Astron. Astrophys.* 641 (2020). [Erratum: *Astron. Astrophys.* 652, C4 (2021)], A6. DOI: 10.1051/0004-6361/201833910. arXiv: 1807.06209 [astro-ph.CO].
- [E111] N. Aghanim i in. “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters”. W: *Astron. Astrophys.* 641 (2020), A6. DOI: 10.1051/0004-6361/201833910. arXiv: 1807.06209 [astro-ph.CO].
- [E112] Fabio D’Ambrosio, Mudit Garg i Lavinia Heisenberg. “Non-linear extension of non-metricity scalar for MOND”. W: (kw. 2020). arXiv: 2004.00888 [gr-qc].
- [E113] A. F. Ferrari, J. R. Nascimento i A. Yu Petrov. “Radiative corrections and Lorentz violation”. W: *Eur. Phys. J. C* 80.5 (2020), s. 459. DOI: 10.1140/epjc/s10052-020-8000-0. arXiv: 1812.01702 [hep-th].
- [E114] Steffen Gielen i Lucia Menendez-Pidal. “Singularity resolution depends on the clock”. W: *Class. Quant. Grav.* 37.20 (2020), s. 205018. DOI: 10.1088/1361-6382/abb14f. arXiv: 2005.05357 [gr-qc].
- [E115] Daniel Harlow i Jie-Qiang Wu. “Covariant phase space with boundaries”. W: *JHEP* 10 (2020), s. 146. DOI: 10.1007/JHEP10(2020)146. arXiv: 1906.08616 [hep-th].
- [E116] Stéphanie Ilić i in. “Dark Matter properties through Cosmic History”. W: (2020). eprint: inpreparation..
- [E117] J.G. Lee i in. “New Test of the Gravitational $1/r^2$ Law at Separations down to $52 \mu\text{m}$ ”. W: *Phys. Rev. Lett.* 124.10 (2020), s. 101101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.124.101101. arXiv: 2002.11761 [hep-ex].
- [E118] Steffen Gielen i Joao Magueijo. “Quantum resolution of the cosmological singularity”. W: (kw. 2022). arXiv: 2204.01771 [hep-th].
- [E119] Viqar Husain i in. “Quantum Gravity of Dust Collapse: Shock Waves from Black Holes”. W: *Phys. Rev. Lett.* 128.12 (2022), s. 121301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.128.121301. arXiv: 2109.08667 [gr-qc].
- [E120] Tobias Mistele. “Cherenkov radiation from stars constrains hybrid MOND dark matter models”. W: *JCAP* 11 (2022), s. 008. DOI: 10.1088/1475-7516/2022/11/008. arXiv: 2103.16954 [gr-qc].
- [E121] Tobias Mistele, Stacy McGaugh i Sabine Hossenfelder. “Aether scalar tensor theory confronted with weak lensing data at small accelerations”. W: (sty. 2023). DOI: 10.1051/0004-6361/202346025. arXiv: 2301.03499 [astro-ph.GA].