

Autoreferat

Dr John H. Selby

Podsumowanie osiągnięć zawodowych

10 października 2024

Spis Treści

1	IMIĘ I NAZWISKO	3
2	DYPLOMY, STOPNIE NAUKOWE	3
3	INFORMACJE O WCZEŚNIEJSZYM ZATRUDNIENIU W INSTYTUCJACH NAUKOWYCH	3
4	OPIS DOKONAŃ ZGODNIE Z ART. 219 UST. 1 PKT 2 USTAWY	4
4.1	Nazwa dokonania	4
4.2	Lista wybranych publikacji	4
5	PREZENTACJA ZNACZĄCEJ DZIAŁALNOŚCI NAUKOWEJ	6
5.1	Wstęp.....	6
5.1.1	Krótkie wprowadzenie do uogólnionych teorii probabilistycznych	7
5.2	Motywacja i cele naukowe	11
5.3	Podsumowanie.....	11
5.4	Spostrzeżenia dotyczące przetwarzania informacji	12
5.4.1	Przyporządkowanie liczby całkowitej	12
5.4.2	Niepodrabialne pieniądze	14
5.4.3	Rzuty monetą.....	15
5.5	Spostrzeżenia dotyczące uogólnionej kontekstualności.....	16
5.5.1	Formalizacja uogólnionej kontekstualności	17
5.5.2	Twierdzenie strukturalne	19
5.5.3	Korzyść obliczeniowa z uogólnionej kontekstualności	20
5.5.4	Nowe możliwości obserwowania nieklasycyzności.....	20
5.5.5	Nowe testy uogólnionej kontekstualności.....	21
5.6	Spostrzeżenia dotyczące zasobów kwantowych	22
5.6.1	Koherencja	22
5.6.2	Sterowanie.....	24
5.6.3	Niezależne od typu kanały niesygnalizacyjne.....	25
5.7	Spostrzeżenia dotyczące natury grawitacji	25

6 PREZENTACJA OSIĄGNIĘĆ DYDAKTYCZNYCH, ORGANIZACYJNYCH I POPULARYZATORSKICH	27
6.1 Osiągnięcia dydaktyczne.....	27
6.2 Osiągnięcia organizacyjne	27
6.3 Osiągnięcia w dziedzinie popularyzacji nauki	28
7 POZOSTAŁE OSIĄGNIĘCIA NAUKOWE	28
7.1 Dane bibliometryczne	28
7.2 Osiągnięcia przed doktoratem.....	29
7.3 Dodatkowe osiągnięcia po doktoracie.....	30

1 IMIĘ I NAZWISKO

John Selby

2 DYPLOMY, STOPNIE NAUKOWE

- **Doktorat z Fizyki** Styczeń, 2018
Praca dyplomowa: „*A process theoretic triptych: two roads to the emergence of classicality, reconstructing quantum theory from diagrams, looking for post-quantum theories*” (PL- *Tryptyk teorii procesów: dwie drogi do wyłonienia się klasycyzacji, rekonstrukcja mechaniki kwantowej z diagramów, poszukiwanie teorii postkwantowych*).
Doradcy: Prof. Bob Coecke i Prof. Terry Rudolph
Centrum Szkolenia Doktorantów w zakresie Kontrolowanej Dynamiki Kwantowej
Imperial College London, Londyn, Wielka Brytania.
- **Mgr Nauk z dziedziny Kontrolowanej Dynamiki Kwantowej** – Wyróżnienie (80%) Listopad 2014
Praca dyplomowa: „*A process theory approach to possibilistic theories*” (PL - *Podejście teorii procesów do teorii możliwościowych*).
Doradcy: Prof. Bob Coecke and Prof. Terry Rudolph
Centrum Szkolenia Doktorantów w zakresie Kontrolowanej Dynamiki Kwantowej
Imperial College London, Londyn, Wielka Brytania.
- **Mgr z Fizyki Teoretycznej – Perimeter Scholars International** – Zdane¹ Wrzesień 2013.
Praca dyplomowa: „*Tomographic locality in reconstructions of quantum theory*” (PL – *Lokalność tomograficzna w rekonstrukcjach mechaniki kwantowej*)
Doradcy: Prof. Lucien Hardy
Perimeter Institute and University of Waterloo, Waterloo, Canada
- **Mgr z Fizyki** – Wyróżnienie pierwszej klasy (81%) Sierpień 2012
Praca dyplomowa: „*Modelling methods for predictive microbiology*” (PL - *Metody modelowania w mikrobiologii predykcyjnej*).
Doradcy: Prof. Peter Torok
Imperial College London, Londyn, Wielka Brytania.
- **Dyplom Recitalowy ATCL Recital Diploma** – Wyróżnienie Lipiec 2008.
Występ dyplomowy z dziedziny gitary klasycznej
Trinity College London

3 INFORMACJE O WCZEŚNIEJSZYM ZATRUDNIENIU W INSTYTUCJACH NAUKOWYCH

- **Kierownik zespołu** Marzec 2022 - obecnie.
Zespół kompozycyjnych podstaw fizyki

¹ Należy pamiętać, że ten kurs jest oceniany tylko jako zaliczony/niezaliczony.

Międzynarodowe Centrum Teorii Technologii Kwantowych, Uniwersytet Gdański, Polska.

- **Adiunkt** Październik 2019 - obecnie.
Grupa Nowych Zasobów Kwantowych i Termodynamiki
Międzynarodowe Centrum Teorii Technologii Kwantowych, Uniwersytet Gdański, Polska.
- **Pracownik naukowy z tytułem doktora** Wrzesień 2017- Wrzesień 2019
Instytut Fizyki Teoretycznej Perimeter

4 OPIS DOKONAŃ ZGODNIE Z ART. 219 UST. 1 PKT 2 USTAWY

4.1 Tytuł osiągnięcia

Jednotematyczna seria publikacji zatytułowana *Spostrzeżenia na temat podstaw fizyki i przetwarzania informacji wynikające z paradygmatu uogólnionych teorii probabilistycznych*.

4.2 Lista wybranych publikacji

Lista publikacji powiązanych tematycznie:

1. *Linear program for testing nonclassicality and an open-source implementation (Liniowy program do testowania nieklasycyzności i jego implementacja open-source)*
John H. Selby, Elie Wolfe, David Schmid, Ana Belén Sainz, Vinicius P. Rossi
Physical Review Letters, 132, 050202 (2024) -- stron łącznie: 7
2. *Accessible fragments of generalized probabilistic theories, cone equivalence, and applications to witnessing nonclassicality (Dostępne fragmenty uogólnionych teorii probabilistycznych, równoważność stożków i zastosowania w obserwowaniu nieklasycyzności)*
John H. Selby, David Schmid, Elie Wolfe, Ana Belén Sainz, Ravi Kunjwal, Robert W. Spekkens
Physical Review A, 107, 062203 (2023) – stron łącznie: 21
3. *Contextuality without incompatibility (Kontekstualność bez niezgodności)*
John H. Selby, David Schmid, Elie Wolfe, Ana Belén Sainz, Ravi Kunjwal, Robert W. Spekkens.
Physical Review Letters, 130, 230201 (2023) – stron łącznie: 6
4. *A structure theorem for generalized-noncontextual ontological models (Twierdzenie strukturalne dla uogólnionych niekontekstualnych modeli ontologicznych)*
David Schmid, John H. Selby, Matthew F. Pusey, Robert W. Spekkens
Quantum 8, 1283 (2024) -- stron łącznie: 41
5. *Decomposing all multipartite non-signalling channels via quasiprobabilistic mixtures of local channels in generalised probabilistic theories (Rozkład wszystkich wielostronnych kanałów niesygnalizujących poprzez quasiprobabilistyczne mieszaniny lokalnych kanałów w uogólnionych teoriach probabilistycznych)*
Paulo J. Cavalcanti, John H. Selby, Jamie Sikora, Ana Belén Sainz.
Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 55 (40), 404001 (2022) – stron łącznie: 28

6. *Uniqueness of noncontextual models for stabilizer subtheories (Unikalność modeli niekontekstualnych dla podteorii stabilizatorowych)* David Schmid, Haoxing Du, John H. Selby, Matthew F. Pusey. *Physical Review Letters* 129 (12), 120403 (2022) – stron łącznie: 6
7. *A no-go theorem on the nature of the gravitational field beyond quantum theory (Twierdzenie no-go o naturze pola grawitacyjnego poza mechaniką kwantową)* Thomas D. Galley, Flaminia Giacomini, John H. Selby. *Quantum* 6, 779 (2022) – stron łącznie: 21
8. *Post-quantum steering is a stronger-than-quantum resource for information processing (Sterowanie postkwantowe jest silniejszym niż kwantowe zasobem do przetwarzania informacji)* Paulo J. Cavalcanti, John H. Selby, Jamie Sikora, Thomas D. Galley, Ana Belén Sainz npj *Quantum Information* 8 (1), 76 (2022) – stron łącznie: 10
9. *Characterization of Noncontextuality in the Framework of Generalized Probabilistic Theories (Charakterystyka niekontekstualności w ramach uogólnionych teorii probabilistycznych)* David Schmid, John H. Selby, Elie Wolfe, Ravi Kunjwal, Robert W. Spekkens. *PRX Quantum* 2, 010331 (2021) – stron łącznie: 13
10. *Impossibility of coin flipping in generalized probabilistic theories via discretizations of semi-infinite programs (Niemożliwość rzucania monetą w uogólnionych teoriach probabilistycznych poprzez dyskretyzację programów półnieskończonych)* Jamie Sikora, John H. Selby. *Physical Review Research* 2 (4), 043128 (2020) – stron łącznie: 7
11. *Compositional resource theories of coherence (Kompozycyjne teorie zasobów koherencji)* John H. Selby, Ciarán M. Lee. *Quantum* 4, 319 (2020) – stron łącznie: 43
12. *How to make unforgeable money in generalised probabilistic theories (Jak tworzyć niepodrabialne pieniądze w uogólnionych teoriach probabilistycznych)* John H. Selby, Jamie Sikora. *Quantum* 2, 103 (2018) – stron łącznie: 27
13. *Simple proof of the impossibility of bit commitment in generalized probabilistic theories using cone programming (Prosty dowód niemożliwości przypisania bitowego w uogólnionych teoriach probabilistycznych przy użyciu programowania stożkowego)* Jamie Sikora, John H. Selby. *Physical review A* 97 (4), 042302 (2018) – stron łącznie: 5

5 PREZENTACJA ZNACZĄCEJ DZIAŁALNOŚCI NAUKOWEJ

Osiągnięcie naukowe jest częścią publikacji zbiorowych. Mój wkład został opisany w punkcie I2 załącznika „Wykaz osiągnięć naukowych lub artystycznych stanowiących znaczny wkład w rozwój określonej dyscypliny”. Oświadczenia współautorów zostały przedstawione w załączonych dokumentach.

W niniejszym dokumencie publikacje należące do serii będą cytowane literami łacińskimi, np. [A], publikacje wnioskodawcy, które nie odpowiadają serii, będą cytowane z numerami, np. [1], a inne odniesienia będą cytowane zgodnie z konwencją autor-rok, np. [Bel64, KS67].

5.1 Wstęp

Pomimo faktu, iż minęło już ponad sto lat od wykształcenia matematycznego formalizmu teorii kwantowej [VN13], oraz że obecnie stajemy się dość biegli w wykorzystywaniu zjawisk kwantowych do celów technologicznych, wciąż daleko jesteśmy od pełnego zrozumienia tego, co teoria kwantowa faktycznie mówi nam o naszym świecie.

Uzyskiwania wglądu w teorię kwantową poprzez rozważanie alternatyw kontrfaktycznych ma długą historię. Polega ono na traktowaniu teorii kwantowej jako jednej z wielu potencjalnych teorii wśród rozległego krajobrazu hipotetycznych teorii natury. Podążając tym podejściem możemy dowiedzieć się, co czyni teorię kwantową wyjątkową, co wyróżnia ją z tego krajobrazu, co odróżnia ją od fizyki klasycznej i jakie są jej ograniczenia.

Mimo wielu wcześniejszych prac w tej dziedzinie [Mac13, Lud12, Mie68, CMW00], kompozycyjność teorii fizycznych zawsze pozostawała wyzwaniem [CMW00]. Mamy tutaj na myśli wyjście poza badanie pojedynczego systemu pozostającego w izolacji. Oczywiście na pewnym poziomie można argumentować, iż cały wszechświat może być postrzegany jako pojedynczy system w izolacji, zatem powinno to wystarczyć. Pojawienie się kwantowej teorii informacji i istotnej roli splątania w tejże [HHHH09], wraz ze słynnym twierdzeniem Bella [Bel64], uświadomiło nam, że zrozumienie kwantowej kompozycyjności jest kluczowe dla zrozumienia teorii jako całości.

Bardzo niedawno pojawił się nowy program badawczy znany jako Kategoryczna Teoria Kwantowa [AC09]. Zapewnia on teorii kwantowej nowy formalizm matematyczny wysuwający kompozycyjność na plan pierwszy. Technicznie rzecz ujmując, jest on zbudowany na matematycznej strukturze symetrycznych kategorii monoidalnych [ML13], a jedną z największych jego zalet jest to, że można użyć ich reprezentacji jako ciągów diagramów [JS91, Sel11] zapewniających intuicyjny język do dowodzenia wyników i wykonywania obliczeń [vdW20, CHKW22]. Choć formalizm ten był pierwotnie motywowany przez idee fundamentalne [Coe11], doprowadził do ogromnego postępu także w praktycznych aspektach kwantowej teorii informacji. Na przykład jest on obecnie używany przez wiele firm w przemyśle kwantowym i stanowi podstawę najnowocześniejszych narzędzi do kompilacji kwantowej, takich jak tket [vdW20, CHKW22].

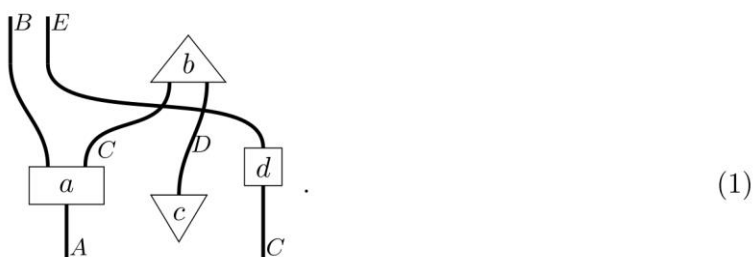
W moich badaniach łączę te dwa aspekty, postrzegając teorię kwantową jako szczególną teorię w krajobrazie złożonych uogólnionych probabilistycznych teorii fizyki. Nie jestem bynajmniej pierwszym, który prowadzi takie badania, w rzeczywistości podążam śladami Luciena Hardy'ego [Har11] i tak zwanej grupy pawijskiej [CDP10], Badania i rezultaty, które tu przedstawiam, reprezentują jednak zbiór spostrzeżeń, które uzyskałem posługując się tym paradygmatem.

5.1.1 Krótkie wprowadzenie do uogólnionych teorii probabilistycznych

Pokrótce przedstawię teraz formalizm uogólnionych teorii probabilistycznych (GPT - generalised probabilistic theories), ponieważ jest to jedno z kluczowych narzędzi - zarówno koncepcyjnych, jak i matematycznych - leżących u podstaw tej pracy. W niniejszym wstępie (który oparłem na wstępie [B]) opiszę matematyczną strukturę GPT, ilustrując ją dwoma kluczowymi przykładami, a mianowicie teorią kwantową i teorią klasyczną. Ta struktura matematyczna może być również wyprowadzona z dobrze umotywowanych aksjomatów (patrz, na przykład, moja praca doktorska [1]), jednak nie będę się tym tutaj zajmował. Istnieją dwa kluczowe aspekty formalizmu: aspekt kompozycyjny i aspekt probabilistyczny, które muszą współdziałać ze sobą w spójny sposób.

Na początek skupię się na aspekcie *kompozycyjnym*. Można go uchwycić za pomocą pojęcia *teorii procesu*² [Coe11], które powstało w wyniku badań nad kategoryczną teorią kwantową [CK17]. Teoria procesu składa się z dwóch części: *systemów* oraz *procesów* oddziaływających na te systemy. Teorie procesów można bardzo dogodnie przedstawić w formie diagramów, co wykorzystamy tutaj.

W tej diagramatycznej reprezentacji systemy są przedstawiane jako oznaczone etykietami przewody, a procesy jako oznaczone etykietami pola, które mają określone przewody wejściowe i określone przewody wyjściowe. Stosujemy tutaj konwencję rysowania wejść na dole i wyjść na górze. Procesy te można łączyć ze sobą, tworząc diagramy takie jak:



gdzie diagram taki jest sam w sobie pełnoprawnym procesem w teorii; w tym przypadku z systemem *złożonym* AC jako wejście i BE jako wyjście. Krótko mówiąc, teoria procesów jest zbiorem procesów, który jest domknięty względem tworzenia diagramów.

Istnienie pewnych ograniczeń dotyczących tego, co stanowi prawidłowy diagram, jest bardzo istotne. Możemy mianowicie podłączać wyjście określonego typu systemu tylko do wejścia tego samego typu, nie możemy też tworzyć żadnych cykli w diagramie. Co więcej, istnieje pewien stopień redundancji w graficznym przedstawieniu danego diagramu, to znaczy dokładna pozycja, w jakiej rysujemy każdy proces na płaszczyźnie jest nieistotna, liczy się tylko *łączność* diagramu, tj. sposób, w jaki procesy są połączone ze sobą, a także z „brzegiem” diagramu.

Uogólnione teorie probabilistyczne są szczególnym rodzajem teorii procesów, w których myślimy o systemach jako reprezentujących systemy fizyczne (na przykład systemy kwantowe lub systemy klasyczne), a o procesach jako procesach fizycznych, którym te systemy podlegają (na przykład transformacje identycznościowe). W tym przypadku procesy, które nie mają danych wejściowych, nazywamy *stanami* systemu, a procesy nie mające danych wyjściowych nazywamy *efektami* (np. konkretny wynik inwazyjnego pomiaru). Kiedy na przykład połączymy stan i efekt dla danego systemu, otrzymamy proces bez wejść i wyjść, i jest on traktowany jako liczba w przedziale jednostkowym i koncepcyjnie myślimy o nim jak o prawdopodobieństwie wystąpienia wyniku pomiaru przy danym stanie systemu. Nie nałożyliśmy jednak jeszcze żadnych odpowiednich ograniczeń normalizacyjnych,

² Dla naszych celów może to być traktowane jako to samo, co symetryczna kategoria monoidalna, jednak w celu omówienia pewnych subtelniejszych aspektów należy zapoznać się z Odniesieniem [2].

tak więc na tym etapie ogólne skalary (tj. procesy bez wejść i wyjść) są tożsame z dowolnymi nieujemnymi liczbami rzeczywistymi.

Bardzo ważny, szczególnie dla Sekcji 5.5, jest fakt, iż procesy w ramach GPT nie zawierają wszystkich informacji o fizycznej implementacji procesu, a jedynie informacje, które są dostępne poprzez wykonanie tomografii na wejściach i wyjściach procesu. W kategoriach GPT oznacza to, że możemy scharakteryzować procesy za pomocą prawdopodobieństw, to znaczy, że $f = g$ wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\begin{array}{c} \triangle \\ | \\ \square \\ | \\ \triangle \\ s \end{array} = \begin{array}{c} \triangle \\ | \\ \square \\ | \\ \triangle \\ s \end{array} \quad \forall C, s, e. \quad (2)$$

Powrócimy do tego punktu w sekcji 5.5, gdzie omówimy jego znaczenie dla badania uogólnionej niekontekstualności [Spe05].

Uogólnione teorie probabilistyczne zawierają również sposób na odrzucenie (lub po prostu zignorowanie) danego systemu. Oznaczamy to specjalnym efektem dla każdego systemu:

$$\overline{\overline{\top}}_A \quad (3)$$

Dla zachowania spójności wymagamy, aby odrzucenie pary układów razem było tożsame z odrzuceniem każdego z nich z osobna, a nieodrzuć niczego było reprezentowane przez liczbę 1. W mechanice kwantowej odrzucanie jest zapewniane przez operację (częściowego) śladowania.

Efekty odrzucania pozwalają nam scharakteryzować procesy jako *zachowujące odrzucenie* (analogiczne do zachowywania śladu w mechanice kwantowej), co oznacza, że są one rodzajem procesu, który możemy zaimplementować poprzez więź

$$\begin{array}{c} \overline{\overline{\top}}_B \\ | \\ \square \\ | \\ \top_A \end{array} = \overline{\overline{\top}}_A \quad (4)$$

Można wykazać, iż jedynymi efektami zachowującymi odrzucenie są same efekty odrzucenia, a jedynym skalarom zachowującym odrzucenie jest liczba 1 [CK18]. Co więcej, można wykazać, że procesy zachowujące odrzucenie są domknięte względem tworzenia diagramów [CK18].

Często zasadne jest również rozważenie procesów *niezwiększających odrzucenia* (analogicznie do niezwiększania śladu w mechanice kwantowej), czyli takich, których nie możemy bezpośrednio wdrożyć, ale które występują jako jedna z wielu możliwości.

Aby formalnie uchwycić tę ideę, konieczne jest zdefiniowanie pojęcia diagramatycznej sumy procesów. To, co odróżnia sumę diagramatyczną od sumy każdego innego rodzaju, to fakt, że wymagamy od sumy diagramatycznej dobrego zachowania przy tworzeniu diagramów poprzez następujący warunek dystrybutywności:

$$\begin{array}{c} \text{E} \\ \text{y} \\ \text{C} \\ \text{x} \\ \text{D} \end{array} \quad \sum_i \boxed{f_i} \quad = \quad \sum_i \begin{array}{c} \text{E} \\ \text{y} \\ \text{C} \\ \text{x} \\ \text{D} \end{array} \quad (5)$$

dla wszystkich x, y, C, D , oraz E .

Pozwoli nam to zdefiniować częściowy porządek na naszych procesach, co z kolei pozwoli zdefiniować warunek niezwiększania odrzucenia. Zdefiniujmy zatem:

$$\begin{array}{c} \text{B} \\ \text{x} \\ \text{A} \end{array} \leq \begin{array}{c} \text{B} \\ \text{y} \\ \text{A} \end{array} \iff \exists \begin{array}{c} \text{B} \\ \text{z} \\ \text{A} \end{array} \text{ s.t. } \begin{array}{c} \text{B} \\ \text{x} \\ \text{A} \end{array} + \begin{array}{c} \text{B} \\ \text{z} \\ \text{A} \end{array} = \begin{array}{c} \text{B} \\ \text{y} \\ \text{A} \end{array} \quad (6)$$

gdzie z jest kolejnym procesem w teorii.

Korzystając z tego częściowego uporządkowania, możemy zdefiniować proces jako niezwiększający odrzucenia wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\overline{\overline{\begin{array}{c} \text{B} \\ \text{f} \\ \text{A} \end{array}}} \leq \overline{\overline{\begin{array}{c} \text{B} \\ \text{A} \end{array}}} \quad (7)$$

Można wykazać, iż procesy niezwiększające odrzucenia są domknięte względem tworzenia diagramów, a liczby niezwiększające odrzucenia należą do przedziału jednostkowego. W związku z tym to właśnie procesy niezwiększające odrzucenia będą przez nas wykorzystywane do obliczania prawdopodobieństw wystąpienia pewnych zdarzeń.

Sumy te, wraz ze skalarami w teorii, prowadzą do interesującej struktury geometrycznej na zbiorach procesów o danym wejściu i wyjściu. Przykładowo, możemy tworzyć dowolne nieujemne kombinacje liniowe poprzez:

$$\sum_i r_i \begin{array}{c} \text{B} \\ \text{f}_i \\ \text{A} \end{array}, \text{ for } r_i \in \mathbb{R}^+, \quad (8)$$

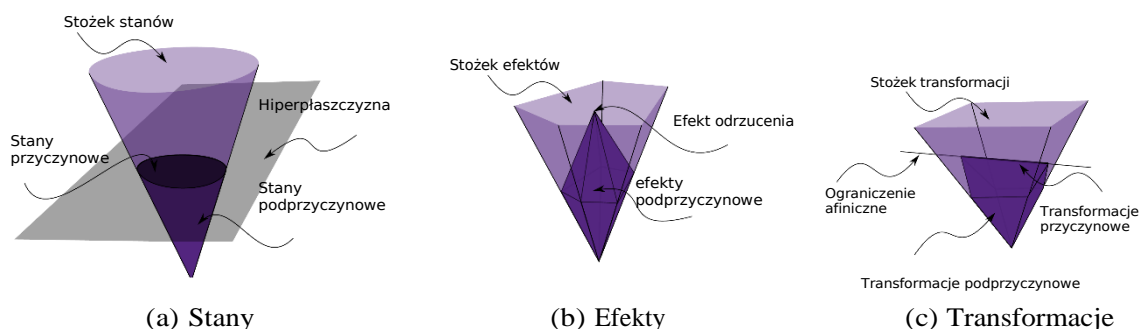
co samo w sobie musi być prawidłowym procesem w teorii. Innymi słowy, zbiory procesów z danym wejściem i wyjściem definiują stożek wypukły $K_{A \wedge B}$, który można kanonicznie rozszerzyć na rzeczywistą przestrzeń wektorową, którą rozpiną, oznaczoną jako V^B . Odnosi się to również do stanów i efektów, gdzie będziemy oznaczać te stożki odpowiednio jako K^A oraz K_A .

Transformacje zachowujące odrzucenie z A do B tworzą zbiór wypukły znajdujący się wewnątrz K_A^B , ponieważ łatwo jest wykazać, że jeśli f i g są zachowują odrzucenie, to

$$p \begin{array}{c} \text{B} \\ \text{f} \\ \text{A} \end{array} + (1-p) \begin{array}{c} \text{B} \\ \text{g} \\ \text{A} \end{array} \quad (9)$$

również zachowuje odrzucenie. Częściowy porządek \leq może być wtedy postrzegany jako zdefiniowany przez postrzeganie stożka jako stożka dodatniego, a procesy niezwiększające odrzucenia to te, które występują w stożku, ale pod zbiorem wypukłym procesów zachowujących odrzucenie.

Obrazowo możemy myśleć o trzech różnych przypadkach: stanach, efektach i transformacjach, jak pokazano na Rys. 1 [B].



Rysunek 1: (a) W ogólności stożek stanu może być dowolnym stożkiem wypukłym, stany przyczynowe są określone przez przecięcie tego stożka z pojedynczą hiperpłaszczyzną, a stany podprzyczynowe leżą między tą hiperpłaszczyzną a wektorem zerowym (tj. punktem), jak pokazano poniżej. (b) Mamy tylko jeden efekt przyczynowy, sam efekt odrzucenia. Efekty podprzyczynowe znajdują się pomiędzy efektem odrzucenia a wektorem zerowym. (c) Zbiór procesów przyczynowych jest zbiorem bardziej skomplikowanym, ale co ważne, nadal stanowi on ograniczenie *afiniczne*, dane przez Równanie (4), na stożku transformacji. Transformacje podprzyczynowe mieszczą się pomiędzy tym ograniczeniem afinicznym a wektorem zerowym.

Poniższa Tabela 1 [K] pozwala dowiedzieć się, czemu wszystkie te elementy odpowiadają w bardziej znanych światach kwantowym i klasycznym.

Elementy GPT	Teoria Kwantowa	Teoria klasyczna
Systemy Stany	Przestrzenie Hilberta operatory gęstości	zbiory skończone rozkłady prawdopodobieństwa
Efekty	elementy POVM	funkcje o wartościach z zakresu [0,1]
Efekty odrzucające	(częściowe) śladowanie	marginalizacja
Transformacje zachowujące odrzucenie	odwzorowania liniowe CPTP	odwzorowania stochastyczne
Transformacje niezwiększające odrzucenia	odwzorowanie liniowe CPTNI	odwzorowania substochastyczne
Reguła kompozycji	iloczyn tensorowy	Iloczyn kartezjański

Tabela 1: Elementy definiujące uogólnioną teorię probabilistyczną oraz sposób ich definiowania dla szczególnego przypadku teorii kwantowej i klasycznej postrzeganych jako GPT.

5.2 Motywacja i cele naukowe

Moją główną motywacją w badaniach jest dążenie do głębszego zrozumienia otaczającego nas świata. Ponieważ teoria kwantowa jest co najmniej bardzo dobrym przybliżeniem fundamentalnej fizyki w szerokim zakresie okoliczności, znaczna część moich badań skupiała się na rozwijaniu zrozumienia teorii kwantowej. Obszarem, w którym obowiązywanie teorii kwantowej jawi się jako najbardziej problematyczne jest jej połączenie z grawitacją, dlatego badanie interakcji tych dwóch teorii jest również jednym z moich głównych zainteresowań. Oczywiście, choć moja motywacja jest głównie fundamentalna, korzyści płynące z głębszego zrozumienia świata mogą mieć głęboki wpływ na naukę, technologię i ostatecznie na społeczeństwo, w którym żyjemy.

Od zakończenia mojego doktoratu moje badania skupiają się na pytaniu, czego możemy dowiedzieć się o podstawach fizyki i przetwarzania informacji, traktując teorię kwantową jako jedną z wielu teorii w krajobrazie uogólnionych teorii probabilistycznych. W szczególności badania przedstawione w niniejszej rozprawie habilitacyjnej mają na celu osiągnięcie znaczącego postępu w następujących obszarach:

- badanie możliwości przetwarzania informacji w uogólnionych teoriach kompozycji;
- rozwijanie geometrycznego i kompozycyjnego rozumienia nieklasyczości natury;
- opracowanie kompozycyjnych podejść do kwantyfikacji kluczowych zasobów kwantowych;
- zrozumienie, czego mogą nas nauczyć współczesne eksperymentalne propozycje badania natury pola grawitacyjnego.

5.3 Podsumowanie

Istnieją cztery kluczowe zagadnienia, w które, poprzez paradygmat uogólnionych teorii probabilistycznych, wniosłem swój wkład od czasu mojego doktoratu. Omówię po kolei każde z nich.

W pierwszej kolejności, wraz z doktorem Jamie Sikorą badałem podstawy przetwarzania informacji w krajobrazie uogólnionych teorii probabilistycznych. W szczególności, badaliśmy przypisanie liczb całkowitych [Gol04] (naturalne uogólnienie szerzej zbadanego przypisania bitowego), niepodrabialne pieniądze Wiesnera [Wie83] i rzuty monetą [Blu83], odpowiednio w pracach [A, B, C]. W każdym przypadku wykazaliśmy, w jaki sposób pewne wyniki kwantowe można odzyskać w szerszej klasie uogólnionych teorii probabilistycznych. To z jednej strony pokazuje, że teoria kwantowa nie jest wyjątkowa w żadnym z tych protokołów, a z drugiej zaś, które aspekty formalizmu kwantowego są niezbędne dla każdego z tych wyników.

W drugiej kolejności, wraz z kilkoma współpracownikami badałem pojęcie nieklasyczości znane jako uogólniona kontekstualność [Spe05]. Przekształciliśmy to pojęcie w język uogólnionych teorii probabilistycznych [G], co doprowadziło do wielu nowych wyników [H], nowych technik [I, M] i znacznie głębszego zrozumienia tematu [E]. Dla przykładu, byliśmy w stanie zastosować ten nowy formalizm aby udowodnić, iż uogólniona kontekstualność jest niezbędnym zasobem dla przewagi obliczeniowej w modelu kwantowych obliczeń opartym na wstrzykiwaniu stanów magicznych [L]. Jest to analogiczne do słynnych wyników przytoczonych w pracy [HWVE14], które udowodnione zostały dla przypadku kontekstualności Kochen-Speckera. Osiągnięcie naszego wyniku możliwe było dzięki temu, iż formalizm uogólnionej teorii probabilistycznej pozwala na zdefiniowanie uogólnionej kontekstualności w sposób w pełni kompozycyjny, dzięki czemu można ją zastosować do dowolnie skomplikowanych scenariuszy, takich jak te występujące w skomplikowanym obwodach obrazujących kwantowe obliczenia.

Po trzecie, badałem zasoby kwantowe z perspektywy uogólnionych teorii probabilistycznych. Początkowo wraz z doktorem Ciaránem Lee rozważyliśmy teorie zasobów koherencji. Wykazaliśmy, że można je zdefiniować dla dowolnych uogólnionych teorii probabilistycznych, dla dowolnych zachodzących w nich procesów i w sposób, który nie wymaga dokonywania arbitralnego wyboru bazy [D]. Następnie, wraz z kilkoma kolegami, badałem sterowanie rozpatrywane jako zasób.

W szczególności skonstruowaliśmy uogólnioną teorię probabilistyczną, która pozwala na sterowanie postkwantowe i wykazaliśmy, iż jest to zasób dla zadania zdalnego przygotowania stanu [J]. Wraz z niektórymi z tych samych współpracowników skierowaliśmy nasze wysiłki na badania wieloczęściowych kanałów niesygnalizacyjnych, często uważanych za zasoby w badaniu splątania i lokalności [SRB20]; wykazaliśmy, że zawsze można je symulować jako afiniczne kombinacje kanałów produktowych w szerokiej klasie uogólnionych teorii [K].

Wreszcie, wraz z doktorem Thomasem D. Galleyem i doktor Flaminią Giacomini postanowiliśmy zgłębić, czego możemy się dowiedzieć o ostatnich propozycjach eksperymentalnych mających na celu zbadanie natury pola grawitacyjnego [BMM⁺17, MV17] z perspektywy uogólnionych teorii probabilistycznych. Przeanalizowaliśmy te eksperymentalne propozycje w ramach uogólnionej teorii probabilistycznej i udowodniliśmy nowe twierdzenie o niemożliwości [F]. Ogólnie rzecz biorąc, wykazujemy, iż jeśli w eksperymentach tych obserwowane jest splątanie, to rzeczywiście oznacza to, że pole grawitacyjne nie jest klasyczne. Nie oznacza to jednak, że jest ono koniecznie kwantowe. Pokazujemy zatem, że istnieją inne potencjalne teorie (w szczególności wskazane w pracach [HG20, BGW20]), który mogą pośredniczyć w splątaniu między systemami kwantowymi.

5.4 Spostrzeżenia dot. przetwarzania informacji

Na tym etapie powszechnie wiadomo, iż teoria kwantowa oferuje korzyści w dziedzinie przetwarzania informacji. Wniosek ten ma swoje korzenie w schemacie pieniędzy kwantowych Wiesnera [Wie83], który podaje protokół do tworzenia banknotów, których - zgodnie z prawami teorii kwantowej - nie można podrobić. Powszechnie wiadomo jednak, że istnieją zadania kryptograficzne, na przykład zobowiązanie bitowe [Gol04] i rzut monetą [Blu83], których nie można osiągnąć nawet przy użyciu dowolnych zasobów kwantowych. Dlatego ważne jest, aby rozwinąć zrozumienie możliwości i ograniczeń teorii kwantowej w przetwarzaniu informacji. W tej sekcji omówię trzy prace (prace [A, B, C]), w których zajmujemy się tym zagadnieniem w ramach uogólnionych teorii probabilistycznych.

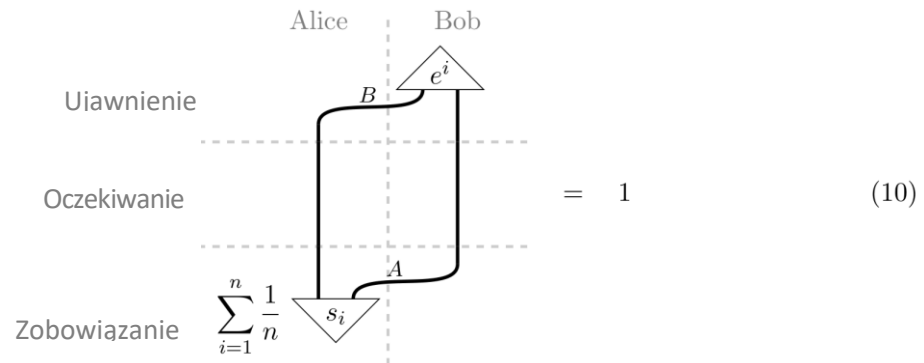
Kluczowym spostrzeżeniem leżącym u podstaw tych trzech prac jest to, że przejście od klasycznego do kwantowego do GPT jest dokładnie odzwierciedlone przez hierarchię problemów optymalizacyjnych, od programów liniowych, przez półokreślone, po stożkowe [A]. Oznacza to, iż jeśli stwierdzimy, że kwantowy problem optymalizacyjny jest opisany przez program półokreślony, to często okaże się, że analogiczny klasyczny problem optymalizacyjny jest programem liniowym, a dla danego GPT będzie to program stożkowy. Programy stożkowe zostały gruntownie zbadane przez społeczność optymalizacyjną [BV04] i istnieje zbiór istotnych wyników analitycznych i technik, które można zastosować, co często sprowadza się do dobrze znanych wyników i technik w programowaniu półokreślonym jako szczególnym przypadkiem. W związku z tym, jeśli można udowodnić wynik przy użyciu tylko konkretnych wyników i technik dla programów półokreślonych w przypadku teorii kwantowej, to istnieje duża szansa, iż taki wynik można przenieść na uogólnione teorie probabilistyczne. Omówię teraz trzy konkretne zastosowania tego pomysłu.

5.4.1 Zobowiązanie liczby całkowitej

Zobowiązanie liczby całkowitej (integer-commitment) [Gol04] jest uogólnieniem bardziej znanego protokołu kryptograficznego zobowiązania bitowego (bit-commitment). Jest to zadanie kryptograficzne dla dwóch stron (np. Alicji i Boba) składające się z dwóch faz znanych jako faza zatwierdzenia i faza ujawnienia. W fazie zatwierdzenia Alicja musi wygenerować losową liczbę całkowitą ze zbioru $\{1, \dots, n\}$ i przekazać Bobowi pewien fizyczny znacznik, aby zatwierdzić tę liczbę całkowitą. Na tym etapie protokołu chodzi o to, aby Alicja nie była w stanie zmienić liczby całkowitej, do której się zobowiązała, ale jednocześnie aby Bob nie był w stanie dowiedzieć się, jaka to liczba. Intuicyjnie wyczuwamy napięcie między tymi dwoma celami; oczywistym sposobem na powstrzymanie Alicji przed zmianą zatwierdzonej liczby całkowitej jest idealne

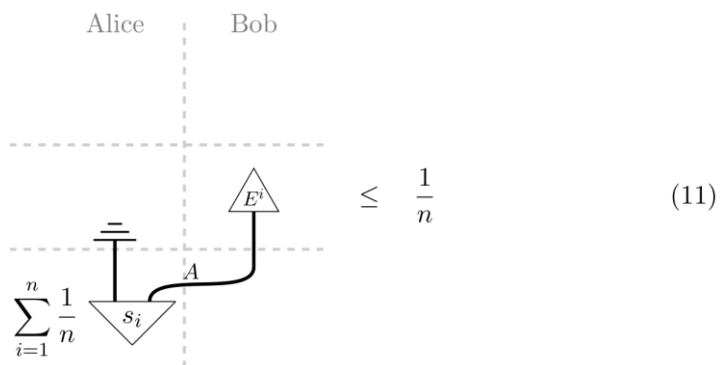
zakodowanie liczby całkowitej w znaczniku. Robiąc to jednak, Bob byłby w stanie poznać jej wartość zbyt wcześnie. W fazie ujawniania Alicja powinna przekazać drugi znacznik Bobowi, w którym to momencie Bob powinien być w stanie wykonać pomiar na parze znaczników ujawniający wartość liczby całkowitej, do której zobowiązała się Alicja.

Diagramowo możemy przedstawić ten protokół w dowolnej uogólnionej teorii probabilistycznej w następujący sposób [A]:



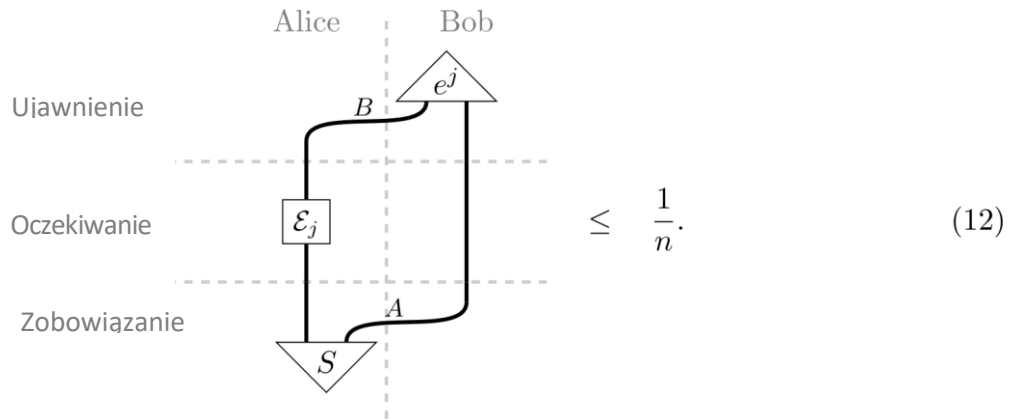
A reprezentuje tutaj pierwszy znacznik, B drugi, s_i określa stan tej pary znaczników dla liczby całkowitej i do której zobowiązała się Alicja, a e_i reprezentuje wynik pomiaru Boba odpowiadający liczbie całkowitej i , przeprowadzanego w fazie ujawniania. Dla prawidłowo działającego protokołu Bob powinien zawsze uzyskiwać prawidłowy wynik, a więc diagram ten powinien być równy 1.

Rozważmy teraz, w jaki sposób Alicja i Bob mogliby próbować oszukać taki protokół. Zaczniemy od Boba, ponieważ jest to prostszy przypadek. Wszystko, co mógłby zrobić, aby oszukać protokół, to wykonać pomiar przed fazą ujawniania, czyli zanim Alicja wyśle drugi znacznik. Diagramowo możemy to przedstawić następująco:



gdzie E^i reprezentuje wynik pomiaru, który według oszukującego Boba odpowiada przekazanej przez Alicję liczbie całkowitej i . Jeśli jednak protokół działa idealnie, to Bob nie powinien być w stanie dowiedzieć się niczego o i , a więc prawdopodobieństwo to powinno być ograniczone przez prawdopodobieństwo odgadnięcia, tj. $1/n$.

Alicja ma więcej możliwych strategii oszukiwania, ale istotna dla nas jest przedstawiona przez poniższy diagram:



Oznacza to, że zamiast wybierać stan lub znaczniki w oparciu o liczbę całkowitą i , Alicja przygotowuje określony stan S , a następnie stosuje pewną transformację na drugim znaczniku w celu wybrania innej liczby całkowitej j . Także w tym przypadku, jeśli protokół działa poprawnie, zdolność Alicji do oszukiwania powinna być ograniczona przez prawdopodobieństwo odgadnięcia przez Boba, $1/n$.

Używając tej konkretnej strategii oszukiwania przez Alicję i wykorzystując właściwości programów stożkowych, dowodzimy następującego wyniku [A].

Twierdzenie 1. *W uogólnionej teorii probabilistycznej spełniającej hipotezę braku ograniczeń i postulat puryfikacji widzimy, iż Alicja lub Bob zawsze mogą oszukiwać z prawdopodobieństwem*

$$\sqrt{\frac{1}{n}} \geq \frac{1}{n}.$$

Oznacza to, że w takich teoriach, na przykład w teorii kwantowej, nie istnieje doskonały protokół zobowiązania liczby całkowitej. Hipoteza braku ograniczenia i postulat puryfikacji wybierają zatem klasę uogólnionych teorii probabilistycznych, które są "zbliżone do kwantowej" w odniesieniu do zobowiązania liczby całkowitej. Nieformalnie rzecz ujmując, hipoteza braku ograniczeń wymaga, aby teoria dopuszczała wszystkie logicznie spójne pomiary, tj. takie, które nie prowadzą do ujemnych prawdopodobieństw wystąpienia pewnych wyników pomiarów. Natomiast postulat puryfikacji jest uogólnieniem pojęcia puryfikacji stanu kwantowego. Stanowi on, iż każdy stan mieszany w teorii może być postrzegany jako marginalizacja czystego stanu dla dwóch systemów, i że dowolne dwa takie oczyszczenia są powiązane przez odwracalne transformacje.

Prowadzi nas to do szerokiej klasy teorii, dla których możemy udowodnić ograniczenie na to, jak dobrze można wykonać zadanie zobowiązania liczby całkowitej. Szczególnie interesujący jest fakt, że nie prezentujemy prostego stwierdzenia o niemożliwości, a zamiast tego znajdujemy górną granicę liczbową, która musi być spełniona przez całą klasę teorii. Według naszej wiedzy był to pierwszy przypadek takiego wyniku, który podkreśla rolę, jaką programy stożkowe mogą odgrywać w badaniu przetwarzania informacji w uogólnionych teoriach probabilistycznych.

5.4.2 Niepodrabialne pieniądze

Schemat kwantowych pieniędzy Wiesnera opiera się na kwantowym twierdzeniu o zakazie klonowania w celu stworzenia niepodrabialnych kwantowych banknotów. Pierwotny schemat wskazywał jedynie, iż każda próba fałszerstwa może zostać wykryta przez bank z pewnym niezerowym prawdopodobieństwem. Późniejsze wersje schematu pokazały jednak, że prawdopodobieństwo wykrycia każdej próby fałszerstwa można zwiększyć do 1.

Możemy myśleć o tym jako o dwustronnym kontrydktoryjnym zadaniu kryptograficznym, w którym jedna strona, bank, tworzy fizyczny banknot, który druga strona, fałszerz, próbuje skopiować. Możemy przedstawić konkretną strategię stosowaną przez bank i fałszerza w formie diagramu [B]:

Bank Fałszerz

$$\sum_i p_i \rightarrow s_i \xrightarrow{\chi} e_i, e_i < 1. \quad (13)$$

Bank przygotowuje pewien fizyczny system w pewnym stanie s_i i koduje go w banknocie z etykietą, którą bank może sprawdzić w swojej prywatnej bazie danych, aby znaleźć wartość i dla danego banknotu. Kiedy banknot zostanie zwrócony, bank może go zmierzyć za pomocą określonego pomiaru zależnego od i , aby sprawdzić, czy stan s_i jest rzeczywiście taki, jaki jest oczekiwany. Używany stan powinien być wybierany losowo zgodnie z pewnym rozkładem prawdopodobieństwa. Wszystko, co fałszerz może zrobić, to spróbować skopiować banknot zgodnie z pewną fizyczną transformacją χ . Aby bank miał szansę wykryć fałszerstwo, prawdopodobieństwo, że oba banknoty przejdą test bankowy, musi być ściśle mniejsze niż 1.

Ponownie wykorzystując techniki z programów stożkowych, dowodzimy twierdzenia o dychotomii dla uogólnionych teorii probabilistycznych [B]:

Twierdzenie 2. *W każdej uogólnionej teorii probabilistycznej albo niemożliwe jest istnienie niepodrabialnych pieniędzy (jak w przypadku teorii klasycznej), albo można to osiągnąć doskonale, to znaczy z arbitralnie małym prawdopodobieństwem, że fałszerz uniknie wykrycia (jak w przypadku teorii kwantowej).*

Zaskakujące w tym wyniku jest to, że jest on prawdziwy dla dowolnej uogólnionej teorii probabilistycznej, w odróżnieniu od twierdzenia dla zobowiązania liczby całkowitej, które było prawdziwe tylko dla klasy uogólnionych teorii probabilistycznych spełniających parę dodatkowych założeń. Zaskakujące jest również znalezienie tak ścisłej dychotomii, ponieważ w ramach uogólnionych teorii probabilistycznych typowe teorie można zawsze starannie dostroić, aby osiągnąć dowolne prawdopodobieństwo sukcesu w każdym interesującym nas zadaniu.

5.4.3 Rzuty monetą

Rzut monetą to zadanie kryptograficzne, w którym dwie strony (np. Alicja i Bob) dążą do wygenerowania wspólnego losowego bitu za pośrednictwem pewnego kanału komunikacyjnego. W przeciwieństwie do poprzednich dwóch protokołów, nie ma ustalonej struktury tego, w jaki sposób można wykorzystać ten kanał komunikacji, a zatem nie jest łatwo stworzyć wyraźną diagramową reprezentację przestrzeni strategii dla każdej ze stron. Niemniej jednak struktura nadal jest wystarczająca, aby móc zdefiniować problem optymalizacyjny, który można następnie rozwiązać analitycznie. Aby to zrobić, musimy jednak wyjść poza programy stożkowe i zamiast tego pracować z rodzajem problemu optymalizacyjnego znanego jako *program pół-nieskończony* (nie mylić z programami pół-określonymi powszechnie używanymi w kwantowej teorii informacji).

Ujmując rzecz bardziej formalnie, protokół rzutu monetą składa się z trzech strategii dla Alicji ($A_0, A_1, A_{\text{abort}}$), które odpowiadają trzem możliwym wynikom pewnej deterministycznej strategii A_{det} , oraz z trzech strategii dla Boba ($B_0, B_1, B_{\text{abort}}$), które odpowiadają trzem możliwym wynikom pewnej deterministycznej strategii B_{det} , takich, że

$$\text{Prob}(A_b, B_b) = \frac{1}{2} \quad (14)$$

dla $b \in \{0, 1\}$. Gwarantuje to, że bit b jest jednolity i doskonale skorelowany między Alicją i Bobem. Gdyby możliwy byłby idealny rzut monetą, to powinno być tak, że ani Alicja, ani Bob nie mogą oszukiwać, odbiegając od tych strategii w celu modyfikacji rozkładu b .

Pokazujemy jak rozwiązać ten problem w ramach uogólnionych teorii probabilistycznych i udowadniamy następujące twierdzenie [C]:

Twierdzenie 3. *Każdy protokół rzutu monetą w uogólnionej teorii probabilistycznej*

spełniającej uogólnioną hipotezę braku ograniczeń (dla Alicji albo Boba) pozwala Alicji albo Bobowi wymusić dany wynik z prawdopodobieństwem co najmniej $1/\sqrt{2}$.

W tym przypadku, uogólniona hipoteza braku ograniczeń jest podobna do hipotezy braku ograniczeń dla pomiarów, ale podniesiona do poziomu strategii dla Alicji lub Boba. Oznacza to, że każda logicznie możliwa strategia (w sensie nieprowadzenia do ujemnych prawdopodobieństw dla określonych wyników) jest fizycznie dozwoloną strategią.

Podobnie jak w przypadku problemu zobowiązania liczby całkowitej, szczególnie interesującym w tym wyniku jest znalezienie dolnego ograniczenia, które obowiązuje dla każdej uogólnionej teorii prawdopodobieństwa. Stoi to w kontraście do prostych wyników o możliwości lub niemożliwości, które są powszechne w literaturze. Zazwyczaj, celem otrzymania wyników numerycznych należy skupić się na wybranej uogólnionej teorii prawdopodobieństwa, a nie rozważać całą ich klasę. Ponadto, interesującym w tej pracy jest także użycie programów pół-nieskończonych w celu otrzymania rezultatów. Jest to nowa technika wprowadzona do uogólnionych teorii prawdopodobieństwa, która, jak się spodziewamy, będzie coraz bardziej rozpowszechniona.

5.5 Spostrzeżenia dot. uogólnionej kontekstualności

Tytułowe twierdzenie Kochena i Speckera [KS90] wykazało, że nie istnieje klasyczny model zmiennej ukrytej dla teorii kwantowej spełniający ograniczenie znane jako niekontekstualność. Tym sposobem kontekstualność stała się dobrze znana jako ważna sygnatura nieklasyczności teorii kwantowej. Założenie to stanowi, iż jeśli dwa wyniki dwóch różnych pomiarów kwantowych są reprezentowane przez ten sam projektor, to wyniki te powinny mieć taką samą reprezentację w klasycznym modelu zmiennych ukrytych. Jednak od czasu sformułowania tego twierdzenia zawsze pojawiały się pytania o to, jak naturalne jest to założenie. W istocie, Bell omówił, w jaki sposób to "pozornie niewinne założenie" może wcale nie być tak niewinne [Bel66], a w oryginalnych pracach Kochena i Speckera podano skąpe uzasadnienie, poza odwołaniem się do pewnej matematycznej naturalności założenia.

Znacznie później Spekkens [Spe05] przedstawił uzasadnienie tego założenia, odwołując się do zasady Leibniza [Spe19] o identyczności przedmiotów nierozróżnialnych. Chodzi o to, iż jeśli dwóch rzeczy nie można zasadniczo rozróżnić, to najlepszym wyjaśnieniem tego faktu jest to, że te dwie rzeczy są w rzeczywistości takie same. Doprowadzenie tej zasady do logicznej konkluzji daje nam jednak znacznie więcej niż założenie Kochena i Speckera, nakłada ograniczenie nie tylko na reprezentację wyników pomiarów w klasycznym modelu zmiennej ukrytej, ale także na reprezentację stanów, transformacji i ogólnych procesów w teorii.

Od czasu jego sformułowania przez Spekkensa, pojęcie *uogólnionej kontekstualności* wzbudziło duże zainteresowanie w społeczności badaczy podstaw teorii kwantowej. Wykazano, iż jest to najbardziej ogólne stosowane pojęcie nieklasyczności i dowiedziono, że jest ono kluczowym zasobem leżącym u podstaw wielu atutów w przetwarzaniu informacji oferowanych przez teorię kwantową [SBK⁺09, SHP19, SS18, FLC⁺22, LS20, Los20]. Jednak matematyczna formalizacja tej idei pozostawała nieco nieprecyzyjna i, być może w konsekwencji, brakowało dobrze zdefiniowanych narzędzi do badania zjawisk z nią związanych. Dla przykładu, każdy dowód uogólnionej kontekstualności musiał być dostosowany do danej sytuacji; nie mieliśmy uniwersalnego protokołu.

W tej sekcji omówię, w jaki sposób zastosowaliśmy paradygmat uogólnionych teorii probabilistycznych w celu przewyżczenia tych problemów, a także wnioski z tych badań.

5.5.1 Formalizacja uogólnionej kontekstualności

Kluczowym spostrzeżeniem leżącym u podstaw tego nowego podejścia jest to, iż procesy w uogólnionej teorii probabilistycznej w istocie reprezentują klasy równoważności procesów fizycznych [CDP10, Har11]. Mówi się, że dwa procesy fizyczne są równoważne operacyjnie wtedy i tylko wtedy, gdy nie można ich rozróżnić za pomocą tomografii układów wejściowych i wyjściowych. Proces w uogólnionej teorii probabilistycznej można zatem traktować jako klasę równoważności operacyjnie równoważnych procesów fizycznych. Jest to dokładnie to, co zostało uchwycone przez równanie (2) w krótkim wprowadzeniu do uogólnionych teorii probabilistycznych. Rzeczywiście, jak wskazano w [CDP16], można myśleć o uogólnionej teorii probabilistycznej jako o teorii klas równoważności w ramach teorii operacyjnej.

Z kolei niekontekstualna reprezentacja teorii to taka, w której operacyjnie równoważne procesy

fizyczne są reprezentowane w ten sam sposób w podstawowej teorii ontologicznej (tj. klasycznej teorii zmiennych ukrytych). Innymi słowy, reprezentacja niekontekstualna to odwzorowanie, które działa na klasach równoważności teorii operacyjnej. Mówiąc jeszcze inaczej, niekontekstualna reprezentacja teorii operacyjnej istnieje wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje reprezentacja stowarzyszona uogólnionej teorii prawdopodobieństwa [G, E]. Oznacza to, iż możemy badać niekontekstualne reprezentacje teorii operacyjnych poprzez reprezentacje uogólnionych teorii probabilistycznych. Jest to o tyle wygodne, że istnieje wiele struktur matematycznych gruntownie zbadanych pod kątem uogólnionych teorii probabilistycznych, które możemy następnie wykorzystać. Mając to na uwadze, możemy formalnie zdefiniować ontologiczną reprezentację uogólnionej teorii probabilistycznej następująco [E]:

Definicja 4 (Modele ontologiczne GPT). *Model ontologiczny ξ uogólnionej teorii probabilistycznej G jest odzorowaniem diagramowym zachowującym³ $\xi: G \rightarrow \text{TeoriaKlasyczna}$, gdzie **TeoriaKlasyczna** jest klasyczną uogólnioną teorią probabilistyczną. Działanie ξ przedstawiane jest jako:*

$$\xi :: \begin{array}{c} | \\ B \\ \boxed{T} \\ | \\ A \\ | \end{array} \mapsto \begin{array}{c} \mathbb{R}^{\Lambda_B} \\ | \\ B \\ \boxed{T} \\ | \\ A \\ \xi \\ | \\ \mathbb{R}^{\Lambda_A} \end{array} .$$

Co więcej, mapa ta musi spełniać trzy dodatkowe właściwości:

1. Odpowiednio reprezentuje efekt deterministyczny:

$$\begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \boxed{\text{---}} \\ | \\ A \\ \xi \\ | \\ \mathbb{R}^{\Lambda_A} \end{array} = \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \mathbb{R}^{\Lambda_A} \end{array} .$$

2. Odtwarza przewidywania operacyjne uogólnionej teorii probabilistycznej (tj. jest empirycznie adekwatna), tak że dla wszystkich zamkniętych diagramów,

$$\begin{array}{c} \triangle \\ e \\ | \\ \triangle \\ s \\ \xi \end{array} = \begin{array}{c} \triangle \\ e \\ | \\ \triangle \\ s \end{array} . \quad (15)$$

3. Zachowuje wypukłe i gruboziarniste relacje między procedurami operacyjnymi. Np., jeśli:

$$\begin{array}{c} | \\ \boxed{T_1} \\ | \end{array} = \omega \begin{array}{c} | \\ \boxed{T_2} \\ | \end{array} + (1 - \omega) \begin{array}{c} | \\ \boxed{T_3} \\ | \end{array} \quad (16)$$

to zachodzi musi

$$\begin{array}{c} | \\ \boxed{T_1} \\ | \\ \xi \end{array} = \omega \begin{array}{c} | \\ \boxed{T_2} \\ | \\ \xi \end{array} + (1 - \omega) \begin{array}{c} | \\ \boxed{T_3} \\ | \\ \xi \end{array} . \quad (17)$$

Jeżeli taka reprezentacja ontologiczna istnieje, to każdą teorię operacyjną, której teorią klas równoważności operacyjnej jest G , nazywamy teorią niekontekstualną. Jeśli taka reprezentacja nie istnieje, to każda taka teoria operacyjna jest teorią kontekstualną.

³ A.k.a. ścisły symetryczny funktor monoidalny

Powyższa definicja umożliwia weryfikację – przynajmniej co do zasady - czy dana teoria operacyjna jest kontekstualna. Często jednak nie jesteśmy zainteresowani teorią całościowo, ale jedynie pewnym konkretnym scenariuszem w ramach tej teorii. W szczególności, zagadnieniem szczególnie często poruszonym w literaturze jest najprostszy scenariusz przygotowania-pomiaru dla pojedynczego systemu. W tym przypadku otrzymujemy znacznie prostszą definicję [G]:

Definicja 5. *Ontologiczna reprezentacja scenariusza przygotowania i pomiaru dla systemu S jest zdefiniowana przez zbiór stanów ontycznych Λ_S i parę odwzorowań liniowych*

$$\begin{array}{c} \mathbb{R}^{\Lambda_S} \\ | \\ \boxed{\iota_S} \\ | \\ S \end{array} \quad \text{and} \quad \begin{array}{c} S \\ | \\ \boxed{\kappa_S} \\ | \\ \mathbb{R}^{\Lambda_S} \end{array} \quad (18)$$

takich, że dla wszystkich $s \in K^S$ i dla wszystkich $e \in K_S$ otrzymujemy

$$\begin{array}{c} \mathbb{R}^{\Lambda_S} \\ | \\ \boxed{\iota_S} \\ | \\ S \\ \nabla \\ s \end{array} \geq 0, \quad \begin{array}{c} e \\ \nabla \\ S \\ | \\ \boxed{\kappa_S} \\ | \\ \mathbb{R}^{\Lambda_S} \end{array} \geq 0 \quad (19)$$

$$\begin{array}{c} e \\ \nabla \\ S \\ | \\ \boxed{\kappa_S} \\ | \\ S \\ \nabla \\ s \end{array} = \begin{array}{c} e \\ \nabla \\ S \\ | \\ \boxed{\kappa_S} \\ | \\ \mathbb{R}^{\Lambda_S} \\ | \\ \boxed{\iota_S} \\ | \\ S \\ \nabla \\ s \end{array} \quad (20)$$

oraz takich, że:

$$\begin{array}{c} \overline{\overline{S}} \\ | \\ \boxed{\kappa_S} \\ | \\ \mathbb{R}^{\Lambda_S} \end{array} = \begin{array}{c} \overline{\overline{\mathbb{R}^{\Lambda_S}}} \end{array} \quad (21)$$

W dalszej części tej sekcji omówię wyniki, które uzyskaliśmy dzięki tej nowej perspektywie patrzenia na uogólnioną kontekstualność.

5.5.2 Twierdzenie strukturalne

Zakres możliwości, na jaki pozwala oryginalna definicja niekontekstualnego modelu ontologicznego [Spe05], czy nawet nowa definicja podana powyżej, nie jest do końca jasny. Na przykład, czy konieczne jest niezależne definiowanie reprezentacji dla stanów i efektów, czy też jedno determinuje drugie? Jaka jest swoboda w określaniu reprezentacji transformacji? Czy Λ może być dowolnie duże lub czy możemy ograniczyć jego liczność?

W pracy [E] odpowiadamy na wszystkie te pytania w przypadku tomograficznie lokalnych uogólnionych teorii probabilistycznych [Har01]. Jest to ważna klasa uogólnionych teorii probabilistycznych, która obejmuje teorię kwantową i klasyczną jako przypadki szczególne. Klasę tych teorii definiuje własność polegająca na tym, iż można w nich scharakteryzować stany dwucząstkowe za pomocą statystyk lokalnych pomiarów (zazwyczaj wykazujących korelacje). Oznacza to, że jeśli dwa stany dwucząstkowe są rozróżnialne, to będzie istniał pewien lokalny pomiar, który ujawni to rozróżnienie, to znaczy, że nie będziemy musieli wykonywać splątanego pomiaru, aby tego dokonać.

W przypadku takich teorii okazuje się, że możliwości modeli ontologicznych stają się niezwykle ograniczone. Po pierwsze, dla każdego systemu S stwierdzamy, że $\dim[V_S] = \dim[\mathbb{R}^{\Lambda_S}] = |\Lambda_S|$, co oznacza, że liczność Λ_S jest koniecznie określona przez wymiar przestrzeni stanów S . Po drugie, okazuje się, że dla każdego systemu ι_S i κ_S są wzajemnymi odwrotnościami, a zatem, iż ustalenie reprezentacji stanów za pomocą ι_S jednoznacznie ustala reprezentację efektów za pomocą $\kappa_S = \iota^{-1}$ (lub odwrotnie), i wreszcie, że reprezentacja transformacji jest również jednoznacznie ustalona przez reprezentację stanów (lub efektów) za pomocą:

$$\begin{array}{c} \mathbb{R}^{\Lambda_B} \\ | \\ B \\ | \\ T \\ | \\ A_\xi \\ | \\ \mathbb{R}^{\Lambda_A} \end{array} = \begin{array}{c} \mathbb{R}^{\Lambda_B} \\ | \\ \iota_B \\ | \\ B \\ | \\ \tilde{T} \\ | \\ A \\ | \\ \iota_A^{-1} \\ | \\ \mathbb{R}^{\Lambda_A} \end{array} . \quad (22)$$

Zasadniczo działanie nasze ogranicza się do wyboru bazy dla przestrzeni stanów, tak aby wszystkie stany były dodatnie w odniesieniu do tej bazy, i tak aby wszystkie efekty były dodatnie w odniesieniu do bazy sprzężonej. W związku z tym można to traktować jako uogólnienie idei dokładnej reprezentacji w układzie odniesienia, która była wcześniej badana w kontekście kwantowej teorii informacji [FE08].

Należy jednak zauważyć, że ι_S nie mogą być wybierane niezależnie dla różnych systemów w ramach teorii, ponieważ muszą spełniać dodatkowy warunek:

$$\begin{array}{c} \mathbb{R}^{\Lambda_{AB}} \\ | \\ \iota_{AB} \\ | \\ A \otimes B \end{array} = \begin{array}{c} \mathbb{R}^{\Lambda_A} \\ | \\ \iota_A \end{array} \begin{array}{c} \mathbb{R}^{\Lambda_B} \\ | \\ \iota_B \end{array} . \quad (23)$$

Innymi słowy, baza systemu złożonego musi być iloczynem tensorowym baz komponentów. Następnie należy sprawdzić, czy taka baza iloczynu jest dodatnia dla wszystkich stanów złożonych w ramach teorii, i podobnie, czy baza sprzężona do niej jest dodatnia dla wszystkich efektów złożonych w teorii. W związku z tym skonstruowanie modelu ontologicznego dla całej uogólnionej teorii probabilistycznej pozostaje zadaniem nietrywialnym, ponieważ nawet po znalezieniu reprezentacji systemów lokalnych nie ma gwarancji, że będzie ona działać dla systemów złożonych.

5.5.3 Korzyść obliczeniowa z uogólnionej kontekstualności

W poprzedniej sekcji omówiliśmy ograniczoność reprezentacji ontologicznych w przypadku lokalnych teorii tomograficznych. W istocie, w niektórych przypadkach można udowodnić, że reprezentacje te są jednoznaczne. Szczególnie istotny jest fakt, że dzieje się tak dla podteorii stabilizatorowej w nieparzystych wymiarach, jak wykazaliśmy w pracy [L]. Mianowicie wykazujemy, że:

Twierdzenie 6.

- (a) Dla dowolnej podteorii stabilizatorowej (jedno- lub wielocząstkowej) w nieparzystych wymiarach, reprezentacja Grossa jest jednoznaczna.
- (b) Dla dowolnej podteorii stabilizatorowej (jedno- lub wielocząstkowej) w parzystych wymiarach, nie istnieje żadna reprezentacja ontologiczna.

Dobrze wiadomo [Got98], iż podteoria stabilizatorowa jest efektywnie symulowalna, jednak rozszerzając ją o odpowiednie stany niestabilizatorowe uzyskuje się możliwość przeprowadzania uniwersalnych obliczeń kwantowych. Każdy taki stan niestabilizatorowy *musi* mieć negatywność w reprezentacji Grossa. Przypomnijmy, że reprezentacja Grossa jest reprezentacją quasi-prawdopodobieństwa, co oznacza, że stany kwantowe są reprezentowane przez rozkłady quasi-prawdopodobieństwa, tj. rozkłady prawdopodobieństwa, które mogą przyjmować wartości ujemne. Oznacza to, że jeśli uzupełnimy podteorię stabilizatorową o taki stan, to otrzymamy teorię, która z konieczności jest kontekstualna. Otrzymujemy zatem wynik zbliżony do wskazanego w pracy [HWVE14] (w której rozważano kontekstualność Kochena-Speckera), lecz teraz dla kontekstualności uogólnionej [L]:

Twierdzenie 7. Rozważmy dowolny stan ρ rozszerzający podteorię stabilizatorową do uniwersalnych obliczeń kwantowych. Nie istnieje uogólniony, niekontekstualny model

ontologiczny dla podteorii stabilizatorowej rozszerzonej o ρ .

W tym sensie stwierdzamy, że uogólniona kontekstualność jest niezbędnym zasobem dla kwantowego przyspieszenia. Prowadzi to do kluczowego otwartego pytania - czy konkluzja ta obowiązuje tylko dla wybranego modelu obliczeń (tj. schematu wstrzykiwania stanu), czy też można wykazać, że jest ona niezależna od modelu obliczeniowego.

5.5.4 Nowe możliwości w zakresie obserwowania nieklasycyzności

Odejdźmy teraz od rozważania ogólnych teorii kompozycyjnych, a zamiast tego skupmy się na obserwowaniu uogólnionej kontekstualności w konkretnym scenariuszu przygotowania i pomiaru i zapytajmy, czego dokładnie potrzebujemy, aby zaobserwować to zjawisko. W kontekście eksperymentów Bella wiemy, że obserwowanie nieklasycyzności teorii kwantowej wymaga wielu elementów. Dla przykładu, potrzebujemy stanów splątanych, niekompatybilnych pomiarów, możliwości swobodnego wyboru ustawień pomiarowych i wysoce wydajnych detektorów [San05]. W doświadczalnych testach uogólnionej kontekstualności wiadomo było jednak, że stany splątane nie są konieczne, a w ostatnich pracach wykazaliśmy, że żaden z pozostałych elementów także nie jest konieczny [H, I].

W związku z tym wykazujemy, że istnieją dowody uogólnionej kontekstualności niemające żadnej niezgodności [H], które nie wymagają swobody wyboru ustawień [I] i w których używane detektory mogą być dowolnie nieefektywne [I]. Te sprzeczne z intuicją wyniki pochodzą bezpośrednio z naszego nowego zrozumienia zjawisk, które uzyskaliśmy z perspektywy uogólnionych teorii probabilistycznych. W języku tym sprowadza się to do następujących stwierdzeń [I]:

Twierdzenie 8. *Reprezentacja ontologiczna scenariusza przygotowania i pomiaru istnieje wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje zbiór stanów ontycznych Λ_S oraz odwzorowania liniowe ι_S i κ_S takie, że spełnione są warunki 19 i 20 z Def. 5.*

Innymi słowy, nie musimy dodatkowo wymagać spełnienia warunku 21 z Def. 5. Dowodzimy tego pokazując, iż jeśli można znaleźć takie odwzorowania liniowe, które nie spełniają warunku 21, to koniecznie istnieją również odwzorowania liniowe, które go spełniają. W związku z tym nie służy to jako dodatkowe ograniczenie.

To z kolei oznacza, że aby określić, czy dany scenariusz przygotowania i pomiaru dopuszcza reprezentację ontologiczną, musimy jedynie określić dodatni stożek generowany przez zbiór stanów i dodatni stożek generowany przez zbiór efektów, bez wchodzenia w szczegóły dotyczące ogólnego skalowania tych elementów. W związku z tym, jeśli dwa scenariusze generują te same stożki, to albo oba są uogólnioniekontekstualne, albo żaden z nich nie jest. Mówimy, że takie scenariusze są *równoważne stożkowo* [I].

Wspomniane powyżej wyniki są więc dość oczywistymi zastosowaniami tej obserwacji. Dla przykładu, jeśli mamy nieefektywne detektory, to jedynym ich działaniem jest skalowanie efektów w porównaniu do idealnie wydajnego przypadku - stąd idealnie nieefektywne i arbitralnie nieefektywne scenariusze są równoważne stożkowo. Skoro wiemy, że istnieją dowody na kontekstualność w przypadku doskonale efektywnym, to wiemy, że muszą istnieć dowody na kontekstualność przypadku nieefektywnego. Istnieje także technika znana jako *flag-convexification* (uwypuklanie znacznika), w której pewna zmienna ustawienia jest przekształcana w zmienną pomiarową, tzn., wybieramy ustawienie losowo i przechowujemy jego zapis jako dodatkowy wynik pomiarowy. Oznacza to, że możemy przekształcić scenariusz z ustawieniami w scenariusz bez ustawień, a więc nie ma możliwości niezgodności lub konieczności wolności wyboru w tym nowym scenariuszu. Następnie wykazać można, iż ten nowy scenariusz jest stożkowo równoważny scenariuszowi pierwotnemu. Dlatego też, jeśli przyjmiemy dowolny znany dowód kontekstualności, może on być łatwo przekształcony w nowy dowód bez ustawień, a tym samym bez niezgodności i konieczności dokonywania wolnych wyborów.

5.5.5 Nowe testy uogólnionej kontekstualności

Podczas gdy znalezienie ontologicznej reprezentacji całości uogólnionej teorii probabilistycznej pozostaje problemem (jak omówiono w sekcji 5.5.2), okazuje się, że skupiając się tylko na scenariuszu przygotowania i pomiaru (nawet bez odwoływania się do lokalności tomograficznej), w przypadku istnienia ontologicznej reprezentacji, można ją skonstruować w sposób efektywny.

W szczególności wykazujemy, iż znalezienie ontologicznej reprezentacji scenariusza przygotowania i pomiaru w ramach uogólnionej teorii probabilistycznej sprowadza się do znalezienia macierzy nieujemnych rzeczywistych zmiennych σ spełniającej warunek [M]:

$$\left. \begin{array}{c} S \\ \vdots \\ S \end{array} \right\} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} S \\ \downarrow \\ \boxed{H_S} \\ \downarrow \\ \mathbb{R}^m \\ \downarrow \\ \boxed{\sigma} \\ \downarrow \\ \mathbb{R}^n \\ \downarrow \\ \boxed{H^S} \\ \downarrow \\ S \end{array} \end{array} . \quad (24)$$

W tym przypadku H^S jest charakterystyką ścienną stożka K^S a H_S jest charakterystyką ścienną stożka K_S . Znalezienie takiej macierzy σ jest programem liniowym, i wprowadzamy otwarty kod źródłowy w celu jego rozwiązania. Reprezentacja ontologiczna, a mianowicie Λ_S , ι_S i κ_S , może być następnie bezpośrednio wyznaczona z σ , H^S i H_S .

Konsekwencją tego wyniku jest to, że możemy następnie (zgodnie z pomysłami w [GW22]) zastosować twierdzenie Caratheodory'ego [Car11] aby pokazać, że $|\Lambda_S| \leq \dim[V_S]^2$. Oznacza to, że możemy uzyskać górne ograniczenie na liczbę stanów ontycznych dla scenariuszy przygotowania i pomiaru bez konieczności odwoływania się do lokalności tomograficznej. Kwestią otwartą pozostaje, czy to ograniczenie jest ściśle.

Możemy jednak wykroczyć poza samo testowanie istnienia uogólnionego niekontekstualnego modelu ontologicznego. Konkretnie, jeśli taki model nie istnieje, możemy obliczyć, ile szumu należy dodać, aby model taki powstał. Innymi słowy, możemy obliczyć *odporność* kontekstualności na dany model szumu N [M]. Reprezentujemy ten model szumu jako szczególny proces w ramach uogólnionej teorii probabilistycznej. W przypadku teorii kwantowej naturalnym wyborem jest szum depolaryzujący lub defazujący, jednak nie zawsze jest on dobrze zdefiniowany dla arbitralnego wyboru uogólnionej teorii probabilistycznej. Gdy jednak mamy już taki model szumu, odporność można obliczyć jako:

$$r_N^* := \inf \left\{ r \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} S \\ \downarrow \\ \boxed{N} \\ \downarrow \\ S \end{array} + (1-r) \begin{array}{c} S \\ \downarrow \\ \boxed{H_S} \\ \downarrow \\ \mathbb{R}^m \\ \downarrow \\ \boxed{\sigma} \\ \downarrow \\ \mathbb{R}^n \\ \downarrow \\ \boxed{H^S} \\ \downarrow \\ S \end{array} = \begin{array}{c} S \\ \downarrow \\ \boxed{H_S} \\ \downarrow \\ \mathbb{R}^m \\ \downarrow \\ \boxed{\sigma} \\ \downarrow \\ \mathbb{R}^n \\ \downarrow \\ \boxed{H^S} \\ \downarrow \\ S \end{array} \right. , \quad (25) \\ \left. \begin{array}{c} \boxed{\sigma} \\ \downarrow \\ \mathbb{R}^n \end{array} \geq 0 \right. \\ \left. r \in [0, 1] \right\} ,$$

gdzie ogólnie odporność zależeć będzie od wyboru modelu szumu N . Ponownie jest to program liniowy i udostępniamy otwarty kod do jego rozwiązania dla danego modelu szumu.

5.6 Spostrzeżenia dot. zasobów kwantowych

Wspomnieliśmy już, że uogólniona kontekstualność może być postrzegana jako zasób w wielu sytuacjach, szczególnie w modelu obliczeń kwantowych opartym na wstrzykiwaniu stanu. Istnieje jednak wiele innych zasobów kwantowych, jakie można rozważać. W tej sekcji omówię trzy takie zasoby i to, jak moje badania, bazujące na uogólnionych teoriach probabilistycznych, przyczyniły się do ich poznania. Po pierwsze, zbadaliśmy koherencję i opracowaliśmy kompozycyjną teorię zasobu koherencji [D]. Po drugie, zbadaliśmy zagadnienie sterowania, a w szczególności sterowanie postkwantowe, pokazując, w jaki sposób jest ono zasobem dla zadania zdalnego przygotowania stanu [J]. Wreszcie opracowaliśmy narzędzia [K] do badania niezależnych od typu teorii zasobów lokalnych operacji i współdzielonej losowości [SRB20] lub lokalnych operacji i współdzielonego splątania [SDM+21]. Te ostatnie teorie zasobów obejmują, na przykład, badanie nieklasyczości Bella i badanie

splątania w ramach wspólnego podejścia.

5.6.1 Koherencja

Koherencja jest jednym z kluczowych zasobów technologii kwantowych, a walka z dekoherencją w niezliczonych systemach kwantowych jest jednym z kluczowych wyzwań eksperymentalnych naszych czasów. Dogłębne zrozumienie najlepszego sposobu mierzenia i manipulowania koherencją jest zatem ważnym wyzwaniem teoretycznym, które możemy podjąć w celu wspierania rozwoju przyszłych technologii. Znaczne zainteresowanie formalizacją kwantyfikacji koherencji jako teorii zasobów [SAP17] nie jest zatem zaskakujące. W istocie, zaproponowano i szczegółowo zbadano wiele różnych teorii zasobów koherencji [SAP17].

Zazwyczaj jednak każda z tych teorii miała szereg ograniczeń. Na przykład, wymagają one arbitralnego wyboru bazy, kwantyfikują jedynie koherencję w stanach kwantowych i mają zastosowanie wyłącznie do pojedynczych układów kwantowych. W pracy naszej staraliśmy się przezwyciężyć te ograniczenia, badając koherencję w języku uogólnionych teorii probabilistycznych. W pracy [D] wskazujemy, iż teorie zasobów koherencji mogą być zdefiniowane dla dowolnych uogólnionych teorii probabilistycznych, co rzuca światło także na koherencję w mechanice kwantowej. W szczególności, w przypadku teorii kwantowej stwierdzamy, że niektóre teorie zasobów koherencji zaproponowane w przeszłości są niezgodne z wymaganiami oczekiwanymi od koherencji, podczas gdy inne teorie zasobów mogą być postrzegane jako szczególne przypadki teorii zasobów, którą wprowadzamy. Co więcej, zdefiniowana przez nas teoria zasobów może być stosowana do kwantyfikacji koherencji nie tylko stanów, ale także dowolnych zbiorów procesów kwantowych. Wreszcie, wprowadzona przez nas teoria zasobów jest niezależna od wyboru bazy.

Kluczowym spostrzeżeniem leżącym u podstaw tej teorii jest fakt, że w uogólnionych teoriach probabilistycznych znacznie łatwiej jest zrozumieć dekoherencję niż koherencję, a zrozumienie dekoherencji możemy wykorzystać do badania koherencji. Badanie dekoherencji w uogólnionych teoriach probabilistycznych stanowiło ważny element moich studiów doktoranckich, zob. sekcja 7.2. W szczególności, w każdej uogólnionej teorii probabilistycznej procesy dekoherencji można zdefiniować w następujący sposób:

Definicja 9. *Proces dekoherencji dla systemu A , oznaczony jako:*

$$\begin{array}{c} |^A \\ \diamond \\ |_A \end{array} \quad (26)$$

jest procesem zachowującym odrzucenie, tj:

$$\begin{array}{c} \overline{\overline{}} \\ |^A \\ \diamond \\ |_A \end{array} = \begin{array}{c} \overline{\overline{}} \\ \overline{\overline{}} \\ |_A \end{array} \quad (27)$$

i idempotentnym, tj:

$$\begin{array}{c} |^A \\ \diamond \\ \diamond \\ |_A \end{array} = \begin{array}{c} |^A \\ \diamond \\ |_A \end{array} \quad (28)$$

Kluczową zasadą stojącą za definiowanymi przez nas teoriami zasobów [D] jest to, że „Darmowe procesy muszą, co najmniej, zachowywać zbiór procesów zdekoherowanych”. Można wykazać, że zasada ta implikuje następujący warunek:

$$\begin{array}{c} \diamond^A \\ | \\ \square f \\ | \\ A \end{array} = \begin{array}{c} A \\ | \\ \square f \\ | \\ \diamond^A \end{array} \quad (29)$$

co w mechanice kwantowej dla określonych wyborów procesów dekoherencji sprowadza się do pojęcia operacji zachowujących dekoherencję [CG16, MS16]. Dlatego nasze teorie zasobów mogą być postrzegane jako rozszerzenie i uogólnienie teorii zasobów operacji zachowujących dekoherencję.

Nie musimy rozważać wpływu dekoherencji jedynie na interesujący nas system; możemy również rozważyć jej wpływ na środowisko powodujące dekoherencję. W ten sposób definiujemy uogólnienie procesu dekoherencji, które nazywamy mechanizmem dekoherencji [D]:

Definicja 10 (Mechanizm dekoherencji). *Mechanizm dekoherencji to proces oznaczony jako*

$$\begin{array}{c} A \\ \curvearrowright \\ \diamond \\ | \\ A \end{array} \quad (30)$$

który indukuje proces dekoherencji w układzie A gdy środowisko E zostaje odrzucone, tj:

$$\begin{array}{c} A \\ \curvearrowright \\ \overline{\overline{E}} \\ \diamond \\ | \\ A \end{array} = \begin{array}{c} A \\ | \\ \diamond \\ | \\ A \end{array} . \quad (31)$$

Naturalne uogólnienie równania (29) prowadzi do ograniczenia na darmowe procesy:

$$\begin{array}{c} A \\ \curvearrowright \\ \diamond \\ | \\ \square f \\ | \\ A \end{array} = \begin{array}{c} A \\ | \\ \square f \\ | \\ \diamond \\ | \\ A \end{array} \quad (32)$$

Szczególnie interesującym przypadkiem jest sytuacja, gdy dekoherencję powoduje utrata układu odniesienia, gdzie mechanizm dekoherencji jest określony przez:

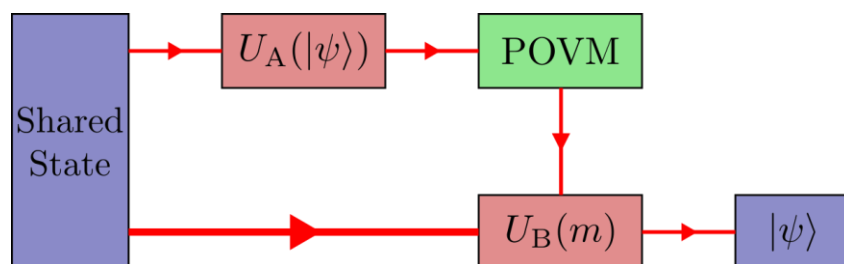
$$\begin{array}{c} \curvearrowright \\ \diamond \\ | \end{array} := \int_G d\gamma \begin{array}{c} | \\ \square R_\gamma \\ | \end{array} \begin{array}{c} \downarrow \\ \triangle s_\gamma \end{array} \quad (33)$$

co, jak pokazujemy, prowadzi do spełnienia warunku dotyczącego darmowych procesów:

$$\int_G d\gamma \begin{array}{c} \square f \\ | \\ \square R_\gamma \\ | \\ \triangle s_\gamma \end{array} = \int_G d\gamma \begin{array}{c} \square R_\gamma \\ | \\ \triangle s_\gamma \\ | \\ \square f \end{array} . \quad (34)$$

co w przypadku teorii kwantowej sprowadza się do pojęcia operacji translacyjnie niezmienniczych [GS08]. Stąd też nasz formalizm zapewnia unifikację (a w rzeczywistości interpolację w zbiorze) operacji niezmienniczych translacyjnie i operacji zachowujących dekoherencję.

Konstrukcja formalnych teorii zasobów opiera się na standardowych technikach teorii kategorii i kategorycznego podejścia do teorii zasobów [CFS16]. Szczegóły tego zagadnienia wykraczają poza zakres niniejszego podsumowania. Mówiąc jednak ogólnie, chodzi o to, iż możemy swobodnie skonstruować nową uogólnioną teorię probabilistyczną, w której systemy są oznaczane przez: i) pary systemów z pierwotnej uogólnionej teorii probabilistycznej, oraz ii) mechanizm dekoherencji na tym systemie, natomiast procesy są arbitralnymi procesami z pierwotnej teorii. Następnie możemy zdefiniować darmowe procesy jako te, które spełniają równanie (32). Aby skonstruować teorię zasobów, musimy następnie wybrać, czego zasobność chcemy kwantyfikować, np. stanów, pomiarów, ogólnych procesów lub ich zbiorów, i postępować zgodnie z konstrukcją przedstawioną w [CFS16].



Rysunek 2: Graficzne przedstawienie protokołu przygotowania stanu zdalnego. Alicja wykonuje $U_A(|\psi\rangle)$ na swojej części systemu fizycznego - operację unitarną zależną od $|\psi\rangle$ – a następnie pomiar (POVM). Wysyła ona klasyczną wiadomość m do Boba, który z kolei wykonuje transformację unitarną (zależną od m) na swojej części systemu. Wynikiem protokołu jest stan kwantowy $|\psi\rangle$ systemu w laboratorium Boba.

5.6.2 Sterowanie

Od czasu jego pierwszego odkrycia w pracy [SBC⁺15], badanie sterowania post-quantowego pozostaje ważnym zagadnieniem z podstaw teorii kwantowej, na czele z dwoma otwartymi pytaniami. Po pierwsze, wiemy, że sterowanie jest zasobem w niektórych zadaniach, ale czy sterowanie postkwantowe zapewnia przewagę nad kwantowym w jakimkolwiek zadaniu? Po drugie, możemy zdefiniować sterowanie postkwantowe w sposób zgodny z ograniczeniem braku sygnalizacji, ale czy możemy zidentyfikować hipotetyczną teorię fizyczną, która prowadziłaby do sterowania tego rodzaju?

W pracy [J] odpowiedzieliśmy na oba te pytania. Skonstruowaliśmy uogólnioną teorię probabilistyczną nazwaną Witworld, w której możemy wykazać istnienie sterowania postkwantowego oferujące przewagę nad teorią kwantową w zadaniu zdalnego przygotowania stanu.

Kluczowe dla definicji Witworld jest pojęcie maksymalnego iloczynu tensorowego. Jest to sposób łączenia systemów z dowolnych uogólnionych teorii probabilistycznych w celu stworzenia nowej teorii. W szczególności, biorąc pod uwagę dwa układy A i B możemy skonstruować układ złożony $A \otimes_{\max} B$ taki, że $V_{A \otimes_{\max} B} = V_A \otimes V_B$, gdzie stożek efektów $K_{A \otimes_{\max} B}$ zawiera jedynie stożkowe kombinacje iloczynów tensorowych efektów i gdzie stożek stanów $K^{A \otimes_{\max} B}$ jest największym możliwym stożkiem, który nie implikuje ujemnych prawdopodobieństw dla efektów.

Definiujemy Witworld jako teorię uzyskiwaną przez przyjęcie maksymalnego iloczynu tensorowego systemów z trzech różnych istniejących wcześniej uogólnionych teorii probabilistycznych, a mianowicie kwantowej, klasycznej i Boxworld (stąd częśćka "world" w Witworld) [J]. W przypadku brania maksymalnego iloczynu tensorowego dwóch systemów kwantowych otrzymujemy stożek stanów równoważny przestrzeni świadków splątania (stąd częśćka "Wit" w Witworld).

W ramach Witworld wykazujemy, iż możemy odtworzyć wszystkie analitycznie odkryte przykłady sterowania postkwantowego. Odpowiada to zatem na drugie pytanie: skonstruowaliśmy hipotetyczny scenariusz fizyczny mogący dać początek sterowaniu postkwantowemu. Możliwość odtworzenia wszystkich przykładów odkrytych za pomocą technik numerycznych pozostaje jednak kwestią otwartą, podobnie jak odtworzenie pełnego zakresu możliwych przykładów sterowania postkwantowego.

Aby odpowiedzieć na pierwsze pytanie, rozważmy zadanie zdalnego przygotowania stanu. Ilustrację tego zadania przedstawiono na Rys. 2 [J]. Zdalne przygotowanie stanu to protokół, w którym Alicja chce wysłać stan do Boba dzięki klasycznej komunikacji i wykonaniu pewnej akcji na części współdzielonego z Bobem zasobu splątanego. Różnica w stosunku do teleportacji polega na tym, że Alicja może wiedzieć, który stan chce wysłać (choć nie przed skonfigurowaniem współdzielonego zasobu splątanego). Teoria kwantowa wymaga co najmniej dwóch bitów komunikacji w celu zdalnego przygotowania stanu kubitu, podczas gdy my pokazujemy, że w Witworld możemy osiągnąć ten sam wynik za pomocą tylko jednego bitu [J]. Istotą protokołu w Witworld jest to, że uniwersalna bramka NOT dla kubitu jest poprawną transformacją w Witworld (podczas gdy nie jest nią w teorii kwantowej), więc może być użyta w protokole. To, czy wynik ten można uogólnić poza przypadek pojedynczego kubitu jest otwartym kierunkiem przyszłych badań. Oznacza to jednak, że przynajmniej w tym szczególnym przypadku wykazaliśmy, iż sterowanie postkwantowe jest zasobem do zdalnego przygotowania stanu.

5.6.3 Niezależne od typu kanały niesygnalizacyjne

Kanały niesygnalizacyjne zostały w ostatnim czasie uznane za zasoby w pracy [SRB20]. Jej autorzy pracują w paradygmacie niezależnym od typu, co oznacza, że pozwalają na to, aby wejścia i wyjścia kanałów dla każdej ze stron były kwantowe, klasyczne lub trywialne (tj., brak wejścia lub wyjścia). Oznacza to, że badane mogą być nieklasyczność Bella, splątanie, sterowanie i inne rodzaje zasobów w spójny, zunifikowany sposób.

W pracy [K] udowadniamy twierdzenie użyteczne dla tej linii badań, robiąc to dla szerokiej klasy uogólnionych teorii probabilistycznych, a mianowicie tych, które są tomograficznie lokalne [Har01]. W szczególności udowadniamy, że

Twierdzenie 11. *Kanał wieloportowy w tomograficznie lokalnej uogólnionej teorii probabilistycznej jest niesygnalizacyjny wtedy i tylko wtedy, gdy jest quasiprobabilistyczną (tj. afiniczną) kombinacją kanałów iloczynowych.*

Twierdzenie to zostało wcześniej wykazane w pracy [ASS13] dla przypadku wieloportowych kanałów klasycznych oraz w pracy [CDPV13] dla przypadku dwuportowych kanałów kwantowych.

Na poziomie praktycznym wynik ten może być użyty do wykonywania obliczeń obejmujących wieloportowe kanały niesygnalizacyjne, co jest przydatne w kontekście wspomnianych teorii zasobów. Z drugiej strony, na poziomie koncepcyjnym wynik ten można postrzegać jako stwierdzenie, że jest to w rzeczywistości rodzaj negatywności, tj. negatywności rozkładu quasi-prawdopodobieństwa, który leży u podstaw wszystkich tych zasobów. W przyszłych pracach okaże się, czy pozwoli to na kwantyfikację tych zasobów.

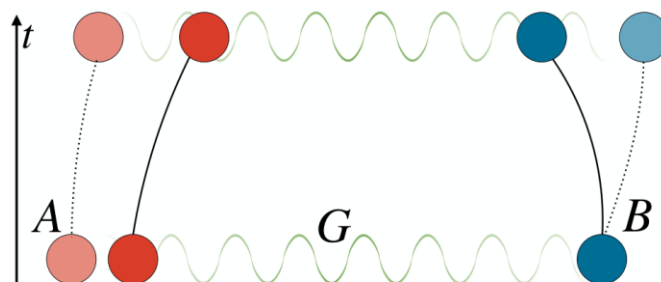
5.7 Spostrzeżenia dot. natury grawitacji

Jednym z największych wyzwań podstaw fizyki jest zrozumienie, w jaki sposób teoria kwantowa i ogólna teoria względności mogą zostać ze sobą pogodzone. Rzadko stanowi to jednak praktyczny problem, ponieważ w typowych warunkach, w których pracujemy, dominują efekty kwantowe lub grawitacyjne. W ostatnim czasie jednak zaproponowano eksperymenty, które miałyby zbadać reżim pośredni i które mają być osiągalne w ciągu następnej dekady [BMM⁺17, MV17]. Uważna analiza takich eksperymentalnych propozycji jest ważna, abyśmy po ich przeprowadzeniu byli w stanie poprawnie zinterpretować uzyskane wyniki.

Kluczowe dla takiej analizy jest to, iż nie zakładamy wyniku w narzędziach, których używamy do przeprowadzenia analizy. Na przykład, nie powinniśmy w analizie eksperymentu zakładać poprawności teorii kwantowej lub ogólnej teorii względności, ponieważ musimy uwzględnić możliwość, że jedna z nich lub obie mogą się załamać w reżimie pośrednim. W tym miejscu pojawia się paradygmat uogólnionych teorii probabilistycznych. Jeśli możemy analizować eksperyment za pomocą tych narzędzi, to robimy to w sposób, który przyjmuje minimalistyczne założenia dotyczące podstawowej teorii natury.

Układ eksperymentalny, który należy rozważyć, zilustrowano na Rys. 3 [F], a idea polega na sprawdzeniu, czy stan końcowy dwóch mas jest splątany, czy nie. Zazwyczaj argumentuje się, że jeśli

obserwujemy splątanie, to pole grawitacyjne musi być kwantowe, jeśli natomiast nie zaobserwujemy splątania, pole grawitacyjne może być klasyczne.



Rysunek 3: Ilustracja sytuacji eksperymentalnej. Dwie masy A i B są początkowo przygotowane w stanie niesplątany (gdzie przynajmniej jedna z nich, A na rysunku, jest w stanie superpozycji w bazie położeniowej). Masy oddziałują ze sobą za pośrednictwem pola grawitacyjnego G . Po pewnym czasie stan całego układu staje się splątany.

Sformalizowanie tego eksperymentu w ramach uogólnionych teorii probabilistycznych pozwala nam udowodnić następujące twierdzenie o niemożliwości [F]:

Twierdzenie 12. *Rozważmy dwa układy GPT A i B , początkowo w stanie niesplątany, oraz pole grawitacyjne G w stanie produktowym. Zakładamy, że układy A i B oddziałują jedynie grawitacyjnie. Wtedy następujące stwierdzenia są niezgodne:*

1. *Pole grawitacyjne G jest w stanie generować splątanie;*
2. *A i B oddziałują za pośrednictwem mediatora G ;*
3. *G jest klasyczne.*

Dlatego też, jeśli w ramach eksperymentu jesteśmy pewni, że nie zachodzi interakcja między masami poza polem grawitacyjnym i obserwujemy splątanie na końcu eksperymentu, to jesteśmy zmuszeni stwierdzić, że pole grawitacyjne jest nieklasyczne, natomiast jeśli nie obserwujemy splątania, to pozostaje możliwość, że pole grawitacyjne jest klasyczne.

Co istotne, z powyższego nie wynika, że obserwacja splątania mówi nam, że pole jest kwantowe, a jedynie, że jest nieklasyczne. W istocie, pokazujemy również, że istnieją inne możliwe uogólnione teorie probabilistyczne, które mogą pośredniczyć w splątaniu między układami kwantowymi. W literaturze występują dwie uogólnione teorie probabilistyczne, które mają tę własność [F], mianowicie [BGW20] i [HG20].

Możemy użyć twierdzenia o niemożliwości jako sposobu klasyfikacji różnych modeli godzących teorią kwantową z grawitacją według tego, które z trzech założeń w nim zawartych jest naruszone [F]. Na przykład modele dekoherencji grawitacyjnej lub modele spontanicznego kolapsu naruszają warunek 1, ponieważ dekoherencja lub kolaps wystąpiłyby, niszcząc tym samym wszelkie splątanie, zanim można by je zaobserwować w eksperymencie. W przeciwieństwie do tego, podejście Schrödingera–Newtona (gdyby mogło być odpowiednio sformalizowane jako uogólniona teoria probabilistyczna) naruszałoby warunek 2, to znaczy, że wszelkie zaobserwowane splątanie nie mogłoby być zapośredniczone przez pole grawitacyjne. Wreszcie, niespełnienie warunku 3 jest tym, co przewiduje rodzaj analizy przedstawiony na rys. 3, który wynika z naiwnego zastosowania teorii kwantowej do scenariusza.

6 PREZENTACJA OSIĄGNIĘĆ DYDAKTYCZNYCH, ORGANIZATORSKICH I "POPULARYZATORSKICH"

6.1 Osiągnięcia dydaktyczne

Nauczanie akademickie:

- **Uniwersytet Gdański** 2021-obecnie.
Wykładowca na studiach magisterskich w dziedzinie Kwantowych Technologii Informatycznych
 - „Zaawansowane zagadnienia w podstawach kwantowych: teorie zasobów”. 2 wykłady, 4 godzin łącznie (wiosna 2023-24).
 - „Kategoryczna Teoria Kwantowa vel Diagramowa Teoria Kwantowa”. 15 wykładów- tures, 30 godzin łącznie (wiosna 2022-24).
 - „Sygnatury nieklasyczości”. 15 zajęć recytatorskich, 30 godzin łącznie (zima 2022).
- **Uniwersytet Gdański** 2020.
Asystent dydaktyczny w Szkole Doktoranckiej
 - „Sygnatury nieklasyczości” opracowanie i ocenianie 10 arkuszy ćwiczeń
- **Perimeter Institute for Theoretical Physics** lipiec 2018
Wykładowca cyklu seminariów
 - Teorie procesów i matematyka diagramowa
 - Wprowadzenie do teorii symetrycznych kategorii monoidalnych
 - Przeformułowanie teorii kwantowej jako teorii procesu
 - Krajobraz teorii procesów

Wykłady gościnne:

- Solstice of Foundations – *ETH Zurich, Szwajcaria.* czerwiec 2022.
„Uogólnione teorie fizyczne”
<https://foundations.ethz.ch/>

6.2 Osiągnięcia organizatorskie

Konferencje, warsztaty i seminaria: organizacja

- **Współorganizator** „*Picturing quantum weirdness*” (*Obrazowanie dziwności kwantowej*) sierpień, 2023.
Uniwersytet Gdański, Polska.
<https://gqi.ug.edu.pl/schools/>
- **Główny organizator** „*Quantum Physics and Logic*” (*Fizyka kwantowa i logika*) czerwiec, 2021.
ICTQT, Uniwersytet Gdański, Polska.
<https://qpl2021.eu/>
- **Członek komitetu programowego** „*Quantum Physics and Logic*” (*Fizyka kwantowa i logika*) 2021-obecnie.
Gdańsk, Polska (2021), Oxford, UK (2022), Paryż, Francja (2023).
<https://qpl2021.eu/>, <https://www.qplconference.org/>,
<https://qpl2023.github.io/>

- **Organizator** *Seria seminariów na temat podstaw kwantowych* 2018-2019.
Perimeter Institute for Theoretical Physics, Waterloo, Kanada.
- **Współorganizator** *konferencji Podstawy mechaniki kwantowej* 2018.
Perimeter Institute for Theoretical Physics, Waterloo, Kanada.
<https://perimeterinstitute.ca/events/foundations-quantum-mechanics>
- **Członek komitetu programowego** *Q-Turn: changing paradigms in quantum science (Q-Turn: zmiana paradygmatów w nauce kwantowej)* 2018-2020.
Florianpolis, Brazylia (2018), Online (2020)
<https://qturnworkshop.wixsite.com/2018>, <https://www.q-turn.org/>

6.3 Osiągnięcia w dziedzinie popularyzacji nauki

Komunikacja naukowa:

- **Artykuł na okładkę:** „Can we solve quantum theory’s biggest problem by redefining reality?” (Czy możemy rozwiązać największy problem teorii kwantowej przez zredefiniowanie rzeczywistości?) wrzesień, 2024.
Artykuł na okładkę o mojej pracy z Davidem Schmidem i Robertem W. Spekkensem New Scientist
<https://www.newscientist.com/article/mg26335070-700-can-we-solve-quantum-theorys-biggest-problem-by-redefining-reality/>
- **Artykuł:** „Diagramming quantum weirdness” (Diagramowanie dziwności kwantowej) styczeń, 2022.
Artykuł o mojej pracy z Davidem Schmidem i Robertem W. Spekkensem APS Physics 15, 11
physics.aps.org/articles/v15/11
- **Artykuł:** „We have hints of a theory beyond quantum mechanics” (Mamy wskazówki dotyczące teorii wykraczającej poza mechanikę kwantową) czerwiec, 2018.
Artykuł o mojej współpracy z Ciaránem M. Lee
New Scientist
[newscientist.com/article/mg23831820-300-we-have-hints-of-a-theory-beyond-quantum-physi](https://www.newscientist.com/article/mg23831820-300-we-have-hints-of-a-theory-beyond-quantum-physi)
- **Artykuł:** „Entanglement is an inevitable feature of reality” (Splątanie jest nieuniknioną cechą rzeczywistości) czerwiec, 2017.
Artykuł o mojej pracy z Jonathanem G. Richensem i Sabrim W. Al-Safi’im
Phys.org
phys.org/news/2017-09-entanglement-inevitable-feature-reality.html
- **Artykuł:** „Scientists finally prove strange quantum physics idea Einstein hated” (Naukowcy w końcu udowodnili dziwną koncepcję fizyki kwantowej, której nie znośił Einstein) wrzesień, 2017.
Artykuł na pierwszej stronie Gizmodo o mojej pracy z Jonathanem G. Richensem i Sabrim W. Al-Safi’im
gizmodo.com/scientists-finally-prove-strange-quantum-physics-idea-e-

1798433666

• **Post na blogu:** „If you think quantum physics is weird, try these theories” (Jeśli myślisz, że fizyka kwantowa jest dziwna, wypróbuj te teorie)

wrzesień, 2017.

Blog George’a Mussera o mojej pracy z Jonathanem G.

Richensem i Sabrim W. Al-Safi’im

spookyactionbook.com/2017/08/31/if-you-think-quantum-physics-is-weird-try-these-theori

7 POZOSTAŁE OSIĄGNIĘCIA NAUKOWE

7.1 Dane bibliometryczne

Źródło: Google Scholar (19.09.2024)

- Liczba recenzowanych publikacji: 31 (21 po doktoracie)
- Liczba przedruków online: 8
- Całkowita liczba cytowań: 985
- Indeks H: 18

Źródło: Web of Science (19.09.2024)

- Liczba recenzowanych publikacji: 21 (11 po doktoracie)
- Całkowita liczba cytowań: 372 (281 bez autocytowań)
- Indeks H: 14

7.2 Osiągnięcia przed doktoratem

Dorobek badawczy w ramach mojej pracy doktorskiej [1] można przedstawić w trzech obszarach.

1. Pojawienie się klasyczności.–

Badaliśmy pojawienie się klasyczności w teorii kwantowej, w szczególności w paradygmacie dekoherencji [Zur09]. Zazwyczaj podejście to koncentruje się tylko na pojawieniu się stanów klasycznych, tj. poprzez obserwację, że gdy stany kwantowe ulegają dekoherencji, stają się diagonalne w pewnej bazie, a zatem przestrzeń stanów zdekoherowanych jest izomorficzna z przestrzenią rozkładów prawdopodobieństwa. Z drugiej strony, w naszej pracy idziemy o krok dalej dzięki zrozumieniu, jak cała teoria klasycznych procesów stochastycznych wyłania się z teorii kwantowej [3]. W istocie dokonujemy tego na dwa różne sposoby, które, jak pokazujemy, są równoważne. Pierwszą z nich jest obwiednia Karoubiego, którą można traktować jako formalizację paradygmatu dekoherencji, a drugą jest dopełnienie dwuproduktowe, które można traktować jako sposób na włączenie do teorii klasycznej niepewności co do posiadanego systemu [4]. W każdym przypadku otrzymujemy kategorię złożonych algebr macierzowych zawierającą klasyczne procesy stochastyczne jako pełną podkategorię. Patrząc na bardziej ogólne teorie, wykazaliśmy, że niezbędną cechą teorii umożliwiającą wyłonienie się klasyczności poprzez mechanizm dekoherencji jest to, że teoria musi mieć stany splątane [5]. Był to dość zaskakujący wynik, ponieważ splątanie jest zwykle postrzegane jako przeszkoda dla klasyczności, a nie coś, co jest potrzebne do powstania klasycznego świata.

2. Rekonstrukcj teorii kwantowej.–

W pracy [6] pokazujemy, jak można zrekonstruować matematyczny formalizm teorii kwantowej z postulatów diagramatycznych. Oprócz skupienia się na postulatach diagramatycznych, kluczową cechą odróżniającą tę rekonstrukcję od innych w tamtym czasie było to, iż odtwarzała ona pełny opis procesowo-teoretyczny teorii kwantowej, składający się ze złożonych układów klasyczno-kwantowych, superselekcjonowanych układów kwantowych i ich interakcji. Zrekonstruowawszy tę wersję teorii kwantowej, przedstawiliśmy dwa sposoby wyodrębnienia całkowicie kwantowych systemów (tj. takich, w których nie obowiązuje zasada superselekcji), pierwszym z nich jest postulat „no-leaking” (stanowiący ogólnie, że przyrost informacji powoduje zakłócenia), a drugim postulat „purity-of-cups” (w przybliżeniu stanowiący o istnieniu stanów maksymalnie splątanych).

3. Badanie teorii postkwantowych.–

Ostatnia część mojej pracy doktorskiej obejmowała zagadnienie istnienia teorii postkwantowej posiadającej mechanizm zbliżony do dekoherencji, która służy jako wyjaśnienie, dlaczego nie widzieliśmy jeszcze żadnych dowodów na tę teorię w naszych obecnych eksperymentach. Mechanizm taki znany jest jako hiperdekoherencja i został po raz pierwszy zaproponowany w pracy [Życ08].

Udowadniamy twierdzenie o niemożliwości dla takiej teorii, a mianowicie, że każda teoria, która hiperdekoheruje do teorii kwantowej, musi naruszać albo zasadę przyczynowości, albo postulat puryfikacji, albo jedno i drugie [7]. To, co jest szczególnie interesujące w tym wyniku, to fakt, że pozwala on na uzyskanie wglądu w bardziej fundamentalną teorię fizyczną bez konieczności proponowania dla niej jakiegokolwiek konkretnego modelu.

Podczas mojego doktoratu pracowałem nad wieloma innymi projektami, które nie stanowiły części pracy doktorskiej.

4. Obliczenia w uogólnionych teoriach probabilistycznych.—

Zbadaliśmy różne aspekty obliczeń kwantowych w ramach uogólnionych teorii probabilistycznych. W szczególności wykazaliśmy, w jaki sposób mechanizm przeskoku fazy [8] i dolna granica Grovera [9] mogą być wyprowadzone z zasad fizycznych, a także przedstawiliśmy, jak można zrozumieć wyroczone obliczeniowe w ramach uogólnionej teorii probabilistycznej [10].

5. Interferencja wyższego rzędu.—

Podczas gdy interferencja kwantowa od dawna uważana jest za charakterystyczną własność teorii kwantowej, istnieje ograniczenie na to, jak interferencja kwantowa odbiega od naszych klasycznych intuicji. W szczególności jest ona ograniczona do drugiego rzędu w hierarchii zdefiniowanej przez Sorkina w pracy [Sor94]. Podejmowano różne próby eksperymentalnego sprawdzenia, czy teoria kwantowa jest rzeczywiście ograniczona do interferencji drugiego rzędu i jak dotąd sprostała ona tym testom [SCM⁺09, PML12]. Interesujące jest jednak to, czy możemy teoretycznie zrozumieć, dlaczego natura powinna ograniczać się tylko do interferencji drugiego rzędu. W pracy [11] przedstawiliśmy argument oparty na zasadach fizycznych, dlaczego taki powinien być stan rzeczy. W pracy [12] również badamy to zjawisko i wykazujemy, iż byłoby obliczeniowo korzystne, gdyby natura wykazywała interferencję wyższą niż drugiego rzędu.

7.3 Dodatkowe osiągnięcia po doktoracie

Badania, które prowadziłem po doktoracie niebędące częścią tego osiągnięcia habilitacyjnego, obejmują następujące zagadnienie.

1. Postulat całkowitego rozszerzenia.—

W pracy [13] badamy alternatywę dla postulatu puryfikacji, który został wprowadzony w [CDP10] w kontekście rekonstrukcji teorii kwantowej. Postulat ten jest niezwykle użyteczny w dowodzeniu wielu wyników dotyczących uogólnionych teorii probabilistycznych, jednak znacznie ogranicza zakres zastosowania tych wyników. Dla przykładu, ani klasyczna teoria, ani boxworld [Bar07] nie spełniają tego postulatu. Interesujące jest zatem pytanie, czy istnieje jakiś alternatywny postulat zachowujący wiele użytecznych cech postulatu puryfikacji, który ma zastosowanie do szerszej klasy teorii. Definiując taki postulat, który nazywamy postulatem całkowitego rozszerzenia, wykazujemy, iż tak jest w istocie. Badamy jego właściwości, związek z puryfikacją i wykazujemy możliwość udowodnienia pewnych rezultatów (takich jak charakterystyka zobowiązania liczby całkowitej przedstawiona w Sekcji 5.4.1), które wcześniej opierały się na postulacie puryfikacji.

Odniesienia: Prace w serii zgłaszającego

- [A] Jamie Sikora and John Selby. Simple proof of the impossibility of bit commitment in generalized probabilistic theories using cone programming. *Physical review A*, 97(4):042302, 2018.
- [B] John H Selby and Jamie Sikora. How to make unforgeable money in generalised probabilistic theories. *Quantum*, 2:103, 2018.
- [C] Jamie Sikora and John H Selby. Impossibility of coin flipping in generalized probabilistic theories via discretizations of semi-infinite programs. *Physical Review Research*, 2(4):043128, 2020.
- [D] John H Selby and Ciarán M Lee. Compositional resource theories of coherence. *Quantum*, 4:319, 2020.
- [E] David Schmid, John H Selby, Matthew F Pusey, and Robert W Spekkens. A structure theorem for generalized-noncontextual ontological models. *arXiv preprint arXiv:2005.07161*, 2020.
- [F] Thomas D Galley, Flaminia Giacomini, and John H Selby. A no-go theorem on the nature of the gravitational field beyond quantum theory. *Quantum*, 6:779, 2022.
- [G] David Schmid, John H Selby, Elie Wolfe, Ravi Kunjwal, and Robert W Spekkens. Characterization of noncontextuality in the framework of generalized probabilistic theories. *P R X Quantum*, 2:010331, 2021.
- [H] John H. Selby, David Schmid, Elie Wolfe, Ana Belén Sainz, Ravi Kunjwal, and Robert W. Spekkens. Contextuality without incompatibility. *Phys. Rev. Lett.*, 130:230201, Jun 2023.
- [I] John H. Selby, David Schmid, Elie Wolfe, Ana Belén Sainz, Ravi Kunjwal, and Robert W. Spekkens. Accessible fragments of generalized probabilistic theories, cone equivalence, and applications to witnessing nonclassicality. *Phys. Rev. A*, 107:062203, Jun 2023.
- [J] Paulo J Cavalcanti, John H Selby, Jamie Sikora, Thomas D Galley, and Ana Belén Sainz. Post-quantum steering is a stronger-than-quantum resource for information processing. *npj Quantum Information*, 8(1):76, 2022.
- [K] Paulo J Cavalcanti, John H Selby, Jamie Sikora, and Ana Belén Sainz. Decomposing all multipartite non-signalling channels via quasiprobabilistic mixtures of local channels in generalised probabilistic theories. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 55(40):404001, 2022.
- [L] David Schmid, Haoxing Du, John H Selby, and Matthew F Pusey. Uniqueness of noncontextual models for stabilizer subtheories. *Physical Review Letters*, 129(12):120403, 2022.
- [M] John H Selby, Elie Wolfe, David Schmid, and Ana Belén Sainz. An open-source linear program for testing nonclassicality. *arXiv preprint arXiv:2204.11905*, 2022.

Odniesienia: Artykuły wnioskodawcy nieuwzględnione w serii publikacji

- [1] John H Selby. *A process theoretic triptych*. PhD thesis, PhD thesis, PhD thesis, Imperial College London, 2017.
- [2] John H Selby, Maria E Stasinou, Stefano Gogioso, and Bob Coecke. Time symmetry in quantum theories and beyond. *arXiv preprint arXiv:2209.07867*, 2022.
- [3] John Selby and Bob Coecke. Leaks: quantum, classical, intermediate and more. *Entropy*, 19(4):174, 2017.
- [4] Bob Coecke, John Selby, and Sean Tull. Two roads to classicality. In *Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science, Proceedings 14th International Conference on Quantum Physics and Logic, Nijmegen, The Netherlands, 3-7 July 2017*, volume 266, pages 104–118. Open Publishing Association, 2018.
- [5] Jonathan G Richens, John H Selby, and Sabri W Al-Safi. Entanglement is necessary for emergent classicality in all physical theories. *Physical review letters*, 119(8):080503, 2017.
- [6] John H Selby, Carlo Maria Scandolo, and Bob Coecke. Reconstructing quantum theory from diagrammatic postulates. *Quantum*, 5:445, 2021.
- [7] Ciarán M Lee and John H Selby. A no-go theorem for theories that decohere to quantum mechanics. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 474(2214):20170732, 2018.
- [8] Ciarán M Lee and John H Selby. Generalised phase kick-back: the structure of computational algorithms from physical principles. *New Journal of Physics*, 18(3):033023, 2016.
- [9] Ciarán M Lee and John H Selby. Deriving grover’s lower bound from simple physical principles. *New Journal of Physics*, 18(9):093047, 2016.
- [10] Howard Barnum, Ciarán M Lee, and John H Selby. Oracles and query lower bounds in generalised probabilistic theories. *Foundations of physics*, 48:954–981, 2018.
- [11] Howard Barnum, Ciarán M Lee, Carlo Maria Scandolo, and John H Selby. Ruling out higher-order interference from purity principles. *Entropy*, 19(6):253, 2017.
- [12] Ciarán M Lee and John H Selby. Higher-order interference in extensions of quantum theory. *Foundations of Physics*, 47:89–112, 2017.
- [13] Marek Winczewski, Tamoghna Das, John H. Selby, Karol Horodecki, Paweł Horodecki, Łukasz Pankowski, Marco Piani, and Ravishankar Ramanathan. Complete extension: the non-signaling analog of quantum purification. *arXiv preprint arXiv:1810.02222*, 2018.

Odniesienia: Zewnętrzne

- [AC09] Samson Abramsky and Bob Coecke. Categorical quantum mechanics. *Handbook of quantum logic and quantum structures*, 2:261–325, 2009.
- [ASS13] Sabri W Al-Safi and Anthony J Short. Simulating all nonsignaling correlations via classical or quantum theory with negative probabilities. *Physical Review Letters*, 111(17):170403, 2013.

- [Bar07] Jonathan Barrett. Information processing in generalized probabilistic theories. *Phys. Rev. A*, 75:032304, Mar 2007.
- [Bel64] John S Bell. On the einstein podolsky rosen paradox. *Physics Physique Fizika*, 1(3):195, 1964.
- [Bel66] John S Bell. On the problem of hidden variables in quantum mechanics. *Reviews of Modern physics*, 38(3):447, 1966.
- [BGW20] Howard Barnum, Matthew A Graydon, and Alexander Wilce. Composites and categories of euclidean jordan algebras. *Quantum*, 4:359, 2020.
- [Blu83] Manuel Blum. Coin flipping by telephone a protocol for solving impossible problems. *ACM SIGACT News*, 15(1):23–27, 1983.
- [BMM⁺17] Sougato Bose, Anupam Mazumdar, Gavin W Morley, Hendrik Ulbricht, Marko Toroš, Mauro Paternostro, Andrew A Geraci, Peter F Barker, MS Kim, and Gerard Milburn. Spin entanglement witness for quantum gravity. *Physical review letters*, 119(24):240401, 2017.
- [BV04] Stephen P Boyd and Lieven Vandenberghe. *Convex optimization*. Cambridge university press, 2004.
- [CDP10] Giulio Chiribella, Giacomo Mauro D’Ariano, and Paolo Perinotti. Probabilistic theories with purification. *Physical Review A*, 81(6):062348, 2010.
- [CDP16] Giulio Chiribella, Giacomo Mauro D’Ariano, and Paolo Perinotti. Quantum from principles. *Quantum theory: informational foundations and foils*, pages 171–221, 2016.
- [CDPV13] Giulio Chiribella, Giacomo Mauro D’Ariano, Paolo Perinotti, and Benoit Valiron. Quantum computations without definite causal structure. *Physical Review A*, 88(2):022318, 2013.
- [CFS16] Bob Coecke, Tobias Fritz, and Robert W Spekkens. A mathematical theory of resources. *Information and Computation*, 250:59–86, 2016.
- [CG16] Eric Chitambar and Gilad Gour. Comparison of incoherent operations and measures of coherence. *Physical Review A*, 94(5):052336, 2016.
- [CHKW22] Bob Coecke, Dominic Horsman, Aleks Kissinger, and Quanlong Wang. Kindergarten quantum mechanics graduates... or how i learned to stop gluing lego together and love the zx-calculus. *Theoretical Computer Science*, 897:1–22, 2022.
- [CK17] Bob Coecke and Aleks Kissinger. *Picturing Quantum Processes: A First Course in Quantum Theory and Diagrammatic Reasoning*. Cambridge University Press, 2017.
- [CK18] Bob Coecke and Aleks Kissinger. Picturing quantum processes: A first course on quantum theory and diagrammatic reasoning. In *Diagrammatic Representation and Inference: 10th International Conference, Diagrams 2018, Edinburgh, UK, June 18- 22, 2018, Proceedings 10*, pages 28–31. Springer, 2018.
- [CMW00] Bob Coecke, David Moore, and Alexander Wilce. Operational quantum logic: An overview. *Current Research in Operational Quantum Logic: Algebras, Categories, Languages*, pages 1–36, 2000.

- [Coe11] Bob Coecke. A universe of processes and some of its guises. *Deep beauty: understanding the quantum world through mathematical innovation*, pages 129–186, 2011.
- [FE08] Christopher Ferrie and Joseph Emerson. Frame representations of quantum mechanics and the necessity of negativity in quasi-probability representations. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 41(35):352001, 2008.
- [FLC⁺22] Kieran Flatt, Hanwool Lee, Carles Roch I Carceller, Jonatan Bohr Brask, and Joonwoo Bae. Contextual advantages and certification for maximum-confidence discrimination. *PRX Quantum*, 3(3):030337, 2022.
- [Gol04] Oded Goldreich. *Foundations of Cryptography, Volume 1*. Cambridge university press Cambridge, 2004.
- [Got98] Daniel Gottesman. The heisenberg representation of quantum computers. *arXiv preprint quant-ph/9807006*, 1998.
- [GS08] Gilad Gour and Robert W Spekkens. The resource theory of quantum reference frames: manipulations and monotones. *New Journal of Physics*, 10(3):033023, 2008.
- [GW22] Victor Gitton and Mischa P Woods. Solvable criterion for the contextuality of any prepare-and-measure scenario. *Quantum*, 6:732, 2022.
- [Har01] Lucien Hardy. Quantum theory from five reasonable axioms. *arXiv preprint quant-ph/0101012*, 2001.
- [Har11] Lucien Hardy. Reformulating and reconstructing quantum theory. *arXiv preprint arXiv:1104.2066*, 2011.
- [HG20] James Hefford and Stefano Gogioso. Hyper-decoherence in density hypercubes. *arXiv preprint arXiv:2003.08318*, 2020.
- [HHHH09] Ryszard Horodecki, Paweł Horodecki, Horodecki, and Karol Horodecki. Michał
Quantum entanglement. *Reviews of modern physics*, 81(2):865, 2009.
- [HWVE14] Mark Howard, Joel Wallman, Victor Veitch, and Joseph Emerson. Contextuality supplies the ‘magic’ for quantum computation. *Nature*, 510(7505):351–355, 2014.
- [JS91] André Joyal and Ross Street. The geometry of tensor calculus, i. *Advances in mathematics*, 88(1):55–112, 1991.
- [KS90] Simon Kochen and Ernst P Specker. The problem of hidden variables in quantum mechanics. *Ernst Specker Selecta*, pages 235–263, 1990.
- [Los20] Matteo Lostaglio. Certifying quantum signatures in thermodynamics and metrology via contextuality of quantum linear response. *Physical Review Letters*, 125(23):230603, 2020.
- [LS20] Matteo Lostaglio and Gabriel Senno. Contextual advantage for state-dependent cloning. *Quantum*, 4:258, 2020.
- [Lud12] Günther Ludwig. *An Axiomatic Basis for Quantum Mechanics: Volume 1 Derivation of Hilbert Space Structure*. Springer Science & Business Media, 2012.

- [Mac13] George W Mackey. *Mathematical foundations of quantum mechanics*. Courier Corporation, 2013.
- [Mie68] Bogdan Mielnik. Geometry of quantum states. *Communications in Mathematical Physics*, 9:55–80, 1968.
- [ML13] Saunders Mac Lane. *Categories for the working mathematician*, volume 5. Springer Science & Business Media, 2013.
- [MS16] Iman Marvian and Robert W Spekkens. How to quantify coherence: Distinguishing speakable and unspeakable notions. *Physical Review A*, 94(5):052324, 2016.
- [MV17] Chiara Marletto and Vlatko Vedral. Gravitationally induced entanglement between two massive particles is sufficient evidence of quantum effects in gravity. *Physical review letters*, 119(24):240402, 2017.
- [PML12] Daniel K Park, Osama Moussa, and Raymond Laflamme. Three path interference using nuclear magnetic resonance: a test of the consistency of born’s rule. *New Journal of Physics*, 14(11):113025, 2012.
- [San05] Emilio Santos. Bell’s theorem and the experiments: Increasing empirical support for local realism? *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 36(3):544–565, 2005.
- [SAP17] Alexander Streltsov, Gerardo Adesso, and Martin B Plenio. Colloquium: Quantum coherence as a resource. *Reviews of Modern Physics*, 89(4):041003, 2017.e
- [SBC⁺15] Ana Belén Sainz, Nicolas Brunner, Daniel Cavalcanti, Paul Skrzypczyk, and Tamás Vértesi. Postquantum steering. *Physical review letters*, 115(19):190403, 2015.
- [SBK⁺09] Robert W Spekkens, Daniel H Buzacott, Anthony J Keehn, Ben Toner, and Geoff J Pryde. Preparation contextuality powers parity-oblivious multiplexing. *Physical review letters*, 102(1):010401, 2009.
- [SCM⁺09] Urbasi Sinha, Christophe Couteau, Zachari Medendorp, Immo Söllner, Raymond Laflamme, Rafael Sorkin, and Gregor Weihs. Testing born’s rule in quantum mechanics with a triple slit experiment. In *AIP Conference Proceedings*, volume 1101, pages 200–207. American Institute of Physics, 2009.
- [SDM⁺21] David Schmid, Haoxing Du, Maryam Mudassar, Ghi Coulter-de Wit, Denis Rosset, and Matty J Hoban. Postquantum common-cause channels: the resource theory of local operations and shared entanglement. *Quantum*, 5:419, 2021.
- [Sel11] Peter Selinger. A survey of graphical languages for monoidal categories. *New structures for physics*, pages 289–355, 2011.
- [SHP19] Debashis Saha, Paweł Horodecki, and Marcin Pawłowski. State independent contextuality advances one-way communication. *New Journal of Physics*, 21(9):093057, 2019.
- [Sor94] Rafael D Sorkin. Quantum mechanics as quantum measure theory. *Modern Physics Letters A*, 9(33):3119–3127, 1994.
- [Spe05] Robert W Spekkens. Contextuality for preparations, transformations, and unsharp measurements. *Physical Review A*, 71(5):052108, 2005.

- [Spe19] Robert W Spekkens. The ontological identity of empirical indiscernibles: Leibniz's methodological principle and its significance in the work of einstein. *arXiv preprint arXiv:1909.04628*, 2019.
- [SRB20] David Schmid, Denis Rosset, and Francesco Buscemi. The type-independent resource theory of local operations and shared randomness. *Quantum*, 4:262, 2020.
- [SS18] David Schmid and Robert W Spekkens. Contextual advantage for state discrimination. *Physical Review X*, 8(1):011015, 2018.
- [vdW20] John van de Wetering. Zx-calculus for the working quantum computer scientist. *arXiv preprint arXiv:2012.13966*, 2020.
- [VN13] John Von Neumann. *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, volume 38. Springer-Verlag, 2013.
- [Wie83] Stephen Wiesner. Conjugate coding. *ACM Sigact News*, 15(1):78–88, 1983.
- [Zur09] Wojciech Hubert Zurek. Quantum darwinism. *Nature physics*, 5(3):181–188, 2009.
- [Żc08] Karol Życzkowski. Quartic quantum theory: an extension of the standard quantum mechanics. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 41(35):355302, 2008.

Signed by /
Podpisano przez:



John Harry Selby
Uniwersytet Gdański

Date / Data: 2024-
10-10 17:03