Warszawa, 20 sierpnia 2025

dr hab. Piotr W. Nowak, profesor IM PAN
Instytut Matematyczny PAN
Śniadeckich 8
00-656 Warszawa

Recenzja osiągnięcia habilitacyjnego dr R. Lutowskiego

Habilitant dr Rafał Lutowski, uzyskał tytuł doktora w roku 2010 na Uniwersytecie Gdańskim, na podstawie rozprawy zatytułowanej *Symetrie płaskich rozmaitości*. Późniejsza kariera naukowa Habilitanta jest w całości związana z jednostką macierzystą, Uniwersytetem Gdańskim, gdzie do 2011 był zatrudniony na stanowisku asystenta, zaś od 2011 jest zatrudniony na stanowisku adiunkta.

Habilitant przedstawił osiągnięcie składające się z dziewięciu artykułów pod wspólnym tytułem

Zastosowanie teorii reprezentacji i metod obliczeniowych w badaniu płaskich rozmaitości i struktur pokrewnych

Lista artykułów wchodzących w skład osiągnięcia habilitacyjnego to:

1. R. Lutowski. *On Symmetry of Flat Manifolds*. Exp. Math. 18.2 (2009), s. 201–204.
2. R. Lutowski. *Finite outer automorphism groups of crystallographic groups*. Exp. Math. 22.4 (2013), s. 456–464.
3. R. Lutowski i A. Szczepański. *Holonomy groups of flat manifolds with the R^∞ property*. Fund. Math. 223.3 (2013), s. 195–205.
4. R. Lutowski i B. Putrycz. *Spin structures on flat manifolds*. J. Algebra 436 (2015), s. 277–291.
5. A. Gąsior, R. Lutowski i A. Szczepański. *A short note about diffuse Bieberbach groups*. J. Algebra 494 (2018), s. 237–245.

6. R. Lutowski, A.Szczepański. *Crystallographic groups with trivial center and outer automorphism group*. Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. 164.2 (2018), s. 363–368.

7. G.Hiss, R.Lutowski, A.Szczepański. *Flat manifolds with holonomy representation of quaternionic type*. Comm. Algebra 49.3 (2021), s. 1286–1294.

8. R. Lutowski. *Flat manifolds with homogeneous holonomy representation*. Publ. Math. Debrecen 99.1-2 (2021), s. 117–122.

9. R. Lutowski, A. Szczepański. *Minimal Nonsolvable Bieberbach Groups*. Exp. Math. Published online.

Wkład Habilitanta w poszczególne artykuły został szczegółowo opisany oraz potwierdzony oświadczeniami współautorów. Wszystkie artykuły zostały opublikowane w dobrych, rozpoznawalnych, recenzowanych czasopismach o międzynarodowym zasięgu.

Tematyka badań w artykułach składających się na osiągnięcie habilitacyjne dotyczy grup krystalograficznych, czyli dyskretnych i kozwartych podgrup grupy afinicznych izometrii przestrzeni Euklidesowej $\mathbb{R}^n$, oraz związanych z nimi rozmaitości. Grupę taką nazywa się grupą Bieberbacha gdy jest ona beztorsyjna. Tematyka ta jest klasyczna w teorii grup jak i w topologii i geometrii rozmaitości, chociaż należy tu podkreślić, że grupy krystalograficzne, ze względu na swoją prostą strukturę algebraiczną, są dość dobrze zrozumianą klasą grup a ich badanie nie stanowi istotnego nurtu we współczesnej geometrii czy algebrze.

Omówmy poszczególne artykuły wchodzące w skład osiągnięcia habilitacyjnego. Artykuł [H2] zajmuje się problemem wyznaczania grupy automorfizmów zewnętrznych. Autorzy podają algorytmiczną metodę pozwalającą na wyznaczenie generatorów skończonej grupy automorfizmów $\mathrm{Aut}(G)$ oraz prezentacji grupy automorfizmów zewnętrznych $\mathrm{Out}(G)$ dla grupy krystalograficznej G.

Praca [H3] skupia się na pewnej własności rozmaitości, nazywanej przez autorów R_∞. Rozmaitość M ma tę własność jeśli dla każdego homeomorfizmu $f : M \to M$ jego liczba Redemeistera $R(f)$ jest nieskończona. W pracy autorzy badają związki pomiędzy reprezentacją holonomii a własnością R_∞. Dokładniej, autorzy tłumaczą jak pewne własności reprezentacji holonomii mogą implikować własność R_∞. Proponowane warunki są dość techniczne i mogą być trudne do zweryfikowania w konkretnych przykładach.

Praca [H4] dotyczy spin struktur na rozmaitościach płaskich. Przedstawiona w niej jest algorytmiczna metoda ustalania, czy dana płaska rozmaitość posiada strukturę spin. Problem ten jest istotny z punktu widzenia np. teorii indeksu, gdzie istnienie struktury spin gwarantuje istnienie operatora Diraca, zdefiniowanego przez Atiyaha i Singera. Algorytm jest szczegółowo opisany w artykule, a następnie zastosowany do przeliczenia kilku przykładów.

W artykule [H5] rozważane jest pojęcie grup dyfuzywnych w kontekście grup Bieberbacha. Grupy Bieberbacha, będące jednocześnie dyfuzywne, spełniają ciekawą własność jednoznaczności produktu (unique product property), która jest istotna w kontekście hipotez Kaplanskiego o jednościach i idempotentach w pierścieniach grupowych. Pojęcie grup dyfuzywnych zdefiniował Bowditch w następujący sposób: grupa G jest dyfuzywna jeśli każdy skończony podzbiór $F \subseteq G$ zawiera element $g \in F$ taki, że dla dowolnego $\gamma \in G \setminus e$, albo γg albo $\gamma^{-1} g$ nie należy do F. Głównym wynikiem pracy [H5] jest klasyfikacja niedyfuzywnych grup Bieberbacha w niskich wymiarach, nie większych niż 6. Metody również tutaj są wspierane obliczeniami komputerowymi.

Artykuł [H6] to najwyżej opublikowana praca w osiągnięciu habilitacyjnym, a autorzy udowadniają w niej eleganckie twierdzenie: dla każdego $n \geqslant 2$ istnieje grupa Bieberbacha o trywialnym centrum i trywialnej grupie automorfizmów zewnętrznych. Jako motywację autorzy podają wynik Bielolipetsky'ego i Lubotzky'ego, pokazujący istnienie zwartych rozmaitości hiperbolicznych dowolnego wymiaru o trywialnej grupie automorfizmów zewnętrznych. Dowód głównego twierdzenia [H6] jest dość zwięzły i bazuje na prostej strukturze grup krystalograficznych.

Praca [H7] bada przykłady grup krystalograficznych o pewnej własności reprezentacji holonomii, polegającej na jej nierozkładalności. W pracy [H8] udowodniono, że jedynymi grupami Bieberbacha o jednorodnych reprezentacjach całkowitych są grupy podstawowe płaskich torusów.

W pracy [H9] autorzy pokazują ciekawy fakt, że nierozwiązalne grupy Bieberbacha mogą istnieć jedynie w wymiarach 15 lub wyższych. W pracy analizowane jest zachowanie grup nazywanych przez autorów minimalnie nierozwiązalnymi. Praca jest wspomagana obliczeniami komputerowymi w programie GAP.

W artykule [H1] podany jest przykład grupy Bieberbacha, dla której grupa automorfizmów zewnętrznych $\mathrm{Out}(\Gamma) = \mathrm{Aut}(\Gamma)/\,\mathrm{Inn}(\Gamma)$ jest grupą symetryczną rzędu 3. Praca ta jest motywowana pytaniem Szczepańskiego, czy dla wybranej grupy skończonej F istnieje grupa Bieberbacha o trywialnym centrum, dla której F jest grupą automorfizmów. Ogólniej, Habilitant pokazuje również, analizując grupy automorfizmów zewnętrznych produktów Kartezjańskich grup Bieberbacha, że dowolna grupa symetryczna może być zrealizowana jako grupa zewnętrznych automorfizmów grupy Bieberbacha. Włączenie pracy [H1] do osiągnięcia habilitacyjnego rodzi jednak pewne pytania: praca [H1] została opublikowana w 2009 roku (a przyjęta do druku w 2008), na rok przed uzyskaniem doktoratu, oraz nosi taki sam tytuł jak rozprawa doktorska. Niestety nie udało mi sie uzyskać dostępu do pracy doktorskiej aby stwierdzić w jakiej relacji praca [H1] jest do rozprawy doktorskiej. Niemniej, obecność powyższego artykułu w osiągnięciu habilitacyjnym nie wpływa istotnie na jego ocenę naukową.

W konkluzji, Habilitant przedstawił osiągnięcie składające się z 9 artykułów, w których przedstawione zostały nowe wyniki dotyczące różnych własności grup krystalograficznych oraz rozmaitości płaskich. O ile szczegółowość i poprawność wyników nie budzą żadnych wątpliwości, lektura artykułów pozostawia jednak niedosyt. Wynika to z tego, że tematyka, którą zajmuje się Habilitant jest bardzo ograniczona. Grupy krystalograficzne można uznać za dobrze zrozumianą klasę grup i ich badanie nie stanowi istotnego kierunku badawczego we współczesnej teorii grup. Istotnie, we wszystkich omawianych wynikach kluczowym elementem rozumowań jest prosta struktura grup krystalograficznych, wyrażająca się dla grupy krystalograficznej G poprzez krótki ciąg dokładny

$$0 \to \mathbb{Z}^n \to G \to F \to 0,$$

dla pewnego n oraz pewnej grupy skończonej F, czyli jako rozszerzenie beztorsyjnej skończenie generowanej grupy abelowej przez grupę skończoną.

Ta struktura indukuje analogiczne rozkłady dla grup automorfizmów (Diagram 1 w autoreferacie) czy dla kohomologii, dając dostęp do wielu informacji na temat grup krystalograficznych. Gwarantuje ona w szczególności możliwość analizowania konkretnych przykładów, których własności można eksplorować poprzez obliczenia komputerowe, co jest często wykorzystywane w omawianych pracach. Z tego punktu widzenia jest to tematyka raczej zamknięta i nie budząca ekscytacji. Niewątpliwie szeroka wiedza i umiejętności Habilitanta mogłyby znaleźć istotnie ciekawsze zastosowania gdyby zostały skierowane do pracy nad ambitniejszymi problemami współczesnej teorii grup.

Wybór tematyki badawczej jest też z pewnością powodem niezbyt dużej, jak na ten etap kariery naukowej, ilości wizyt naukowych, czy wykładów na seminariach i konferencjach. Habilitant nie prowadził zewnętrznych projektów naukowych, natomiast jego wyniki były dwukrotnie nagradzane przez Rektora Uniwersytetu Gdańskiego. Ustawowe kryterium wykazania się istotną aktywnością naukową jest tutaj spełnione w minimalnym stopniu.

Drugim elementem budzącym istotne wątpliwości jest stacjonarność kariery Habilitanta, który cała swoją karierę naukową, począwszy od doktoratu do obecnego zatrudnienia związał z Uniwersytetem Gdańskim. Jest to zwłaszcza istotne z powodu z powodu uprawnień do prowadzenia doktoratów, związanych z uzyskaniem stopnia doktora habilitowanego. Wysoko można ocenić zaangażowanie dydaktyczne i administracyjne Habilitanta.

Podsumowując, pomimo powyższych mankamentów, **w mojej opinii habilitacja spełnia, w minimalnym stopniu, zwyczajowe oraz ustawowe wymogi stawiane w postępowaniach habilitacyjnych**.

Signed by /
Podpisano przez:

Piotr Wojciech
Nowak

Date / Data:
2025-08-20 11:55