Warszawa, 4 czerwca 2025

RECENZJA ROZPRAWY HABILITACYJNEJ RAFAŁA LUTOWSKIEGO

MACIEJ BORODZIK

Przedłożona rozprawa habilitacyjna spełnia ustawowe i zwyczajowe wymagań stawiane rozprawom habilitacyjnym. Wnoszę o dopuszczenie jej do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego.

Uzasadnienie

Przedstawienie dziedziny. Dla ustalonego $n > 0$, grupą krystalograficzną wymiaru n nazywamy dyskretną i kozwartą podgrupę $\mathrm{Iso}(\mathbb{R}^n)$. Jeśli Γ jest grupą krystalograficzną, $M_\Gamma = \mathbb{R}^n/\Gamma$ jest rozmaitością gładką wymiaru n. Ponadto M_Γ posiada metrykę indukowaną z $\mathbb{R}^n$: metryka ta ma znikającą krzywiznę sekcyjną. Grupa krystalograficzna nazywa się grupą Bieberbacha, jeśli jest beztorsyjna.

Mówiąc o grupach krystalograficznych nie sposób nie wspomnieć o twierdzeniach Bieberbacha klasyfikujących grupy krystalograficzne. Każda taka grupa Γ wpisuje się w krótki ciąg dokładny

$$0 \to T \to \Gamma \to G \to 0,$$

gdzie T jest beztorsyjna abelowa, zaś G jest skończona. Grupę G można rozpoznać jako grupę holonomii rozmaitości M_Γ. Twierdzenie Auslandera–Kuranishi'ego mów, że każda grupa posiadająca beztorsyjną maksymalną grupę abelową skończonego indeksu jest grupą krystalograficzną.

Jakkolwiek w każdym wymiarze n istnieje skończenie podgrup krystalograficznych, każda skończona grupa G jest grupą holonomii pewnej grupy krystalograficznej. Problem klasyfikacji grup krystalograficznych o ustalonej grupie holonomii jest zbliżony do problemu zbadania reprezentacji danej grupy skończonej w $\mathbb{Z}^n$, w wielu przypadkach jest on trudny.

Grupy krystalograficzne i rozmaitości M_Γ są obiektem zainteresowania matematyków z kilku powodów:

- klasyfikacja grup krystalograficznych wiąże się z klasyfikacją reprezentacji całkowitych grup skończonych;
- rozmaitości M_Γ mają topologiczne własności zależące od Γ, tłumaczenie algebraicznych własności Γ na topologiczne własności M_Γ jest interesujące same w sobie;
- można uprawiać analizę na rozmaitościach M_Γ, w szczególności studiować równania różniczkowe na M_Γ, jako że struktura metryczna jest dość prosta;
- pojawiały się związki grup Γ z badaniem grafów lokanie wyglądających jak krata.

Grupy krystalograficzne pojawiły się również w kontekście kontrprzykładu Gardama do hipotezy Kaplansky'ego o elementach odwracalnych w pierścieniu grupowym.

Omówienie prac kandydata. Na jednolity cykl prac składa się 9 artykułów, opublikowanych w recenzowanych czasopismach, z których część cieszy się uznaniem w środowisku, jak na przykład: Mat. Proc. Camp. Phil, J. Algebra.

W pracy [H1] autor bada automorfizmy zewnętrzne $\mathrm{Out}(\Gamma)$. Pokazuje, że istnieje Γ taka, że $\mathrm{Out}(\Gamma) = \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$. Pokazuje również, że dla dowolnego n istnieje Γ, takie, że $\mathrm{Out}(\Gamma) = \Sigma_n$, grupa symetrii zbioru n-elementowego. Praca ma charakter obliczeniowy.

W pracy [H2] autor opisuje algorytm, w jaki sposób obliczyć grupę $\mathrm{Out}(\Gamma)$, jeśli jest ona skończona. Praca ma charakter obliczeniowy i algorytmiczny. W rozdziale 4.4 autor pokazuje kroki jakie należy podjąć, aby obliczyć $\mathrm{Out}(\Gamma)$ (za pomocą komputera).

Konstrukcji grup Bieberbacha dopełnia praca [H6], w której autorzy konstruują, dla każdego wymiaru n, n-wymiarową grupę krystallograficzną Γ taką, że centrum Γ jest trywialne, oraz $\mathrm{Out}(\Gamma)$ jest trywialne, rozszerzając przykład Waldmüllera.

W pracy [H3] autorzy badają tzw. liczbę Reidemeistera rozmaitości Bieberbacha (albo stowarzyszonej z nim grupy). Główne twierdzenie mówi, że przy pewnych dość nietrywialnych założeniach na istnienie reprezentacji grupy G, dla każdego odwzorowania $f\colon M_\Gamma \to M_\Gamma$, liczba Reidemeistera jest nieskończona (warunek R_∞). Dowód używa nietrywialnych pojęć z algebry i teorii reprezentacji. Ostatecznie twierdzenie A mówi, że jeśli G jest rozwiązalna i ma nietrywialną normalną podgrupę abelową, to M_Γ ma własność R_∞.

W [H4] autor bada spin struktury na rozmaitościach Bieberbacha. Pokazuje, w jaki sposób je liczyć, oraz stosuje te algorytmy w wymiarze 5 i 6, pokazując, które rozmaitości M_Γ posiadają strukturę spin. Podobny charakter ma praca [H5]: autor bierze na warsztat własność "bycia rozproszoną" grupy Γ i bada te grupy Bieberbacha w wymiarze 5 i 6, które są rozproszone. Metodyka jest podobna: znajdujemy algorytm i implementujemy go na komputerze.

W pracy [H9] autor pokazuje, że minimalny wymiar nierozwiązalnej grupy Bieberbacha wynosi 15.

Mocne strony. Prace kandydata w zasadzie opierają się o zbliżony schemat. Własność grupy Bieberbacha jest przetłumaczona na język macierzowy, następnie są opisane warunki w języku nadającym się do implementacji, po czym następuje implementacja. Daje to niezaprzeczalny wkład w dziedzinę, autora wyniki są bardzo cenne i gdyby tylko ta dziedzina matematyki cieszyła się większym zainteresowaniem, autor liczyć by mógł na znacznie większy odzew liczony cytowaniami. Osoby wykonujące obliczenia i dodające kolejne przykłady, przy braku naprawdę dużych wyników w dziedzinie w ostatnich latach, dają istotny wkład w budowanie teorii, często niedoceniany.

Autor wykazuje się bardzo dobrą znajomością teorii reprezentacji, teorii grup skończonych i algebry liniowej.

Słabe strony. Istotnym mankamentem prac jest brak teorii. Właściwie większość wyników dotyczy obliczeń bądź opisu algorytmów. Owszem, te też są ważne, ale w całym cyklu prac, poza w pewnym stopniu [H3], brakuje twierdzeń strukturalnych, uzyskanych w inny sposób niż poprzez przykłady. Zdecydowanie lepiej prezentują sie w tym prace z cyklu [O], gdzie takie twierdzenia się pojawiają o wiele częściej.

Sugestie dla autora. Dziedzina grup krystalograficznych, przynajmniej w wersji uprawianej przez habilitanta, a więc w pewnym oderwaniu od grup Coxetera, geometrii hiperbolicznej i struktur egzotycznych na rozmaitościach, nie jest specjalnie intensywnie rozwijana. Prac jest mało, są one rzadko cytowane, brakuje bardzo silnych wyników, które przyciągnęłyby badaczy.

Z drugiej strony, niejako „za miedzą" są dziedziny, którymi autor mógłby się zajmować, patrząc na jego kompetencje wykazane w pracach. Myślę tu z jednej strony o bardzo dynamicznie rozwijającej się geometrii hiperbolicznej. Z drugiej zaś, zwracam uwagę na liczne prace dotyczące bimodułów Soergla, które dla autora tak dobrze znającego algebrę powinny być bardzo łatwo dostępne. Możliwość wykorzystania obliczeń symbolicznych jest bardzo duża, szanse na osiągnięcie wysoko cytowalnego wyniku również znaczne.

Ciekawą obserwacją jest popatrzenie na cytowania prac, cytujących prace habilitanta. Otóż w tym parametrze wybijają się dwie prace, mianowicie praca [O4] (najwyżej cytowana praca w dorobku habilitanta), którą cytuje kilka prac mających ponad 10 cytowań każda. Ale także [H3], która jest cytowana dwukrotnie, ale przez prace mające ponad 20 cytowań każda. Prace [H3] i [O4] łączy wspólna cecha: odstają nieco od głównego nurtu badań habilitanta. Praca [H3] dotyczy własności R_∞, [O4] wiąże się z równaniami Yanga–Baxtera. Jakkolwiek nie jest absolutnie intencją recenzenta budowanie oceny habilitacji na tym nietypowym parametrze, wskazuje on jednak, że nawet niewielka korekta zainteresowań habilitanta, bądź ich poszerzenie, może w przyszłości doprowadzić do znacznej poprawy dorobku naukowego.

Wątpliwości. Pewną wątpliwość budzi spełnienie przez habilitanta warunku z art 219 ust 1 pkt 3. Brzmi on: „wykazuje się istotną aktywnością naukową albo artystyczną realizowaną w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej lub instytucji kultury, w szczególności zagranicznej."

Załączone CV wskazuje że autor łącznie spędził na wyjazdach badawczych poza Uniwersytetem Gdańskim około jednego miesiąca na przestrzeni 15 lat od uzyskania stopnia doktora, co nieco kłóci się z powszechnym rozumieniem słowa 'istotną' w zacytowanym punkcie ustawy.

Przy pewnej interpretacji, daje się to obronić, gdyż autor w czasie tych wyjazdów pracował nad kilkoma pracami, co miało wpływ na powiększenie jego dorobku naukowego. Przyjmuję tę interpretację, korzystną dla habilitanta, niemniej sądzę że ta sprawa powinna jeszcze zostać przedyskutowana w komisji habilitacyjnej.

Konkluzja. Prace autora stanowią nowy i istotny wkład w dziedzinę grup krystalograficznych. Większość prac to prace samodzielne lub współautorskie z istotną częścią przygotowaną przez habilitanta. Wobec powyższego stawiam tezę, że przedstawiony cykl prac stanowi znaczny wkład w rozwój określonej dyscypliny [1].

Uważam, że przedstawiona rozprawa habilitacyjna spełnia ustawowe i zwyczajowe wymagania stawiane rozprawom habilitacyjnym.

Institute of Mathematics, University of Warsaw, ul. Banacha 2, 02-097 Warsaw, Poland
Email address: mcboro@mimuw.edu.pl

[1]por. Dz. U. 478 z 2001, z późn. zm., art 219 ust 1 pkt 2