

Prof. dr hab. Andrzej Grudka
Wydział Fizyki i Astronomii
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza
w Poznaniu

Poznań, 8 listopada 2025

Recenzja pracy doktorskiej mgr. Sumita Routa pt. “On Advantages of Non-Classical Resources in Information Theoretical Tasks: Communication and Correlations”

Praca doktorska mgr. Sumita Routa została napisana pod kierunkiem prof. dr. hab. Pawła Horodeckiego. Liczy ona 167 stron i składa się na nią sześć rozdziałów, dwa dodatki i bibliografia. Praca została oparta na dwóch pracach opublikowanych w Physical Review Research oraz New Journal of Physics i jednym pre-princie opublikowanym na stronie arXiv.org. Część wyników w pracy nie została opublikowana. Warto dodać, że Doktorant opublikował jeszcze dwie prace w czasie studiów doktoranckich i jedną pracę przed tymi studiami.

Pierwszy rozdział jest krótkim wstępem do tematyki pracy, czyli zastosowania mechaniki kwantowej do rozwiązywania problemów matematycznych przez rozproszonych użytkowników, którzy mogą się ze sobą komunikować klasycznie lub kwantowo i używać zasobów takich jak współdzielona losowość czy splątanie.

Drugi rozdział przedstawia podstawowe zagadnienia, które są potrzebne do zrozumienia oryginalnych wyników Autora. Są to elementy mechaniki kwantowej, ogólne teorie probabilistyczne, niesygnalizujące korelacje i nierówności Bella, elementy teorii grafów oraz zadania komunikacyjne. Moim zdaniem wybór przedstawionych pojęć jest bardzo dobry i ułatwia zrozumienie dalszych rozdziałów pracy doktorskiej. Dla mnie bardzo przydatny okazał się podrozdział “Graphs and Orthogonal Representations”. Mam jedną drobną uwagę do tego rozdziału. Na stronie 22 Autor pisze “The outcomes a or b , respectively, should not depend on the choice of measurement y and x ”, a potem definiuje niesygnalizujące korelacje (Definition 2.10). Moim zdaniem lepiej byłoby najpierw zdefiniować te korelacje.

Trzeci rozdział jest poświęcony rozproszonym obliczeniom. Mgr Rout rozważa problem z teorii grafów. Jest to problem etykowania klik. Doktorant najpierw skupia się na

rozwiązaniu tego problemu przez dwie osoby - Alicję i Boba - przy założeniu, że osoby te nigdy nie popełnią błędu podając ostateczny wynik. Użytkownicy mogą się komunikować klasycznie lub kwantowo. Pierwszym ważnym wynikiem otrzymanym przez Autora jest pokazanie, że komunikacja kwantowa nie daje przewagi nad komunikacją klasyczną. Następnie Doktorant rozważa nowy problem, który nazywa się rekonstrukcją relacji. Dla tego problemu otrzymuje bardzo interesujący wynik. Pokazuje On, że dla pewnej klasy grafów istnieje nieograniczona separacja pomiędzy klasyczną i kwantową komunikacją, kiedy osoby nie dzielą żadnych zasobów i kiedy Alicja nie ma prywatnej losowości. W dalszej części rozdziału Autor rozważa scenariusze, w których Alicja i Bob współdzielą losowość albo splątanie. Pokazuje On, jaka jest konieczna ilość współdzielonej losowości do rozwiązania problemu rekonstrukcji relacji przy określonej ilości komunikacji klasycznej lub kwantowej. Wreszcie Doktorant udowadnia bardzo ciekawe twierdzenie, które pokazuje nieograniczoną separację między scenariuszem, w którym użytkownicy współdzielą splątanie a scenariuszem, w którym współdzielą losowość. Rozdział kończy się omówieniem zastosowań otrzymanych wyników do detekcji baz komplementarnych, świadków wymiaru i pół-niezależnej od urządzeń detekcji nieklasycznych zasobów. Cały rozdział oceniam bardzo pozytywnie, ponieważ analizuje on ciekawe zadania komunikacyjne z punktu widzenia użytych zasobów. Moim zdaniem przydałaby się w nim tabela porównująca scenariusze różniące się zasobami użytymi dla rozwiązania problemu rekonstrukcji. Ponadto chętnie bym się dowiedział, czy istnieją jakieś możliwości uogólnienia tego problemu, np. na scenariusz, w którym większa liczba użytkowników go rozwiązuje.

Czwarty rozdział jest poświęcony detekcji nie-rzutowo symulowalnych pomiarów. Są to pomiary, których wyników nie można otrzymać przez dodatkowe przetwarzanie wyników pomiarów rzutowych. Autor definiuje zadanie polegające na uzyskaniu odpowiednich rozkładów prawdopodobieństwa dla wyników pomiarów wykonywanych przez wiele rozdzielonych osób na współdzielonym układzie klasycznym, kwantowym lub post-kwantowym. Pierwszym rezultatem otrzymanym przez Doktoranta jest pokazanie, że korelacje otrzymane przez pomiar na układzie klasycznym o odpowiednim lokalnym wymiarze mogą zostać osiągnięte przez rzutowo-symulowalny pomiar na układzie kwantowym o tym samym lokalnym wymiarze. Twierdzenie to zachodzi również w drugą stronę - korelacje otrzymane przez pomiar rzutowo-symulowalny na układzie kwantowym mogą zostać osiągnięte przez pomiar na układzie klasycznym. Moim zdaniem twierdzenie to wydaje się oczywiste. Kilka kolejnych rezultatów jest poświęcone opracowaniu

schematów detekcji nie-rzutowo symulowalnych pomiarów w układzie dwóch lub trzech osób. Autor opracował następujące schematy:

- w układzie składającym się z dwóch qubitów są rejestrowane pomiary o trzech wynikach
- w układzie składającym się z dwóch qubitów są rejestrowane pomiary o czterech wynikach
- w układzie składającym się z dwóch qutritów są rejestrowane pomiary o pięciu wynikach (dwa schematy)
- w układzie składającym się z trzech qutritów są rejestrowane pomiary o pięciu wynikach

Doktorant pokazuje również, że niektóre z tych schematów są odporne na szum. W tym miejscu mam dwa pytania. Dlaczego odporności na szum nie udało się pokazać dla wszystkich schematów? Czy pozostałe schematy są nieodporne na szum, czy po prostu brak na to dowodu? Na koniec rozdziału Autor rozszerza pojęcie nie-rzutowo symulowalnych pomiarów do ogólnych teorii probabilistycznych i pokazuje, że pewne modele w tych teoriach są niefizyczne. Najbardziej podobały mi się w tym rozdziale schematy detekcji nie-rzutowo symulowalnych pomiarów. Opracowanie tych schematów bez wątplenia jest cennym i oryginalnym wynikiem. Również za ważne uważam pokazanie, że niektóre z nich są odporne na szum, który w realnych eksperymentach fizycznych zawsze się pojawia. Ponieważ schematy dotyczą układów o małym wymiarze i pomiarów o małej liczbie wyników mogą one być zrealizowane doświadczalnie.

Piąty rozdział jest poświęcony asystowanej korelacjami klasycznej komunikacji. Autor pokazuje, że tzw. lokalne ograniczenie na pewną funkcję wypłat w zadaniu komunikacyjnym prowadzi do odpowiedniej nierówności Bella. Co więcej maksymalna wartość funkcji wypłat w tym zadaniu asystowanym korelacjami kwantowymi jest równa maksymalnemu łamaniu tej nierówności Bella przez wyniki pomiarów wykonywanych na stanie kwantowym. Jest to piękne połączenie zadania komunikacyjnego z podstawami mechaniki kwantowej. Następnie Doktorant przedstawia kilka zadań komunikacyjnych i znajduje górne ograniczenia na funkcję wypłat przy założeniu, że komunikujące się osoby mogą używać współdzielonej losowości. Ciekawym wynikiem jest pokazanie, że jeśli te osoby używają nielokalnych korelacji, to mogą otrzymać większą wartość funkcji wypłat niż wspomniane ograniczenie. Innym ważnym wynikiem jest znalezienie zadania, dla którego korelacje typu Hardy'ego dają przewagę nad współdzieloną losowością. Na koniec Autor znajduje górne ograniczenia na funkcję wypłat dla zadań przedstawionych w podrozdziałach 5.2.1 i 5.2.2 przy użyciu korelacji realizowalnych kwantowo. Jedną rzeczą

której mi brakuje, jest przedstawienie jawnych przykładów stanów i pomiarów kwantowych, które dla tych zadań dają większą wartość niż współdzielona losowość.

Ostatni rozdział to zgrabne podsumowanie otrzymanych wyników.

Rozprawa doktorska ma przejrzystą strukturę, którą omówiłem wcześniej. Dodam, że każdy z rozdziałów, które prezentują oryginalne wyniki Doktoranta zawiera na początku omówienie aktualnego stanu wiedzy oraz streszczenie wyników przedstawionych w tym rozdziale. Bardzo to ułatwia czytanie rozprawy, a ponadto świadczy o bardzo dużej wiedzy Autora. Warto podkreślić, że liczba cytowanych pozycji bibliograficznych wynosi aż 295. Dowody twierdzeń są matematycznie ścisłe i wymagały dużego nakładu pracy. Świadczą one również o biegłości Doktoranta w posługiwaniu się zaawansowanymi metodami matematycznymi.

Podsumowując stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa spełnia wszystkie wymagania ustawowe stawiane rozprawom doktorskim (Ustawa Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce, DZ. U. z 2018 r. poz 1668 z późn. zm.) i wnoszę o dopuszczenie jej Autora do dalszej części postępowania.