

Streszczenie

Niniejsza rozprawa doktorska dotyczy zbiorów dominujących z certyfikatami w grafach, zdefiniowanych przez Jerzego Toppa i in. [26], w których każdy należący do nich wierzchołek ma zero lub co najmniej dwóch sąsiadów poza tym zbiorem. Warunek ten zapobiega sytuacji, w której zbiory te stają się “pozbawione certyfikatów”, co w przeciwnym razie mogłoby uczynić je bardziej podatnymi na zagrożenia. W badaniach zastosowano złożoną metodologię, łączącą rygorystyczną analizę teoretyczną, projektowanie algorytmów i praktyczne zastosowania. Większość pracy poświęcono podstawowym własnościom liczby dominowania z certyfikatami, $\gamma_{cer}(G)$, oraz jej związkowi z klasyczną liczbą dominowania, $\gamma(G)$, w szczególności w przypadku grafów \mathcal{DD}_2 , które można podzielić na zbiór dominujący i zbiór 2-dominujący. Praca dostarcza strukturalnych charakterystyk ważnych klas grafów, takich jak grafy krytyczne ze względu na wierzchołkowy zbiór dominujący z certyfikatami (grafy γ_{cer} -krytyczne), w których usunięcie dowolnego wierzchołka zmniejsza liczbę dominowania z certyfikatami, oraz minimalne grafy \mathcal{DD}_2 . Pojęcie to, pierwotnie zaproponowane przez Jerzego Toppa [84], zostało następnie rozszerzone na inne strukturalne warianty [56, 57]. Kluczowym wynikiem jest nowe twierdzenie mówiące, że $\gamma(G) = \gamma_{cer}(G)$ wtedy i tylko wtedy, gdy graf posiada najmniejszy zbiór dominujący D taki, że $V_G - D$ tworzy zbiór 2-dominujący. Rozprawa dowodzi ponadto, że rozstrzygnięcie, czy zachodzi nierówność $\gamma(G) \neq \gamma_{cer}(G)$ jest problemem NP-trudnym, nawet dla grafów posiadających tylko jeden słaby wierzchołek wspierający. Aby rozwiązać ten problem, opracowano nowy algorytm działający w czasie liniowym do znajdowania najmniejszego zbioru dominującego z certyfikatami w drzewach, wraz ze skorygowanym i zweryfikowanym sformułowaniem problemu w postaci programowania liniowego całkowitoliczbowego (ILP) dla grafów ogólnych. Zaproponowano również i systematycznie oceniono dwa nowe algorytmy heurystyczne: “ClassicToCert” oraz “ApproxCert”. Wyniki eksperymentalne pokazują, że podejście konstruktywne daje lepsze rozwiązania w porównaniu do podejść modyfikujących istniejący zbiór dominujący. Te teoretyczne i algorytmiczne wkłady są motywowane praktycznymi zastosowaniami, takimi jak poprawa wydajności przeciwpożarowych sieci wodociągowych oraz analiza struktury sieci społecznych. Rozprawę kończy przedstawienie nowego zestawu narzędzi do analizy dominowania w grafach oraz sugestie dotyczące kilku obiecujących kierunków przyszłych badań, w tym badania zbiorów k -dominujących z certyfikatami i rozwoju algorytmów sparametryzowanych.