

Łódź, dn. 13 listopada 2015 r.

Prof. dr hab. Marek Balcerzak
Instytut Matematyki Politechniki Łódzkiej

Recenzja w postępowaniu habilitacyjnym dr Rafała Filipówa

1. Omówienie wyróżnionego cyklu publikacji. Wyróżniony cykl publikacji składa się z sześciu artykułów naukowych [H1]–[H6] (numeracja zgodna z autoreferatem Habilitanta) opublikowanych w renomowanych czasopismach z tzw. bazy JCR. Cztery artykuły [H1]–[H4] są współautorskie, a w przypadku pozostałych dwóch dr Filipów jest jedynym autorem. Omawiany cykl dotyczy ambitnego nurtu badań rozwijanych intensywnie w ostatnim czasie. Ideały i filtry podzbiorów zbioru \mathbb{N} liczb naturalnych są ciekawymi i ważnymi obiektami w kombinatoryce i teorii mnogości, które znajdują istotne zastosowania do uogólnionej zbieżności ciągów, a także mają związek z pewnymi zagadnieniami topologii i algebr Boole’a.

Obszerny artykuł [H1] był niejako punktem startowym następnych badań w ośrodku gdańskim różnych aspektów zbieżności ideałowej, przy czym wprowadzona tu własność Bolzano-Weierstrassa ideałów na \mathbb{N} okazała się bardzo interesująca. Znalaziono m.in. charakteryzację ideałów z własnością BW oraz związki z ilorazową algebrą Boole’a $\mathcal{P}(\mathbb{N})/J$. Według załączonych deklaracji wkład dr Filipówa w tę pracę jest znaczący – do niego należą m.in. rezultaty dotyczące “splitting number” algebry Boole’a $\mathcal{P}(\mathbb{N})/J$ i związek tej liczby z własnością BW ideału J .

W artykule [H2] autorzy rozwiązali trzy problemy postawione przez Drewnowskiego i Łuczaka w 2008 r. dotyczące pewnych własności (A), (B) i (C) podmiar na \mathbb{N} . Warto wspomnieć, że podmiary półciągłe z dołu mają istotny związek z ideałami na \mathbb{N} – w myśl twierdzenia Soleckiego charakteryzują one P-ideały analityczne w odpowiedni sposób. Praca [H3] zawiera ciekawe pomysły i konstrukcje, a jej część omawiająca własność (C), gdzie znaczący wkład wniósł Habilitant, daje odpowiedź na jedno z pytań Drewnowskiego i Łuczaka przy założeniu Hipotezy Continuum (stosuje się tu istnienie ultrafiltru selektywnego). Artykuł ten pokazuje siłę narzędzi teoriomnogościowych do badania stosunkowo prostych (jak by się zdawało) obiektów, którymi są podmiary na \mathbb{N} .

Publikacja [H3] podobnie jak poprzednia została napisana wspólnie z Piotrem Szucą. Autorzy nawiązali do klasycznego twierdzenia Riemanna o szeregach rzeczywistych warun-

kowo zbieżnych, a właściwie do jego wzmocnionej wersji wykazanej przez W. Wilczyńskiego, według której teza twierdzenia Riemanna pozostaje prawdziwa, gdy rozważać permutacje \mathbb{N} różne od identyczności na zbiorach należących do ideału \mathcal{J}_d zbiorów o gęstości zero – każdemu ideałowi, który podobnie się zachowuje, przypisuje się własność (R). Autorzy uzyskali bardzo ładną charakteryzację ideałów o własności (R), co odpowiada na pytanie W. Wilczyńskiego. Podali liczne przykłady ideałów z własnością (R) i ciekawy przykład ideału bez własności (R). Na koniec okazuje się, że własność (R) daje się zastosować do zmodyfikowanych wersji twierdzeń Sierpińskiego o przedstawianiu wyrazów szeregu warunkowo zbieżnego. Wkład Rafała Filipówa w te wyniki jest istotny. Podoba mi się np. Proposition 3.7, które charakteryzuje ideały gęstościowe w sensie Faraha o własności (R) przez nieposiadanie własności BW.

Kolejna praca [H4] opisuje systemy Baire'a funkcji rzeczywistych określonych na przestrzeni doskonale normalnej X generowane przez funkcje ciągle i kolejne przechodzenie ciągów z wcześniejszych klas do granicy w sensie trzech rodzajów zbieżności: \mathcal{J} -punktowej, \mathcal{J} -dyskretnej oraz \mathcal{J} -równej, gdzie \mathcal{J} jest ideałem na \mathbb{N} . W przypadku zbieżności \mathcal{J} -punktowej uzyskano charakteryzację ideałów borelowskich na \mathbb{N} , dla których odpowiednie klasy \mathcal{J} -Baire'a pokrywają się ze zwykłymi klasami Baire'a. Jest to znaczące rozszerzenie wyników Laczkovicha i Reclawa oraz Debsa i Saint Raymonda. Dla odpowiedniej klasy ideałów uzyskano równość klas \mathcal{J} -Baire'a i zwykłych klas Baire'a w przypadku zbieżności dyskretnej i równej z wykorzystaniem twierdzeń Császára-Laczkovicha, przy czym dla zbieżności równej podobna równość zachodzi w przypadku klas Baire'a rzędu $\alpha < \omega$, zaś dla większych parametrów nie zostało to rozstrzygnięte. W artykule zwraca uwagę różnorodność zaawansowanych metod włącznie z nieskończonymi gramami Laflamme'a, oraz pokonanie dodatkowych przeszkód technicznych, co zaowocowało eleganckimi rezultatami. Nie mam wątpliwości co do istotnego udziału Habilitanta w powstaniu tej pracy (rozdziały 2 oraz 5–7).

Samodzielne publikacje [H5] i [H6] cyklu nie odbiegają poziomem od poprzednio omawianych i mieszczą się w podobnym kręgu tematycznym. Tematyka pracy [H5] zrodziła się z powiązania własności BW z przestrzeniami Hindmana. Pojęcie przestrzeni Hindmana wprowadzone przez Kojmana zostało zainspirowane przez twierdzenie kombinatoryczne Hindmana (z 1974 r.) o skończonych sumach liczb podzbiorku nieskończonego zbioru liczb naturalnych. Dzięki temu twierdzeniu badano potem filtr IP-zbiorów (i odpowiedni ideał \mathcal{H}) oraz tzw. IP-zbieżność ciągów w przestrzeniach topologicznych. Habilitant wykazał, że ideał Hindmana \mathcal{H} ma własność BW. Udowodnił też, że jednopunktowe uzwarcenie przestrzeni Mrówki jest przykładem przestrzeni topologicznej o własności BW względem ideału Hindmana, która nie jest przestrzenią Hindmana. W drugiej części pracy zaproponowano nowe ciekawe pojęcie ideału \mathcal{D} mniejszego niż \mathcal{H} zdefiniowanego poprzez użycie różnic zamiast skończonych sum liczb naturalnych. Autor opisał klasy przestrzeni topologicznych, które wraz z ideałem \mathcal{D} mają własność BW. W przypadku prac [H5] i [H6] należy odnotować skuteczną umiejętność Habilitanta posługiwania się różnymi metodami w zakresie kombinatoryki nieskończonej.

Celem artykułu [H6] było wyznaczenie współczynników s i t ilorazowych algebr Boole'a $\mathcal{P}(\mathbb{N})/\mathcal{J}$ dla pewnych klas ideałów na \mathbb{N} . Najważniejsze rezultaty polegają na pokazaniu, że

przy założeniu Aksjomatu Martina te liczby są równe c dla ideałów typu F_σ oraz dla P-ideałów analitycznych, przy czym w przypadku liczby s dla P-ideałów analitycznych potrzebne jest założenie o tym, że ideał ma własność BW. Jest to kolejny nietrywialny przykład w literaturze matematycznej bezpośredniego zastosowania Aksjomatu Martina w zagadnieniach kombinatorycznych. W drugiej części pracy przedstawiono interesujące zastosowania do zbieżności ideałowej ciągów funkcyjnych.

Podsumowując, uważam że wyodrębnione osiągnięcie naukowe Habilitanta spełnia wymagania ustawowe, tzn. stanowi znaczny wkład w rozwój matematyki. Uzyskano interesujące wyniki często dające pełny i całościowy opis rozważanych własności. Część rezultatów stanowi rozwiązanie trudnych problemów postawionych przez innych autorów. Pomysły i metody zawarte w omówionych publikacjach i otrzymane twierdzenia nawiązują do badań prowadzonych przez znanych specjalistów (Laczkovich, Debs, Saint Raymond, Laflamme, Kojman, Todorčević, Drewnowski, Łuczak, Wilczyński) i są one rozwojowe, o czym świadczą najnowsze zastosowania opisane w Autoreferacie oraz kolejne publikacje, które powstały w ośrodku gdańskim z udziałem młodej kadry naukowej.

2. Ocena pozostałego dorobku naukowego i aktywności naukowej Habilitanta. Pozostały dorobek dr R. Filipówa składa się z 12 artykułów naukowych opublikowanych w czasopismach z bazy JCR oraz z 3 artykułów naukowych wydrukowanych w innych periodykach i jednego rozdziału monografii wydanej w Uniwersytecie Łódzkim (jest to praca przeglądowa). Wszystkie te publikacje oprócz dwóch z roku 2003 (weszły one w skład rozprawy doktorskiej) są współautorskie.

Cały dorobek naukowy włącznie z wyodrębnionym cyklem prac świadczy o harmonijnym rozwoju Habilitanta i osiągnięciu przez niego dojrzałości naukowej. Już w rozprawie doktorskiej (prace [D1], [D2], [D3]) atakował on trudne problemy dotyczące własności różnicy pewnych klas funkcji metodami teorii mnogości (kontynuował to także w pracy [D4]). W Autoreferacie dr Filipów zaliczył też ciekawy współautorski artykuł [D5] do swoich osiągnięć przed doktoratem, choć został on wydrukowany w 2013 r. Zapewne Habilitant włączył do tej pracy wcześniejsze nieopublikowane wyniki.

Większość publikacji po doktoracie jest twórczym i wielostronnym rozwinięciem metod zapoczątkowanych w kluczowym artykule [H1]. Ta wielostronność pokazuje, że prowadzone badania nie są ani wąskie w sensie tematycznym ani też przyczynkowe. Dotykają one m.in. ważnych aspektów klasycznych twierdzeń Ascoliego-Arzeli, Mazurkiewicza i Helly'ego o zbieżności ciągów funkcyjnych [P5] oraz twierdzeń kombinatorycznych Ramsey'a i Schura (prace [P1], [P2]). Na uwagę zasługują też trzy artykuły (z lat 2014–15; oznaczone jako [P9], [P10], [P11] w Autoreferacie) wspólne z młodymi naukowcami z Uniwersytetu Gdańskiego, Jackiem Trybą i Marcinem Staniszewskim, które nawiązują do prac [H4] i [H5] z wyróżnionego cyklu publikacji. W podsumowaniu chciałbym odnotować, że wszystkie publikacje R. Filipówa reprezentują równy poziom i są starannie zredagowane.

Wysoko oceniam ogólną aktywność naukową i popularyzatorską Habilitanta. Do najważ-

niejszych jej przejawów należy udział w grantach KBN, staże naukowe w Izraelu i w Toronto, referaty na wielu konferencjach międzynarodowych (w tym na Sympozjum Topologicznym w Pradze, konferencji w Paryżu, sympozach z analizy rzeczywistej w Opawie i Pradze), współorganizacja dwóch konferencji w Gdańsku, nagroda im. Marka Kuczmy i uczelniana Nagroda Naukowa I stopnia. Warto odnotować 9 recenzji dla prestiżowych czasopism naukowych, promotorstwo prac dyplomowych i współpracę z doktorantami, referaty naukowe na uczelniach krajowych i w Izraelu oraz odczyty popularnonaukowe. Wskaźnik cytowań w ambitnej i nie zawsze docenianej tematyce wypada dobrze na obecnym etapie. W Autoreferacie pokazano możliwości dalszych badań – część z nich przejęli już naukowcy z innych ośrodków.

3. Komentarz dotyczący prac wspólnych. Dorobek dr Filipówa pokazuje, że systematyczna współpraca w zespołach naukowych przynosi odpowiednie efekty w postaci mocnych twierdzeń i wysoko punktowanych publikacji. Bardzo dobrze wypadła współpraca z autorami z Uniwersytetu Gdańskiego, w czym duża zasługa przedwcześnie zmarłego prof. Reclawa. Warto odnotować prace wspólne z autorem z USA oraz cenne oddziaływanie publikacji M. Kojmana i stażu Habilitanta w Izraelu na nowe pomysły naukowe. W roku 2012 byłem recenzentem w postępowaniu habilitacyjnym Piotra Szucy, który jest współautorem prac [H1]–[H4]. Artykuły [H1],[H2] i [H4] występują w wyróżnionych cyklach prac R. Filipówa i P. Szucy, ale obaj Habilitanci mieli w tych publikacjach swój wyraźnie wyodrębniony znaczący wkład. Z całą pewnością ta współpraca dała korzyść merytoryczną w dorobku obu kandydatów i nie widzę powodu, aby umniejszać moją wysoką ocenę. Pełna samodzielność naukowa dr Filipówa została dodatkowo udokumentowana w pracach monoautorskich [H5],[H6], a publikacje [P9]–[P11] z młodymi współautorami tylko podtrzymują tę opinię.

Konkluzja. Moja ocena wyróżnionego osiągnięcia naukowego dr R. Filipówa podobnie jak pozostałego dorobku i aktywności naukowej jest jednoznacznie pozytywna. Uważam, że recenzowany wniosek dobrze wypełnia wymagania ustawowe w postępowaniu habilitacyjnym.

M. Balcerzak