dr hab. Tomasz Weiss, prof. UKSW
Instytut Matematyki
Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego
w Warszawie

Warszawa, dn. 12.07.2016r.

Recenzja rozprawy doktorskiej magistra Marcina Staniszewskiego

Rozprawa doktorska magistra Marcina Staniszewskiego pt. "E-zbieżność ideałowa ciągów funkcyjnych", składająca się ze wstępu, trzech rozdziałów oraz bibliografii, poświęcona jest kombinatorycznym własnościom ideałów na ω i tzw. zbieżności ideałowej ciągu funkcji rzeczywistych. Tematyka ta zapoczątkowana przez H. Cartana pojawiła się w pracach Steinhausa i Schoenberga, a współcześnie rozwijana była przez znanych matematyków, m.in. Bukovskiego, Csaszara, Debsa, Laczkovicha, Recława, Saint-Raymonda i Soleckiego.

W rozdziale pierwszym pracy doktorskiej M. Staniszewskiego, autor przypomina standardowe definicje i fakty związane z pojęciem ideału na ω, a wśród nich porządek Katětova na ideałach, produkt ideałów oraz dziedziczną własność Baire'a. Rozważa również bardzo interesującą (pochodzącą od Farkasa i Soukupa) ideałową wersję znanej w teorii mnogości liczby $\mathfrak{b}$

$$\mathfrak{b}(I) = \{|\mathcal{F}| \colon \mathcal{F} \subseteq \omega^\omega \wedge \forall_{g \in \omega^\omega} \exists_{f \in \mathcal{F}} \{n \in \omega \colon f(n) \geqslant g(n)\}\} \in I^+,$$

gdzie $I^+ = \{A \subseteq \omega \colon A \notin I\}$.
Autor tej recenzji uważa, że warto byłoby zastanowić się nad możliwymi wersjami ideałowymi innych niezmienników kontinuum.
Twierdzenie 1.5 z pracy doktorskiej M. Staniszewskiego wiąże ideał I o dziedzicznej własności Baire'a z liczbą $\mathfrak{b}(I)$. Następnie autor definiuje ideały o własności $\kappa - P(I, J)$ oraz warunki $W(I, J, K), B(I, J, K, \kappa)$ i bada zależność między nimi i współczynnikiem $\mathfrak{b}$ dla ideałów,(publikcja [24] autora).
Przykładowo, powiemy, że ideał K jest $\kappa - P(I, J)$ ideałem, jeśli dla dowolnej rodziny $\{E_\alpha \colon \alpha < \kappa\} \subseteq K$ istnieje $A \in J$ takie, że $\forall_{\alpha<\kappa} E_\alpha \setminus A \in I$. Ideał K, który jest $\kappa - P(Fin, K)$ ideałem nazywamy $\kappa - P-$ ideałem.
W powyższej definicji I, J, K, Fin są ideałami na ω, κ - oznacza liczbę kardynalną.

Rozdział drugi (oparty na publikacji autora oznaczonej w bibliografii przez [23]), najważniejszy w całej rozprawie doktorskiej, zawiera porównanie e-zbieżności ideałowej z innymi typami zbieżności ideałowej.