

**RECENZJA**  
*W POSTĘPOWANIU HABILITACYJNYM*  
*DR BŁAŻEJA JAKUBA SZEPIETOWSKIEGO*

Olsztyn, 24.08.2016

Prof. dr hab. Aleksy Tralle

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski

1. OMÓWIENIE OSIĄGNIĘĆ NAUKOWYCH ZGODNIE Z ART. 16 UST.2  
USTAWY O STOPNIACH NAUKOWYCH

Dr Błażej Szepietowski przedstawił do oceny jednotematyczny cykl prac dotyczących opisu grupy klas odwzorowań powierzchni nieorientowalnej (“mapping class group”). Wszystkie prace są opublikowane w renomowanych czasopismach międzynarodowych.

Tematyka badawcza, której poświęcił się kandydat, jest bardzo ważna dla rozwoju kilku obszarów matematyki współczesnej: niskowymiarowej topologii różnaitości, geometrii algebraicznej, geometrycznej teorii grup, analizy zespolonej i topologii symplektycznej. Na przykład, w najbliższym recenzentowi “symplektycznym” obszarze, grupa klas odwzorowań służy do kombinatorycznego opisu rozwłóknień Lefschetza poprzez reprezentację monodromii. W dobrze napisanym autoreferacie dr Szepietowski przedstawia wszystkie inne najważniejsze zastosowania (konstrukcja przestrzeni moduli powierzchni Riemanna, kompleks krzywych zdefiniowany przez Harveya).

Kierunek badań kandydata można (w skrócie) opisać następująco. Niech  $F$  będzie powierzchnią, a  $\mathcal{M}(F)$  oznacza grupę klas izotopii homeomorfizmów  $F$  (równych identyczności na brzegu, jeśli jest niepusty). Jeśli powierzchnia jest orientowalna, podgrupa  $\mathcal{M} \subset \mathcal{M}(F)$  klas izotopii homeomorfizmów zachowujących orientację, ma jawną prezentację za pomocą generatorów i relacji autorstwa prof. Bronisława Wajnryba (“prostą” jak pisze habilitant, albo “skomplikowaną”, jak piszą specjaliści od topologii symplektycznej). Ważnym problemem badawczym jest znalezienie sposobu na prezentację grupy  $\mathcal{M}(F)$  w przypadku nieorientowalnym. Mimo łatwego sformułowania, problem w rzeczywistości jest trudny i nie daje się rozwiązać za pomocą modyfikacji znanych metod. Każda powierzchnia nieorientowalna  $N$  dopuszcza podwójne

nakrycie powierzchnią orientowalną  $S$ , jednakże  $\mathcal{M}(F)$  jest podgrupą nieskończonego indeksu w  $\mathcal{M}(S)$  (są to elementy  $\mathcal{M}(S)$  przemienne z inwolucją nakrywającą).

Oto są najważniejsze rezultaty dr Szepietowskiego, które należy uznać za osiągnięcie naukowe w myśl Ustawy.

- (1) Wyznaczenie skończonej prezentacji dla grup  $\mathcal{M}(N_{g,n})$ , tzn. grup odwzorowań powierzchni nieorientowalnej rodzaju  $g$  z  $n$  składowymi brzegowymi, dla przypadków  $(g, n) = (4, 0)$  oraz  $g + n > 3$  (biorąc pod uwagę rezultaty innych autorów, można uznać, że opis jest zasadniczo kompletny).
- (2) Opis wszystkich nietrywialnych homomorfizmów

$$\mathcal{M}(N_g) \rightarrow GL(m, \mathbb{C})$$

dla  $g \geq 5$  i  $m \leq g - 1$ .

- (3) Opis podgrupy grupy klas odwzorowań, której elementy indukują identyczność na  $H_1(N_g, \mathbb{Z})$ .

Oceniam te wyniki bardzo wysoko.

Przejrzałem dowody odpowiednich twierdzeń. Są one pomysłowe. Omówię, dla przykładu, schemat dowodu twierdzenia o skończonej prezentacji. Oczywiście, tak czy inaczej, trzeba zacząć od modelu powierzchni (wycinanie wewnątrz dysków i wklejanie wstęg Moebiusa) i narysowania pewnych krzywych zamkniętych, z którymi będą stowarzyszone twisty Dehna. Okazuje się, że tego nie wystarczy - nie da się wygenerować  $\mathcal{M}(N_{g,n})$  za pomocą samych twistów Dehna. Autor dokłada homeomorfizmy zamieniające miejscami dwie kolejne wstęgi Moebiusa. Klasy izotopii tych homeomorfizmów tworzą zestaw generatorów, a relacje daje się wyznaczyć. Dowody twierdzeń są indukcyjne względem rodzaju  $g$ , a główny pomysł, jak się wydaje, jest oparty na twierdzeniu K. S. Browna, które umożliwia wyliczenie skończonej prezentacji grupy, która działa na jednospójnym CW-kompleksie (przy pewnych założeniach odnośnie tego działania). Nowym przełomowym pomysłem było znalezienie działania  $\mathcal{M}(N)$  na "właściwym" kompleksie (nie tym oczekiwanym). Oczywiście, dowody są subtelniejsze technicznie, niż piszę na potrzeby recenzji.

## 2. OMÓWIENIE POZOSTAŁYCH PRAC KANDYDATA

Po doktoracie dr Szepietowski opublikował jeszcze 8 prac (nie zaliczonych przez niego do osiągnięcia naukowego w myśl ustawy). Są to interesujące i rzetelne prace w dobrych lub bardzo dobrych czasopismach, niektóre we współpracy z wybitnymi matematykami, np. z

prof. Gromadzkim (jest to dla mnie dodatkowym atutem). Tematyka opublikowanych artykułów tak czy siak w większości przypadków jest motywowana problemami teorii grupy klas odwzorowań:

- (1) badanie podgrup skończonego indeksu w grupie klas odwzorowań,
- (2) zanurzenie grupy warkoczy w grupy klas odwzorowań,
- (3) własności podgrupy w  $\mathcal{M}(N)$  generowanej przez twisty Dehna,
- (4) funkcja wzrostu, elementy pseudo-Anosova w grupie klas odwzorowań pewnych powierzchni.

W autoreferacie kandydat opisuje też prace w związku ze swoim doktoratem. Są one ważne i ciekawe, ale nie będę ich tutaj omawiał.

### 3. OMÓWIENIE INNYCH OSIĄGNIĘĆ

Zdaniem recenzenta, Dr Szepietowski jest bardzo dobrym matematykiem i pracownikiem Uniwersytetu Gdańskiego. Z przedstawionej dokumentacji wynika, że rzetelnie wywiązuje się ze wszystkich obowiązków nauczyciela akademickiego. Niewątpliwym atutem wniosku o habilitację jest fakt zapraszania Go w charakterze recenzenta ważnych międzynarodowych czasopism matematycznych, m.in. "Algebraic and Geometric Topology" (które osobiście bardzo cenię). Bardzo chwalę też jego zaangażowanie w pracę z młodzieżą szkolną (udział w Komitecie Okręgowym Olimpiady Matematycznej). Atutem kandydata jest też współpraca międzynarodowa, zaproszenia do ważnych ośrodków matematycznych w Madrycie, Tokio i Dijon.

### 4. KONKLUZJA

Uważam, że wniosek dr Błażeja Jakuba Szepietowskiego o nadanie mu stopnia doktora habilitowanego jest w pełni uzasadniony. Kandydat posiada niewątpliwe osiągnięcia naukowe w teorii grup klas odwzorowań (a więc w co najmniej kilku ważnych obszarach współczesnej matematyki). Prace naukowe dr Szepietowskiego świadczą też o jego wysokich kwalifikacjach, znakomitym wykształceniu matematycznym oraz dobrym guście w wyborze problemów badawczych. Z przedstawionej dokumentacji jasno wynika, że kandydat spełnia wszystkie formalne i zwyczajowe wymagania stawiane osobom ubiegającym się o stopień doktora habilitowanego.

*Tralle*