

# Streszczenie

Rozprawa doktorska przedstawia analizę wybranych własności wielopoziomowych układów kwantowych. Przez układ wielopoziomowy rozumiemy tutaj dowolny układ fizyczny, którego podukłady są określone na  $d$ -wymiarowej przestrzeni Hilberta, gdzie  $d > 2$ . Częstki takie nazywamy kuditami. Dla  $d = 2$  mamy do czynienia z tzw. kubitami, czyli najprostszymi układami kwantowymi dostępnymi do badań. Wiedza na temat kubitów jest znacznie większa, w porównaniu do układów wielopoziomowych, stąd motywacja do podjęcia badań przedstawionych w rozprawie.

Celem rozprawy jest dostarczenie nowych narzędzi służących do opisu układów wielopoziomowych, w tym do analizy i charakteryzacji nieklasycznych własności stanów kwantowych, takich jak np. splątanie.

Pierwszy rozdział zawiera pojęcia, których używamy w dalszej części pracy. Omawiamy także założenia teorii lokalnych i realistycznych. Przedstawiamy fundamentalny problem, zwany paradoksem EPR, który zapoczątkował rozwój badań nad podstawami mechaniki kwantowej oraz teorią kwantowej informacji. Rozdział wstępny kończymy na twierdzeniu Bella, w wersji przedstawionej przez Clausera, Horne'a, Shimony'ego i Holta.

Treść kolejnych rozdziałów oparta jest na rezultatach opublikowanych w następujących pracach:

1. P. Kurzyński, A. Kołodziejski, W. Laskowski, M. Markiewicz, *Three-dimensional visualization of a qutrit*, Phys. Rev. A **93**, 062126 (2016).
2. M. Markiewicz, K. Kostrzewa, A. Kołodziejski, P. Kurzyński, W. Laskowski, *Investigating nonclassicality of many qutrits by symmetric two-qubit operators*, Phys. Rev. A **94**, 032119 (2016).
3. M. Markiewicz, A. Kołodziejski, Z. Puchała, A. Rutkowski, T. Tylec, W. Laskowski, *Unified approach to geometric and positive-map-based nonlinear entanglement identifiers*, Phys. Rev. A **97**, 042339 (2018).
4. P. Kurzyński, W. Laskowski, A. Kołodziejski, K. F. Pal, J. Ryu, T. Vertesi, *Disproving hidden variable models with spin magnitude conservation*, arXiv:1806.06637.

W rozdziale drugim przedstawiamy metodę wizualizacji kwantowego układu trójpoziomowego (kutritu) w przestrzeni trójwymiarowej. Najpierw wskazujemy

trudności, jakie pojawiają się podczas próby uogólnienia pojęcia kuli Blocha w przypadku układu o wymiarze większym niż dwa. Następnie pokazujemy, jak wykorzystać izomorfizm między przestrzeniami  $\mathbb{C}^3$  oraz  $\text{Sym}(\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2)$  do skonstruowania graficznej reprezentacji kutritu. Każdy układ trójpoziomowy może zostać przedstawiony jako elipsoida z wpisanym w nią wektorem Blocha. Dalej pokazujemy, że zaproponowana przez nas metoda wizualizacji pozwala na łatwe rozróżnianie stanów czystych od mieszanych. Całą dyskusję ilustrujemy przykładami, a rozdział kończymy charakteryzacją transformacji unitarnych w przedstawionej graficznej reprezentacji.

W trzecim rozdziale wykorzystujemy formalizm przedstawiony w rozdziale drugim do przeanalizowania nierówności CGLMP dla układu dwóch kutritów. W następnej kolejności wyrażamy operator Bella nierówności CGLMP wyrażimy w bazie operatorów symetrycznych działających na symetrycznej podprzestrzeni dwóch par kubitów. Pokazujemy, że nierówność CGLMP jest złożeniem nierówności Merminia oraz czterech nierówności CHSH i wytłumaczamy anomalię polegającą na tym, że nierówność CGLMP nie jest maksymalnie łamana przez stan maksymalnie splątany dwóch kutritów.

W czwartym rozdziale pokazujemy – wykorzystując izomorfizm Choi – Jamiołkowskiego – w jaki sposób z dowolnego nieliniowego indykatora splątania otrzymać kryterium oparte o odwzorowanie dodatnie. W szczególności podkreślamy związek między geometrycznym i operatorowym kryterium detekcji splątania. Następnie podajemy przykłady różnych indykatorów splątania i odwzorowań dodatnich, oraz badamy ich efektywność w detekcji splątania wybranych klas stanów kwantowych.

Piąty rozdział dotyczy nowego spojrzenia na modele zmiennych ukrytych. Analizujemy te modele pod kątem respektowania przez nie zasad zachowania, w szczególności zasady zachowania długości wektora spinu. Argumentujemy, że każdy model tego typu powinien posiadać cechy nie tylko lokalne–realistyczne i niekontekstualne, ale powinien także być zgodny z prawami zachowania wielkości fizycznych. Okazuje się, że takie dodatkowe ograniczenie prowadzi do silniejszych testów lokalnego realizmu, a odpowiednie nierówności typu Bella są łamane przez szerszą klasę stanów kwantowych niż nierówności standardowe.

Rozprawę kończy podsumowanie, w którym zbieramy wszystkie uzyskane wyniki.