Katowice, 16.04.2018 r.

dr hab. Katarzyna Horbacz, prof. UŚ
Zakład Teorii Prawdopodobieństwa
Instytut Matematyki
Uniwersytet Śląski

Recenzja rozprawy doktorskiej magistra Adama Gregosiewicza pt. „Metoda obrazów Lorda Kelvina w teorii półgrup i funkcji kosinusowych".

1 Ogólna charakterystyka wyników

Rozprawa doktorska pana magistra Adama Gregosiewicza dotyczy dwóch niezależnych problemów:

- Asymptotycznej analizy modelu Rotenberga rozwoju populacji komórek.
- Istnienia i jedyności operatorowych funkcji kosinusowych zachowujących dane funkcjonały.

W części dotyczącej modelu Rotenberga, autor rozważa model rozwoju populacji komórek zaproponowany przez M. Rotenberga [*M. Rotenberg, Transport theory for growing cell population, J. Theoret. Biol., 103(2): 181-199, 1983*], którego analizę matematyczną pierwotnie przeprowadził M. Boulanouar [*M. Boulanouar, A mathematical study for a Rotenberg model, J. Math. Anal. Appl. 265(2): 371-394, 2002*]. Nowością w stosunku do pracy M. Boulanouara było wykorzystanie metody obrazów Lorda Kelvina, co pozwoliło autorowi rozprawy uzyskać nowy dowód istnienia półgrupy związanej z modelem Rotenberga. Przy okazji otrzymuje On jawny wzór na półgrupę związaną z badanym modelem, dzięki któremu uzyskuje oszacowania tempa wzrostu lub spadku tej półgrupy. Następnie pan Adam Gregosiewicz podaje warunki wystarczające na to, aby półgrupa ta była asymptotycznie stabilna. Warto dodać, że zastosowana przez autora metoda obrazów Lorda Kelvina prowadzi do nowych wyników asymptotycznych, które stanowią uzupełnienie rezultatów Boulanouara. W szczególności autor formułuje warunki gwarantujące asymptotyczną stabilność półgrupy Rotenberga w przypadku, gdy przy każdym podziale komórkowym przeżywa średnio jedna komórka-córka. W tym przypadku półgrupa Rotenberga składa się z operatorów Markowa, co pozwala autorowi wykorzystać współczesne narzędzia teorii półgrup operatorów Markowa. Dokładniej mówiąc autor posługuje się wynikami K. Pichór i R. Rudnickiego [*K. Pichór i R. Rudnicki, Asymptotic decomposition of substochastic operators and semigroups, J. Math. Anal. Appl., 436(1): 305-321, 2016*]. Dodatkowo, dla populacji wymierających, pan Gregosiewicz podaje kryteria rozstrzygające kiedy półgrupa dąży do zera w normie operatorowej, a kiedy w topologii mocnej. Autor porównuje założenia swojego twierdzenia o asymptotycznej stabilności z warunkami Boulanouara. Wszystkie wyniki dotyczące modelu Rotenberga pochodzą z pracy autora rozprawy [*A. Gregosiewicz, Lord Kelvin's method of images approach to the Rotenberg model and its asymptotics*]. Szczególnie interesująca jest ta część pracy, w której autor porównuje założenia głównego twierdzenia 4.4.3 z warunkami z pracy Boulanouara.

W drugiej części rozprawy magister Adam Gregosiewicz rozważa mocno ciągłe operatorowe funkcje kosinusowe. Główny wynik tej części pracy (twierdzenie 5.4.9) dotyczy istnienia dokładnie jednej mocno ciągłej funkcji kosinusowej w $C([0,1])$, która zachowuje dwa ustalone funkcjonały – jeden typu zero, a drugi typu jeden. Dowód tego faktu bazuje na twierdzenia 5.4.7 o generowaniu mocno ciągłej funkcji kosinusowej. Wszystkie wyniki zamieszczone w tej części pochodzą z artykułów: [*A. Bobrowski, A. Gregosiewicz, A general theorem on generation of moments-preserving cosine families by Laplace operators in* $C([0,1])$*, Semigroup Forum, 88(3): 689-701, 2014*] oraz [*A. Bobrowski, A. Gregosiewicz, M. Murat, Functionals-preserving cosine families generated by Laplace operators in* $C([0,1])$*, Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B, 20(7): 1877-1895, 2015*].

Praca jest bardzo interesująca (aczkolwiek obszerna). Szczególnie podobał mi się dowód twierdzenia 4.4.3, w którym autor sformułował warunek wystarczający na to, aby półgrupa Rotenberga była asymptotycznie stabilna. Magister Gregosiewicz trafnie dokonał wyboru literatury oraz odpowiednio dobrał metody i narzędzia badawcze. Warto podkreślić również fakt, że rozprawa zawiera liczne intuicje związane z przedstawianą teorią oraz interpretacje przedstawianych wyników, co jest niewątpliwie rzadkie i trudne, a świadczy o dogłębnym zrozumieniu przez autora prezentowanej teorii. Co więcej, umieszczone przez Niego rysunki czynią pracę bardziej czytelną i zrozumiałą.

Nie mam wątpliwości, że autor rozwiązał w oryginalny sposób ciekawy, niebanalny problem naukowy, wykazując się przy tym wiedzą specjalistyczną, uprawniającą go do ubiegania się o stopień doktora nauk matematycznych. Jego rozprawa została napisana z dużym znawstwem przedmiotu i głęboko przemyślana. Przebijają z niej dojrzałość i pasja połączone z umiejętnością łączenia i systematyzacji zdobytej wiedzy.

2 Język i sposób prezentacji wyników

Mimo wyraźnej dbałości o język rozprawy, autorowi przytrafiło się kilka drobnych błędów, których listę przedstawiam poniżej.

- str 28: autor pisze „$p \geqslant 0$ jest średnią liczbą komórek, które przeżyły podział komórkowy", a poniżej „$q \geqslant 0$ jest średnią liczbą komórek, które przeżyły podział komórkowy".
- Bardzo cenne w pracy jest to, że autor przedstawia intuicje związane z przedstawianymi zagadnieniami, niestety zbyt często używa nieprecyzyjnych sformułowań: „przypominający w jakimś sensie" (str. 22), czy „rzadko".
- Niektóre przejścia opisywane przez autora są oczywiste, np. podstawienie $x = -tv$ na str. 31, lub linie 2,3 od góry na str. 38, natomiast w niektórych dowodach zabrakło mi dodatkowego komentarza np. str. 39 dlaczego $C_\lambda = 0$?
- Autor używa w pracy zarówno notacji Iversona, jak i funkcji charakterystycznych zbioru. Sądzę, że czytelniejsze byłoby konsekwentne stosowanie jednej z tych notacji.
- Po sformułowaniu minitwierdzenia 4.2.10 autor podaje, że czytelnik może zapoznać się z jego dowodem dopiero w rozdziale 4.6, podczas gdy dowody pozostałych twierdzeń podaje bezpośrednio po ich wypowiedzi. Autor nie wyjaśnia, dlaczego dowód tego minitwierdzenia przedstawia w dalszej części rozprawy. Zakłóca to rytm czytania pracy.
- Definicja części całkowitej liczby pojawia się w pracy wielokrotnie, podobnie jak wprowadzanie oznaczenia σ-skończonej miary ν.
- W dowodzie twierdzenia 5.3.1 autor formułuje niezbędne fakty w postaci lematów i minitwierdzeń, z których znaczna część nie jest wykorzystywana już w dalszej części pracy. Sądzę, że formułowanie ich w postaci kolejnych kroków dowodu uczyniłoby dowód czytelniejszym, chociaż rozumiem zamysł autora aby uporządkować uzyskane wyniki.
- Definicja operatora Markowa pojawia się wielokrotnie np. str. 42, str. 51.

3 Konkluzja:

Biorąc pod uwagę szczegółową analizę dotychczasowego dorobku matematycznego w tej dziedzinie, a także doceniając samodzielne dokonania pana magistra Adama Gregosiewicza, uważam, że Jego rozprawa doktorska pt. „Metoda obrazów Lorda Kelvina w teorii półgrup i funkcji kosinusowych" odpowiada wymogom ustawowym i zwyczajowym stawianym pracom doktorskim i wnioskuję o dopuszczenie Go do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Chciałabym też zaproponować, by komisja rozważyła wyróżnienie Jego rozprawy.

Katarzyna Horbacz

Horbacz K.