

Streszczenie

Adam DZEDZEJ

Multi-state two-dimensional number-conserving cellular automata
Wielostanowe dwuwymiarowe automaty komórkowe zachowujące sumę stanów

Automaty komórkowe, to układy służące często do modelowania zjawisk fizycznych. Użytkownicy takich modeli w symulacjach posługują się automatami o dowolnie dużej liczbie stanów – wygodnej dla danego modelu. Teoretycy najczęściej koncentrują się na najprostszych modelach dwustanowych na kracie jednowymiarowej. Niniejsza rozprawa jest krokiem w kierunku teoretycznego zrozumienia automatów komórkowych o więcej niż dwóch stanach i na dwuwymiarowej kracie. W rozważaniach skoncentrowano się na sąsiedztwie wprowadzonym przez von Neumanna. Dzięki temu zawężeniu i kilku innym naturalnym ograniczeniom udało się w kilku przypadkach podać kompletne listy reguł spełniających podane warunki. Takie zbiory reguł mogą posłużyć nowym odkryciom sposobów projektowania reguł z zadanymi ograniczeniami oraz lepszemu zrozumieniu ograniczeń modelu.

Rozprawa przedstawia pewien nowatorski sposób generowania listy wszystkich dwuwymiarowych automatów komórkowych z sąsiedztwem von Neumanna zachowującą sumę stanów, na przykładzie kilku ważnych przypadków. Rozdział 2 podaje podstawowe definicje i pojęcia oraz rozważa możliwe części wspólne sąsiedztw dwóch komórek. W całej rozprawie istotnie wykorzystuje się fakt, że taka część wspólna składa się z nie więcej niż dwóch komórek. W rozdziale 3 podano warunki konieczne i dostateczne na regułę lokalną automatu, by globalna reguła zachowywała sumę stanów. Następnie te warunki zostały wykorzystane dla pewnych klas automatów. Opisano całkowicie rodzinę automatów totalistycznych zachowujących sumę stanów (totalistic NCCA) oraz zewnętrznie totalistycznych (outer-totalistic NCCAs). Ponadto rozważana i opisana jest szersza klasa automatów niezmienniczych ze względu na pewne symetrie sąsiedztwa. W rozdziale 4 podano opis wszystkich dwuwymiarowych trzystanowych reguł zachowujących sumę stanów oraz ich podział na klasy równoważności. W rozdziale 5 opisano ważne nowe narzędzie w badaniu automatów zachowujących sumę stanów, wprowadzone przez Wolnik et al. [88], jakim jest twierdzenie o rozkładzie reguły lokalnej na funkcję rozpadu i perturbację (split-and-perturb decomposition). Pokazano sposób zastosowania tego twierdzenia

do wygenerowania wszystkich czterostanowych automatów zachowujących sumę stanów. Dalsze zwiększanie liczby stanów bez wprowadzenia dodatkowych ograniczeń, na przykład wygenerowanie wszystkich reguł pięciostanowych wydaje się niemożliwe ze względu na gwałtownie rosnącą liczbę reguł.

W rozdziałach 6 i 7 oprócz zachowywania sumy stanów wprowadzono dodatkowe ograniczenia. Są to odwracalność automatu (w rozdziale 6) oraz symetria obrotowa (w rozdziale 7). Krótko rozważana jest sytuacja jednowymiarowa, by podać nową interpretację dla czterostanowych odwracalnych automatów zachowujących sumę stanów. Zastosowanie tej interpretacji do dwuwymiarowych automatów pozwoliło skonstruować 65 reguł lokalnych automatów czterostanowych odwracalnych i zachowujących sumę stanów. Nietrywialne zastosowanie twierdzenia split-and-perturb o rozkładzie reguły lokalnej pozwoliło wykazać, że jest to lista kompletna. W rozdziale 7 opisano automaty, których reguła lokalna jest niezmiennicza ze względu na obrót o 90 stopni. To ograniczenie pozwoliło na podanie eleganckiego warunku koniecznego na zachowywanie sumy stanów. Następnie podano i udowodniono serię technicznych lematów, które pozwalają ograniczyć listę potencjalnych reguł lokalnych. Teoria ta pozwoliła na parametryczny opis wszystkich automatów w rozważanej klasie o liczbie stanów nie większej niż siedem. Rozprawa kończy się krótkim rozdziałem podsumowującym i przedstawiającym możliwe kierunki dalszych badań.