

dr hab. Zbigniew Puchała  
Instytut Informatyki  
Teoretycznej i Stosowanej PAN  
ul. Bałtycka 5, 44-100 Gliwice

Gliwice, 20 grudzień 2021 r.

# Recenzja rozprawy doktorskiej mgra Michała Banackiego „Symetrie wybranych struktur wypukłych w teorii informacji kwantowej”

## Uwagi wstępne

Forma drukowana recenzowanej rozprawy obejmuje 160 stron jest napisana w języku polskim i zawiera: • 9 rozdziałów, • podsumowanie, • wykaz literatury.

Tytuł pracy oddaje jej zawartość a przyjęty układ pracy jest właściwy. Zawartość kolejnych rozdziałów, stanowiąca logiczną prezentację głównego wątku rozprawy, jest zgodna z nadanymi im tytułami. Praca zawiera wyniki opublikowane wcześniej przez autora w pięciu artykułach naukowych:

- [1] A. Rutkowski, M. Banacki, M. Marciniak, *Necessary and sufficient condition of separability for D-symmetric diagonal states*, Phys. Rev. A 99, 022309 (2019).
- [2] R. Ramanathan, M. Banacki, R. Ravell Rodriguez, P. Horodecki, *Single trusted qubit is necessary and sufficient for quantum realisation of extremal no-signaling correlations*, arXiv:2004.14782 (2020).
- [3] M. Banacki, R. Ravell Rodriguez, Paweł Horodecki, *Edge of the set of no-signaling assemblages*, Phys. Rev. A 103, 052434 (2021).
- [4] M. Banacki, P. Mironowicz, R. Ramanathan, P. Horodecki, *Hybrid no-signaling-quantum correlations*, arXiv:2107.06878 (2021).

- [5] R. Ramanathan, M. Banacki, P. Horodecki, *No-signaling-proof randomness extraction from public weak sources*, arXiv:2108.08819 (2021).

W rozdziale piątym pojawiają się wyniki niepublikowane wcześniej.

## Przedmiot rozprawy

Można wyróżnić dwa główne wątki rozprawy, pierwszy dotyczy zagadnienia całkowitej separowalności stanów posiadających pewną symetrię. Doktorant wprowadza oryginalne pojęcia przestrzeni  $D$ -symetrycznej, jak i stanów  $D$ -symetrycznych, będących ze swojej natury, stanami wielocząstkowymi. Dla klasy wyżej wymienionych stanów, przy dodatkowym założeniu – stany są diagonalne względem naturalnej bazy przestrzeni  $D$ -symetrycznej, udaje się scharakteryzować własność całkowitej separowalności. Okazuje się, że dla  $D$ -symetrycznych stanów  $N$  cząstek, w przypadku gdy  $N$  jest parzyste, całkowita separowalność jest równoważna dodatniości stanu po częściowej transpozycji  $\frac{N}{2}$  pierwszych układów. Problem separowalności został również powiązany z uogólnionym problemem momentów dla miar skończonych na półprostej rzeczywistej, Związek można wysłowić w ten sposób, całkowita separowalność  $D$ -symetrycznego stanu diagonalnego jest równoważna stwierdzeniu, że współczynniki diagonalne są proporcjonalne do momentów pewnej nieujemnej zmiennej losowej.

Drugim wątkiem pracy jest analiza kwantowych i niesygnalizujących asymblaży opisujących scenariusze sterowania. W rozdziale trzecim przywołana jest charakteryzacja zbiorów korelacji niesygnalizujących, kwantowych oraz lokalnych, opisujących scenariusz eksperymentu Bella.

W rozdziale czwartym autor wprowadza pojęcia wielopodukładowych asymblaży kwantowych ( $\mathbf{qA}$ ), niesygnalizujących ( $\mathbf{nsA}$ ) oraz posiadających model lokalnych stanów ukrytych ( $\mathbf{lhsA}$ ). Następnie opisuje ich własności i związki między sobą. Przykładowo precyzuje lemat, mówiący że  $x \in \mathbf{nsA}$  jest również w  $\mathbf{lhsA}$  wtedy i tylko wtedy gdy posiada realizację kwantową oraz stan definiujący jest całkowicie separowalny.

W rozdziale piątym autor definiuje asymblażę sztywne, charakteryzujące się pewnego rodzaju brakiem symetrii. Autor pokazuje, że asymblaż stanów czystych jest sztywny, to jest on również punktem ekstremalnym w zbiorze asymblaży niesygnalizujących. Wykorzystując wprowadzone pojęcie, w przypadku scenariusza z trzema podukładami, autor pokazuje, że istnieje możliwość kwantowej realizacji nielokalnych ekstremalnych asymblaży niesygnalizujących.

Rozdział szósty poświęcony jest asymblażom krawędziowym, czyli takim które nie posiadają wkładu asymblaży z modelami lokalnych stanów ukrytych. Przedstawiona jest konstrukcja nierówności sterowania, którą można związać z wyżej

wymienionymi asamblażami. W najprostszym nietrywialnym przypadku, analizowane jest zagadnienie realizowalności kwantowej.

W rozdziale siódmym autor wprowadza pojęcie asamblaży kanałów kwantowych. Dzięki izomorfizmowi Choi-Jamiołkowskiego, definicje oraz analiza jest analogiczna do asamblaży rozważanych we wcześniejszych rozdziałach. Dodatkowym warunkiem, który pojawi się jest fakt, że operacje kwantowe  $\{A_{a_n|x_n}\}_{a_n}$  muszą definiować instrument kwantowy (czyli ich suma daje operację CPTP). Autor rozważa realizację kwantową eksponowanych asamblaży kanałów i pokazuje, że scenariusze niesygnalizującego sterowania kanałów dopuszczają istnienie nietrywialnych punktów ekstremalnych o kwantowej realizacji.

Rozdział ósmy dotyczy asamblaży sekwencyjnych, które pojawiają się przy uogólnieniu scenariusza sterowania poprzez dopuszczenie pomiarów wykonywanych sekwencyjnie. Podobnie jak we wcześniejszych rozdziałach, autor pokazał, że scenariusze niesygnalizującego sterowania sekwencyjnego dopuszczają istnienie nietrywialnych punktów ekstremalnych o kwantowej realizacji.

W ostatnim, dziewiątym rozdziale, wprowadzony jest nowy zbiór – korelacji hybrydowych, który jest zawarty pomiędzy zbiorem korelacji kwantowych a zbiorem korelacji niesygnalizujących. Autor wykazuje, iż wprowadzone korelacje rzeczywiście są nietrywialnym uogólnieniem, w twierdzeniach 9.2 oraz 9.3. Następnie rozważa kwantową realizację korelacji eksponowanych w zdefiniowanym zbiorze i pokazuje, że istnieją scenariusze w których realizacja taka jest możliwa.

## Ocena końcowa i wnioski

Rozprawa doktorska mgr. Michała Banackiego pt.: „Symetrie wybranych struktur wypukłych w teorii informacji kwantowej” dotyczy ważnego zarówno poznawczo jak i aplikacyjnie problemu oraz stanowi wartościowe osiągnięcie naukowe autora. Uzyskane wyniki można rozpatrywać z punktu widzenia potencjalnych praktycznych zastosowań, mianowicie istnienie kwantowo realizowalnych punktów ekstremalnych daje hipotetyczną możliwość opracowania protokołów kryptograficznych, które będą odporne na ataki stron mających dostęp do zachowań ze zbioru korelacji niesygnalizujących czy hybrydowych.

Doktorant rozwiązał postawiony problem i użył do tego właściwych metod. Oryginalnym osiągnięciem badawczym autora są:

- charakteryzacja całkowitej separowalności diagonalnych stanów  $D$ -symetrycznych,
- uzasadnienie możliwości kwantowej realizacji pewnych nielokalnych punktów ekstremalnych w przypadku szeregu scenariuszy niesygnalizujących,
- wprowadzenie oraz analiza nowej klasy korelacji hybrydowych.

Jest to wkład mgr Michała Banackiego w rozwój dyscypliny naukowej – nauki fizyczne. Rozległość przeprowadzonej analizy uzasadniają stwierdzenie, że autor posiada wiedzę teoretyczną, zdolności koncepcyjne oraz umiejętności do rozwiązywania naukowych problemów badawczych.

**Uważam że przedstawiona rozprawa spełnia wymogi ustawowe stawiane pracom doktorskim w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie nauki fizyczne i wnoszę o przyjęcie jej przez Radę Dyscypliny Nauki fizyczne Uniwersytetu Gdańskiego w Gdańsku, oraz o dopuszczenie do publicznej obrony. Ze względu na wysoki poziom naukowy rozprawy oraz szeroki front badań, m.in. rozważenie wielu scenariuszy niesygnalizujących, wnoszę o wyróżnienie rozprawy pana Michała Banackiego.**

dr hab. Zbigniew Puchała

## **Uwagi techniczne nie wpływające na część merytoryczną**

W rozprawie znalazło się dużo literówek, co wydaje się dziwne ze względu na wbudowane w edytorach tekstu narzędzia do sprawdzania pisowni. Poniżej kilka przykładów:

- „Niezmieniczość” na stronie 6,
- „określón” na stronie 15,
- „dodanio”, „przyjmey”, „jesi ” na stronie 20,
- „temin” na stronie 22,
- „systemóm” na stronie 27,
- „Założmy”, „przetrzeń” na stronie 38,
- „niesygnalizując” na stronie 41,
- „natualne” na stronie 42,
- „wszyskich” na stronie 47,
- ...
- symbol „HQNS” na stronie 145,
- w Podsumowaniu: „otrzmanych”, „perpektywą”, „Isnienie”, „kon-tretnych”, „zagadnieniem”.