

Dr hab. Paweł Kurzyński, prof. UAM  
Wydział Fizyki UAM,  
Uniwersytetu Poznańskiego 2, 61-614 Poznań  
email: [pawel.kurzynski@amu.edu.pl](mailto:pawel.kurzynski@amu.edu.pl)

Poznań, 11 marca 2022

## **Recenzja rozprawy doktorskiej magistra Anubhava Chaturvediego „Foundational underpinnings of quantum advantage in communication”**

### **Tematyka:**

Celem magistra Anubhava Chaturvediego było znalezienie odpowiedzi na pytanie: w jaki sposób własności układów kwantowych są powiązane z lepszą niż klasyczna wydajnością kwantowych protokołów komunikacyjnych? Zaproponowany problem badawczy jest ambitny i wpisuje się w jeden z podstawowych kierunków badawczych teorii informacji i komunikacji kwantowej. Chociaż obecnie mamy wiele przykładów na to, że układy kwantowe mogą znacząco poprawić wydajność protokołów przetwarzania i przesyłania informacji, nadal nie mamy jasnego wytłumaczenia co dokładnie jest źródłem tej lepszej wydajności. Badania prowadzone przez kandydata mogą przyczynić się do lepszego zrozumienia działania obecnych protokołów kwantowych oraz do dalszego rozwoju wspomnianej powyżej dziedziny nauki.

### **Hipoteza badawcza:**

Rozprawa skupia się na czterech problemach. Po pierwsze, doktorant zadaje pytanie czy pojawienie się przewagi kwantowej w protokołach komunikacyjnych implikuje kontekstualność użytych układów. Po drugie, poszukuje on nowej nieklasycznej własności układów kwantowych, która byłaby implikowana przez inne nieklasyczne własności, i która byłaby zasobem w protokołach komunikacyjnych. Po trzecie, bada on czy własności kwantowej kontekstualności można ograniczyć z góry i spoza teorii kwantowej w podobny sposób jak zrobili to Navasquez-Pironio-Acin dla kwantowej nielokalności (tzn. braku lokalnego realizmu). Po czwarte, podejmuje on próbę uogólnienia protokołów komunikacji zwanych kodami losowego dostępu (RAC — ang. random access codes) i zadaje pytanie jaką przewagę w tych protokołach dają zasoby kwantowe. Powyższe zagadnienia badawcze uważam za bardzo ciekawe i potwierdzam, że stanowią one solidną podstawę rozprawy doktorskiej.

### **Rezultaty:**

Na rozprawę składają się cztery prace (A-D), które zostały opublikowane w bardzo dobrych międzynarodowych czasopismach naukowych — dwie w Physical Review A (A i D) i dwie w Quantum (B i C).

W pracy A badano zadania komunikacyjne, w których komunikacja między dwiema osobami, standardowo nazywanymi Alicją i Bobem, nie pozwala na przekazanie pełnej informacji o danych Alicji do Boba (OCT — ang. oblivious communication tasks). Zadaniem Boba jest obliczenie wartości pewnego wyrażenia, które jest funkcją danych zarówno jego jak i Alicji. Ze względu na ograniczenia Bob może odnieść sukces tylko z pewnym

prawdopodobieństwem, które w świecie klasycznym nie może przekroczyć pewnej wartości i w związku z tym możemy otrzymać nierówność na prawdopodobieństwo łamania. Jednakże użycie zasobów kwantowych umożliwia łamanie tej nierówności. Głównym wynikiem pracy A było pokazanie, że łamanie powyższej nierówności, a zatem przewaga nad klasycznymi możliwościami, implikuje tzw. kontekstualność przygotowań. Ponadto otrzymany wynik uogólniono na znacznie szerszą klasę problemów OCT i pokazano jak dla danej nierówności Bella znaleźć zadanie, dla którego pojawi się nieklasyczna przewaga jeśli ta nierówność będzie łamana. Podsumowując, praca A jasno pokazuje, że istnieją własności nieklasyczne, które się uaktywniają w przypadku otrzymywania przewagi w pewnych zadaniach komunikacyjnych.

Praca B bazuje na *zasadzie identyczności przedmiotów nierozróżnialnych* sformułowanej przez Leibniza. Dokładniej, w pracy B sformulowano zasadę ograniczonej rozróżnialności ontologicznej (BOD — ang. bounded ontological distinctness) stwierdzającą, że maksymalna operacyjna rozróżnialność wielkości fizycznych odzwierciedla ich ontologiczną różność. Kluczowym wynikiem jest wyprowadzenie nierówności, która jest spełniona w teoriach z BOD. Wspomniana nierówność dotyczy scenariusza, w którym pewien układ można przygotować na trzy sposoby. Ogranicza ona średnią rozróżnialność par przygotowań przez rozróżnialność całej trójki. Okazuje się, że ta nierówność jest łamana w teorii kwantowej przez trzy stany pojedynczego kubitu. Uogólniono również zasadę BOD na transformacje i pomiary. Dla BOD pomiarów nie udało się znaleźć łamania w ramach teorii kwantowej, jednak dla transformacji można znaleźć łamanie BOD w przypadku trzech różnych operacji unitarnych na kubicie. Pokazano również, że BOD może być zasobem dla różnych protokołów komunikacyjnych. Ostatecznie pokazano, że BOD implikuje niekontekstualność, a przy dodatkowych założeniach implikuje również niekontekstualność w sensie Kochena-Speckera oraz lokalną przyczynowość w sensie Bella.

Celem pracy C jest zaproponowanie metod spoza teorii kwantowej, które pozwoliłyby na wyprowadzenie kontekstualnych własności tej teorii. W szczególności użyto metod optymalizacji wypukłej (SDP — semidefinite programming) aby znaleźć hierarchię teorii, które przybliżają teorię kwantową. Idea przypomina wcześniejszą ideę Navasqueza-Pironio-Acina (NPA), jednak jak się okazało, ze względu na rolę jaką pełnią stany mieszane i pomiary nierzutowe w efektach kontekstualności, otrzymane hierarchie nie są analogiczne do hierarchii NPA. Co ważne, ograniczenia wyprowadzone za pomocą hierarchii potrafią być ścisłe. Dodatkowo, powyższe metody zostały wykorzystane do wyprowadzenia monogamii niekontekstualności w szczególnym trójcząstkowym scenariuszu.

W pracy D uogólniono kody losowego dostępu (RAC). W protokole RAC Alicja otrzymuje ciąg  $n$  bitów i koduje go na pewnym układzie, o pojemności mniejszej niż  $n$  bitów, który następnie przesyła do Boba. Zadaniem Boba jest poprawne odgadnięcie wartości jednego (lub kilku) losowo wybranego bitu Alicji. Podobnie jak w przypadku pracy A, tutaj również ograniczenia powodują, że Bob może odnieść sukces tylko z pewnym prawdopodobieństwem, które może zostać zwiększone za pomocą kwantowych zasobów. W uogólnionym scenariuszu Bob ma za zadanie odgadnąć wartość pewnej losowo wybranej zbalansowanej funkcji bitów Alicji. Pokazano, że prawdopodobieństwo sukcesu uogólnionego RAC jest ograniczone z dołu przez prawdopodobieństwo sukcesu oryginalnego RAC oraz znaleziono górne ograniczenia na prawdopodobieństwo sukcesu uogólnionej wersji w różnych kwantowych wariantach. Ostatecznie zbadano dokładnie przypadek dla  $n=3$  w celu wykazania różnic pomiędzy oryginalnym i uogólnionym RAC

Jak już wspomniałem, rozważone problemy stanowią solidną podstawę rozprawy doktorskiej. Powyższe wyniki oceniam bardzo wysoko, tym bardziej, że otrzymanie ich wymagało sporej kreatywności w formułowaniu ciekawych tez oraz dużej znajomości zaawansowanych narzędzi matematycznych. Uważam, że stanowią one interesujący wkład w dalszy rozwój teorii komunikacji kwantowej i podstaw fizyki kwantowej i z nawiązką spełniają kryteria stawiane rozprawom doktorskim.

### **Wkład Doktoranta:**

Wszystkie cztery prace wchodzące w skład rozprawy są wieloautorskie, a doktorant jest pierwszym autorem dwóch z nich. Oświadczenia współautorów wskazują, że wkład doktoranta jest znaczący, lub wręcz wiodący. Oznacza to, że nie ma najmniejszego problemu z uznaniem powyższych prac za podstawę rozprawy doktorskiej pana Chaturvediego.

### **Metody:**

Przedstawione prace są z zakresu fizyki teoretycznej, choć precyzyjniej można je określić po prostu jako teorię informacji kwantowej, która jest dziedziną na styku fizyki, matematyki i informatyki. Otrzymanie wyników wymagało zastosowania wielu zaawansowanych działów matematyki, takich jak optymalizacja wypukła (wspomniane SDP), algebra liniowa, rachunek prawdopodobieństwa, analiza macierzowa i szerokopojęte metody numeryczne.

### **Układ pracy i struktura treści:**

Rozprawa składa się z czterech opublikowanych prac oraz obszernego streszczenia. Układ i struktura samych publikacji spełnia standardy czasopism, w których te publikacje się ukazały, zatem skupię się tutaj na omówieniu streszczenia. Zawiera ono abstrakt, zarysowujący ideę rozprawy, wstęp, który w przystępny sposób zaznajamia czytelnika ze wszystkimi istotnymi pojęciami, część główną, omawiającą otrzymane rezultaty. Na końcu znajduje się krótkie podsumowanie, w którym również zawarto wizję tego jak dalej można rozwinąć otrzymane wyniki, oraz odnośniki do literatury.

Uważam, że układ i struktura treści są bardzo dobre. Autor tłumaczy wszystko w sposób przystępny, choć ilość szczegółowych informacji potrzebnych do zrozumienia wyników jest całkiem spora. Tekst został wielokrotnie zilustrowany czytelnymi rysunkami, przedstawiającymi ideę protokołów komunikacyjnych oraz podsumowanie najważniejszych wyników — np. bardzo ciekawe obrazki 2.9 i 2.10. Podsumowując, całość prezentuje się na najwyższym poziomie, choć mam pewne uwagi, które przedstawię w kolejnym punkcie.

### **Poprawność (formalna, językowa, stylistyczna):**

Same prace wchodzące w skład rozprawy zostały opublikowane w języku angielskim. Obszerne streszczenie również zostało napisane po angielsku. Pomijając pojedyncze literówki, których nie sposób uniknąć w takiej pracy, cały tekst czyta się bardzo dobrze. Mam jednak istotną uwagę co do formuł matematycznych w streszczeniu. Prawdopodobnie problem związany jest z poprawnym kompilowaniem pliku TeXa. W większości formuł brakuje kilku znaków, w szczególności znaku równości. Psuje to ogólne pozytywne wrażenie, ponieważ niektórych złożonych formuł nie sposób zrozumieć bez zajrzenia do oryginalnych publikacji. Jest to dość zaskakujące, ponieważ taki problem powinien zostać łatwo wykryty przez autora i promotora na każdym etapie spisywania rozprawy. Być może problem wystąpił tylko w pliku, który otrzymałem.

Dodatkowo rozprawa zawiera abstrakt w języku polskim, w którym brakuje części polskich czcionek (prawdopodobnie z tego samego powodu co brak znaków w formułach matematycznych). Ponadto odnoszę wrażenie, że choć merytoryczna treść polskiego abstraktu jest taka sama jak angielskiego, to sam ton tych dwóch wersji znacząco się różni. Dla przykładu: “countless examples” [of quantum advantage], występujące w wersji angielskiej, nie pojawia się w wersji polskiej. W efekcie wersja angielska przedstawia o wiele bardziej optymistyczną wizję rozwoju obliczeń kwantowych niż polska.

**Dobór literatury:**

W rozprawie możemy znaleźć obszerny zbiór cytowań. Pojawiają się one zarówno pod koniec każdej pracy jak i w streszczeniu. Uważam, że wszystkie istotne prace, które przyczyniły się do rozwoju omawianych zagadnień, zostały zacytowane.

**Inne uwagi:**

Poniżej zamieszczam kilka dodatkowych pytań.

- 1) W pracy B przedstawiono dowód na łamanie BOD w teorii kwantowej przy pomocy trzech stanów qubitów. Czy można powiedzieć, że jest to minimalny dowód na łamanie BOD w takim samym sensie jak łamanie nierówności CHSH jest minimalnym dowodem na łamanie lokalnej przyczynowości?
- 2) Do dnia dzisiejszego pokazano, że wiele własności nieklasycznych, takich jak kontekstualność i nielokalność Bella, jest ograniczonych relacjami tzw. monogamii. Czy autor podjął jakiegokolwiek kroki w celu wykazania monogamii łamania BOD? Myślę, że takie badania mogą dać ciekawe rezultaty.
- 3) W pracy C pojawia się zbiór kontekstualnych "zachowań" kwantowych, który nie jest opisywany ani przez stany czyste, ani przez pomiary rzutowe. Czy istnieje jakiś prosty przykład ilustrujący takie zachowanie?

**Wniosek końcowy:**

Przedstawiona rozprawa doktorska zawiera oryginalne wyniki, które wnoszą interesujący wkład do rozwoju kwantowej teorii informacji i podstaw fizyki kwantowej. Rozprawa spełnia z nawiązką wszystkie ustawowe i zwyczajowe wymogi, zatem wnioskuję o dopuszczenie mgr. Anubhava Chaturvediego do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Jak już wspomniałem, wyniki rozprawy oceniam bardzo wysoko ze względu na fakt, że ich otrzymanie wymagało sporej kreatywności w formułowaniu ciekawych tez oraz dużej znajomości zaawansowanych narzędzi matematycznych. W związku z tym wnioskuję o wyróżnienie rozprawy.

Paweł Kurzyński

