STRESZCZENIE

Praca pod tytułem „Application of chosen optimization algorithms for recognition of nonclassical effects" składa się z sześciu rozdziałów, a także spisów tabel i figur, bibliografii oraz dodatku matematycznego. W pierwszym rozdziale sformułowany został problem, którego będzie dotyczyć rozprawa: problem splątania stanów wielu podukładów kwantowych, zdefiniowany jest problem k-separowalności. Następnie następuje bardzo syntetyczny przegląd wybranych kryteriów i miar splątania. Ma on na celu podkreślenie trudności, z jakimi się spotykamy próbując je zastosować lub policzyć. Część z tych trudności jest szczegółowo przedyskutowana w podrozdziale 1.5. Rozdział drugi opisuje wyniki z pracy "Hilbert-Schmidt distance and entanglement witnessing" [1]. Rozdział ten rozpoczyna formalizacja problemów słabej separacji i optymalizacji, których wariantem jest detekcja splątania w stanie. Następnie wprowadzona jest miara Hilberta-Schmidta dla macierzy kwadratowych dowolnego wymiaru, będąca bezpośrednim uogólnieniem odległości kartezjańskiej w przestrzeniach wektorowych. Jest to jedyna miara niezmiennicza względem operacji unitarnych i jednocześnie nie wymagająca diagonalizacji, co czyni ją bardzo efektywną w obliczaniu. W kolejnej części rozdziału zaprezentowany został algorytm Gilberta, który w zbiorze wypukłym znajduje przybliżenie najbliższego punktu do danego. Jeżeli interesujący nas punkt leży wewnątrz zbioru, algorytm wskazuje ten punkt, w przeciwnym razie, jednym z wyników będzie przybliżona odległość punktu od zbioru. W podrozdziale 2.4 algorytm jest adaptowany do analizy stanów kwantowych. W ostatniej części drugiego rozdziału w szczególności przedyskutowana została generacja stanów czystych, przy pomocy których algorytm optymalizuje zwracany stan. Są one generowane zgodnie z miarą Haara, by algorytm był równie skuteczny dla wszystkich stanów. Wskazana jest też jednoznaczność najbliższego stanu separowalnego, a także dane wyjściowe z algorytmu. Rozdział 3 prezentuje wyniki algorytmu dla wybranych przykładów. Stany maksymalnie splątane dwóch kuditów (kwantowych układów d-poziomowych) pokazują konieczność używania liczb zespolonych w optymalizacji. Analiza stanów GHZ omówiona w podrozdziale 3.2 prowadzi do analitycznej formy najbliższego stanu separowalnego, co nie udaje się

ze stanami W omówionymi w następnej części pracy, lecz pokazujemy możliwą analityczną postać. W kolejnym podrozdziale algorytm zostaje zastosowany do problemu biseparowalności, gdzie są zaprezentowane nowe własności geometryczne dla zbioru stanów separowalnych oraz biseparowalnych. Rozdział 4 opiera się na pracy "Hilbert-Schmidt distance and entanglement witnessing" [1] i dotyczy użycia algorytmu Gilberta do konstrukcji świadectw splątania. Pojęcie świadectwa (świadka splątania) zostało opisane w pierwszych dwóch podrozdziałach. Podrozdział 4.3 opisuje związek pomiędzy świadectwami a najbliższymi stanami separowalnymi, a kolejny przedstawia próbę ich dalszej optymalizacji. Podrozdziały 4.5 i 4.6 opisują przykłady takich świadectw, ze szczególnym uwzględnieniem stanów ze splątaniem związanym z nierozszszerzalnych baz produktowych. Piąty rozdział dotyczy manuskryptu "An elegant proof of self-testing for multipartite Bell inequalities" [2] i dyskutuje samotestowanie się szerokiej klasy nierówności Bella. W pierwszym podrozdziale przedstawione jest znaczenie samotestowania schematów Bellowskich dla kryptografii. Następnie praca opisuje dowód samotestowania wszystkich nierówności Bella z dwoma lokalnymi, projektywnymi obserwablami dla korelacji dwucząstkowych. Szczególne znaczenie mają tutaj nierówności Uffinka będące nieliniowym kryterium obecności splątania N-cząstkowego.

ABSTRACT

The work entitled "Application of chosen optimization algorithms for recognition of nonclassical effects" consists of six chapters, as well as lists of tables and figures, a bibliography and a mathematical appendix. The first chapter formulates the problem that will be central to the thesis: the problem of detecting entanglement in multiparty systems and the problem of k-separability. This is followed by a very synthetic review of the selected entanglement criteria and measures. Its purpose is to highlight the difficulties we encounter when trying to apply or measure them in higher dimensional Hilbert spaces. Some of these difficulties are discussed in detail in subsection 1.5. The second chapter describes the results of our work "Hilbert-Schmidt distance and entanglement witnessing" [1]. This chapter begins with the formalization of weak separation and optimization problems, an equivalent problem of which is entanglement-in-state detection. Then the Hilbert-Schmidt measure is introduced for square matrices of any dimension, which is a direct generalization of Cartesian distance in vector spaces. It is the only measure invariant in relation to unitary operations and, at the same time, does not require diagonalization, which makes it very effective in calculations. The next part of the chapter presents Gilbert's algorithm, which in a convex set finds the approximation of the closest point in the set to a given point. If the point of interest lies inside the set, the algorithm points to that point, otherwise one of the results will be the approximate distance of the point from the set. In subsection 2.4, the algorithm is adapted to the quantum state analysis. In the last part of the second chapter, the generation of pure states, with the help of which the algorithm optimizes the returned state, is discussed in particular. They are generated according to the Haar measure to ensure that the algorithm covers the whole state space effectively. The uniqueness of the closest separable state is also discussed and proved. Then the output data from the algorithm is described as well. Chapter 3 presents the results of the algorithm for selected examples. The maximally entangled states of two qu*d*its (quantum d-level systems) show the necessity to use complex numbers in optimization. The analysis of GHZ states discussed in subsection 3.2 leads to the analytical form of the closest separable state. The analysis fails with the W

states discussed in the next part of the work, but we still provide a possible analytical form. In the next section, the algorithm is applied to the biseparability problem, and novel geometrical insights for the set of separable and biseparable states are presented. Additional examples are described in section 3.5. Chapter 4 builds on [3] and deals with the application of Gilbert's algorithm to construct Entanglement Witnesses. The concept of Witnessing (Entanglement Witnesses) entanglement is described in the first two sections. Section 4.3 describes the relationship between the Entanglement Witnesses and the closest separable states, and in the next one we attempt to further optimize the Entanglement Witnesses. Sections 4.5 and 4.6 describe examples of such evidence, with particular emphasis on Bound Entangled states associated with Unextendible Product Bases. The fifth chapter deals with the manuscript "An elegant proof of self-testing for multipartite Bell inequalities" [2] and discusses self-testing of the broad class of Bell inequalities. The first section outlines the importance of device independence and self-testing in Bell scenarios for cryptography. The paper then describes the proof of self-testing for all Bell inequalities with two local, projective observables for N-particle correlations. The Uffink inequalities, which are a nonlinear criterion for the presence of N-particle entanglement, are of particular importance here.